1. Sukladnost i sličnost

1.1. Sukladnost dužina i kutova. Sukladnost pravokutnih trokuta

U ovom ćemo se poglavlju prisjetiti nekih odnosa između dužina, kutova i trokuta koji su vam poznati iz osnovne škole.

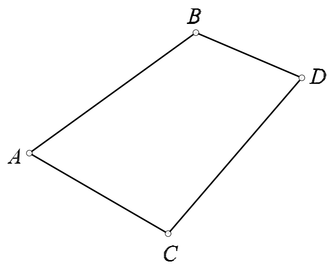
Sukladnost dužina

Dužina $\overline{AB}$ određena je svojim krajnjim (rubnim) točkama A i B. Njezina je duljina jednaka udaljenosti između tih točaka. Pišemo: $|AB| = d(A, B)$.

Dvije su dužine **jednake** ako određuju isti skup u ravnini. To će biti onda kad im se podudaraju krajnje točke. Tako na primjer, vrijedi $\overline{AB} = \overline{BA}$.

Često nas kod dužina ne zanima njihov *položaj*, već samo njihova *duljina*. Ako su $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ dvije dužine istih duljina, tad ćemo reći da su one **sukladne**. Pišemo $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.

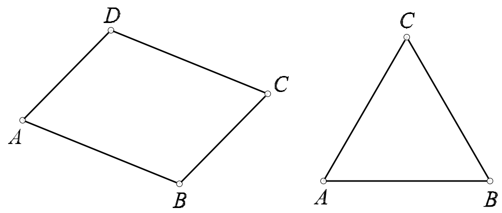
Jednake dužine su očito i sukladne.



Sl. 1.1. Dvije su dužine sukladne ako su im duljine jednake. Dužine $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ su sukladne. Dužine $\overline{AC}$ i $\overline{BD}$ nisu sukladne.

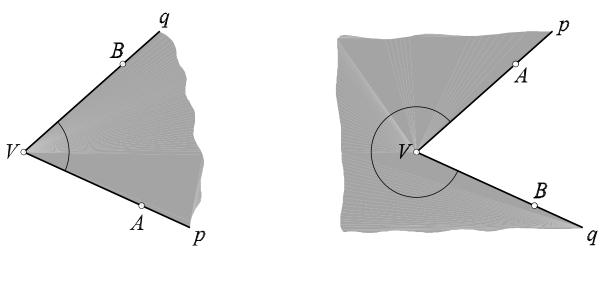
U paralelogramu $ABCD$ stranice $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ su sukladne. Isto tako, sukladne su i stranice $\overline{AD}$ i $\overline{BC}$. Sve tri stranice jednakostraničnog trokuta također su sukladne.

Sl. 1.2. Nasuprotne stranice paralelograma su sukladne. Stranice jednakostraničnog trokuta su sukladne.



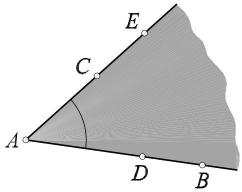
Sukladnost kutova

Kut je dio ravnine određen s dvije zrake (polupravca) sa zajedničkom početnom točkom. Označavamo ga simbolom $\sphericalangle pVq$ (slika 1.3) ili s $\sphericalangle AVB$, pri čemu su A i B točke s polupravaca p odnosno q, a točka V zajednička početna točka polupravaca p i q. Točku V zvat ćemo **vrh** kuta, a polupravce p i q **krakovi** kuta. Zamislimo li da se prvi krak p okreće oko vrha, u smjeru obrnutom od kazaljke na satu, dok se ne poklopi s drugim krakom, onda je dio ravnine koji on prebriše kut $\sphericalangle pVq$. Ako nije posebno naglašeno koji je krak kuta prvi a koji drugi, onda obično kut označimo lukom ili na neki drugi način.



Sl. 1.3. Kut je dio ravnine omeđen zrakama sa zajedničkom početnom točkom. Kut lijevo je šiljasti, a desno izbočeni.

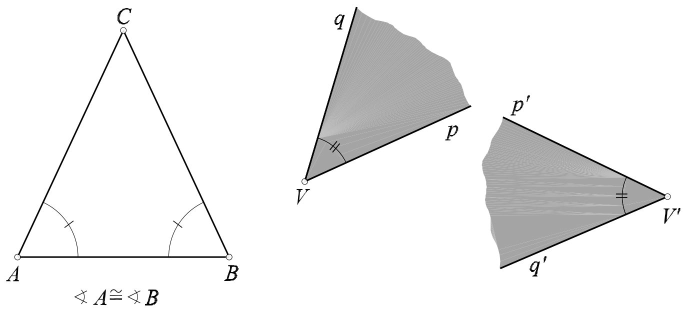
Dva su kuta **jednaka** ako određuju isti podskup ravnine. Tako su na primjer kutovi $\sphericalangle BAC$ i $\sphericalangle DAE$ sa slike 1.4 jednaki.



Sl. 1.4. Dva su kuta jednaka ako određuju isti podskup u ravnini.

Veličina kuta određuje se njegovom **mjerom**. To je pozitivan broj između 0° i 360°. U ovisnosti o tome kolika mu je mjera, kut može biti šiljasti, pravi, tupi, ispruženi, izbočeni i puni.

Dva su kuta **sukladna** ako imaju istu mjeru. Tako su, na primjer, kutovi $\sphericalangle BAC$ i $\sphericalangle CBA$ u jednakokračnom trokutu ABC sukladni [1], jer su kutovi uz osnovicu jednake mjere (kažemo još *jednake veličine*). Pišemo $\sphericalangle BAC \cong \sphericalangle CBA$ ili kratko $\sphericalangle A \cong \sphericalangle B$.



Sl. 1.5. Sukladni kutovi. Dva su kuta sukladna ako imaju istu mjeru. Možemo zamisliti da se premještanjem jednog od njih ta dva kuta mogu u potpunosti poklopiti.

Sukladnost dužina i kutova

Dvije su dužine **sukladne** ako imaju istu duljinu. Dva su kuta **sukladna** ako imaju istu mjeru.

Poučci o sukladnosti kutova

Možemo li prepoznati kad su dva kuta sukladna? Takve situacije opisane su *poučcima o sukladnosti kutova*. Njih smo naučili u osnovnoj školi.

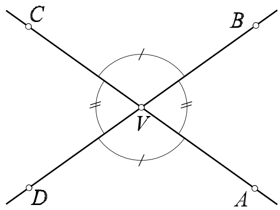
1. Poučak o vršnom kutu. Dva pravca koja se sijeku određuju dva para međusobno sukladnih kutova.

Na slici 1.6 sukladni su kutovi $\sphericalangle AVB$ i $\sphericalangle CVD$ te $\sphericalangle BVC$ i $\sphericalangle DVA$.

Sukladne kutove označavamo istom oznakom, kako je to učinjeno na slici 1.6.

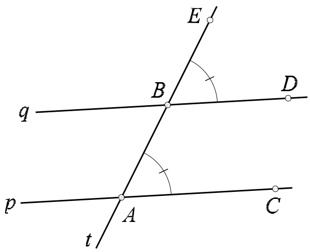
[1] Ponekad se u govoru kaže da su kutovi ili dužine jednaki, a zapravo su oni sukladni. Tako se, na primjer, ponekad kaže da su u jednakostraničnom trokutu sve tri stranice jednake i sva tri kuta jednaka. Dakako, tu se misli da stranice imaju jednaku duljinu i kutovi jednaku mjeru, drugim riječima, da su stranice sukladne i da su kutovi sukladni.

Isto tako, kaže se da se dva kuta u trokutu podudaraju, a misli se također da su sukladni.



Sl. 1.6. Poučak o vršnom kutu.

2. Poučak o kutovima uz presječnicu (transverzalu). Neka su p i q paralelni pravci. Tad pravac t koji ih siječe[1] određuje s njima sukladne kutove. Na slici 1.7 je $\sphericalangle CAE \cong \sphericalangle DBE$.

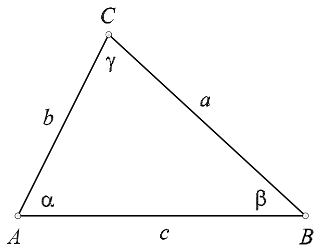


Sl. 1.7. Kutovi uz presječnicu. Na slici su označena dva sukladna kuta. Uoči još tri para sukladnih kutova koje presječnica određuje na svakom od paralelnih pravaca.

Elementi trokuta, oznake

Neka su A, B i C tri **nekolinearne** točke (koje ne leže na istom pravcu). Dio ravnine omeđen dužinama $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ i $\overline{CA}$ nazivamo **trokut** i označavamo s $\triangle ABC$. Njegovi su vrhovi točke A, B i C. Duljine njegovih stranica obično označavamo s $a = |BC|$, $b = |CA|$ i $c = |AB|$.

Kao što mu i ime kaže, trokut određuje i tri kuta. To su kutovi $\sphericalangle BAC$, $\sphericalangle CBA$ i $\sphericalangle ACB$. Te kutove možemo označavati još i kraće: $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$ i $\sphericalangle C$, kad je jasno na koji se kut misli. S α, β i γ označavamo *mjere* tih kutova.



Sl. 1.8.

Vrlo često, radi kraćeg izražavanja, a, b i c ćemo nazivati stranicama trokuta, a α, β i γ njegovim kutovima. Tako, govorimo da su stranice a i b jednake, a zapravo se radi o tome da su stranice $\overline{BC}$ i $\overline{AC}$ sukladne. Slično, kad kažemo da su dva kuta α i β jednaka, radi se o tome da su kutovi $\sphericalangle A$ i $\sphericalangle B$ sukladni, pa su im mjere α i β jednake.

* * *

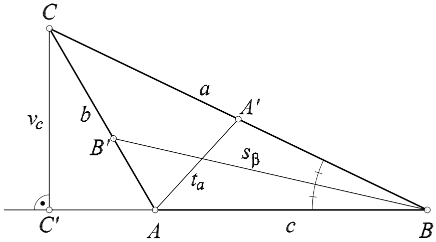
[1] Taj pravac zovemo presječnica ili transverzala.

Osim stranica i kutova, često će nas zanimati i neki drugi elementi trokuta.

Dužina koja spaja vrh A s polovištem A' nasuprotne stranice zove se **težišnica** trokuta i označava s t_a. Analogno se dobiju i težišnice t_b i t_c.

Simetrala unutarnjeg kuta pri vrhu B je pravac koji siječe nasuprotnu stranicu u točki B'. Dužinu $\overline{BB'}$ zovemo također **simetralom kuta** $\sphericalangle B$ i označavamo s s_β. Analogno se dobiju i simetrale s_α i s_γ.

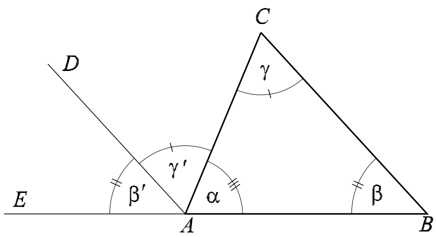
Okomica iz vrha C na pravac AB siječe taj pravac u točki C'. Dužina $\overline{CC'}$ naziva se **visina iz vrha** C i označava s v_c. Točka C' je **nožište visine**. Analogno se dobiju i visine v_a i v_b.



Sl. 1.9. Standardne oznake za težišnice, simetrale unutarnjih kutova i visine u trokutu.

Jednostavnosti radi, često ćemo istim imenima označavati i duljine tih dužina. Tako će t_a biti i *duljina* težišnice iz vrha A, v_a *duljina* visine spuštene iz vrha A i s_α *duljina* simetrale kuta pri vrhu A.

Primjer 1. Poučak o zbroju kutova u trokutu. Zbroj kutova u trokutu jednak je $180°$.



Sl. 1.10. Zbroj kutova u trokutu jednak je $180°$.

▷ Označimo kutove trokuta ABC na uobičajeni način, s α, β i γ. Produžimo stranicu $\overline{AB}$ preko vrha A i povucimo vrhom A paralelu sa stranicom $\overline{BC}$. Dva kuta koja dobijemo na taj način označimo s β' i γ'. Prema poučku o kutovima uz presječnicu, kutovi $\sphericalangle EAD$ i $\sphericalangle ABC$ su sukladni. Njihove su mjere jednake pa je $\beta = \beta'$. Iz istog razloga je $\gamma = \gamma'$. Sad vrijedi

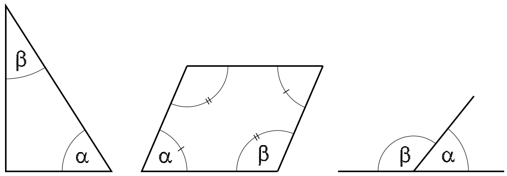
$$\alpha + \beta + \gamma = \alpha + \beta' + \gamma' = 180°. \quad \triangleleft$$

Zadatak 2. Dokaži da su nasuprotni kutovi u paralelogramu sukladni.

* * *

Za dva kuta α i β kažemo da su **komplementarni** ako je $\alpha + \beta = 90^\circ$. Kut α je onda **komplement** kutu β i obratno. Tako su, na primjer, šiljasti kutovi u pravokutnom trokutu komplementarni, jer je treći kut trokuta pravi, $\gamma = 90^\circ$, pa iz $\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ$ slijedi $\alpha + \beta = 90^\circ$.

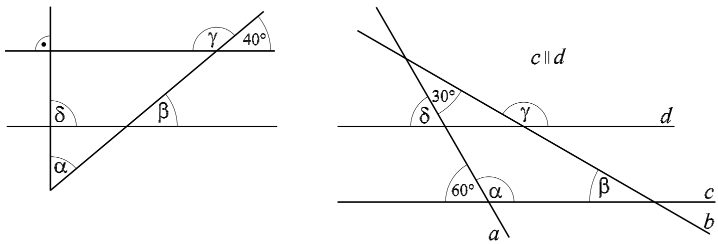
Za dva kuta α i β kažemo da su **suplementarni** ako je $\alpha + \beta = 180^\circ$. Kut α je tada **suplement** kutu β i obratno. Na primjer, kutovi uz stranicu paralelograma su suplementarni.



Sl. 1.11. Komplementarni kutovi (lijevo). Suplementarni kutovi (u sredini). Sukuti (desno).

Kutove α i β nacrtane na slici desno zovemo **sukutima**. Sukuti su suplementarni.

Zadatak 3. Izračunaj mjere α, β, γ i δ kutova na slici:



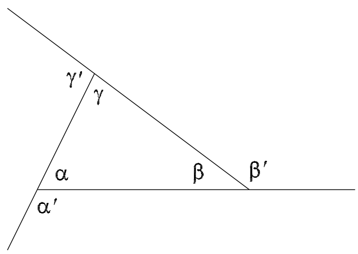
Sl. 1.12.

Primjer 4. Poučak o vanjskom kutu u trokutu. Vanjski kut u trokutu jednak je zbroju unutarnjih kutova uz preostala dva vrha trokuta.

▷ Vanjski kut u trokutu je **sukut** unutarnjeg kuta pri istom vrhu. Na slici su nacrtana tri vanjska kuta. Označili smo ih s α', β' i γ'. Tada vrijedi

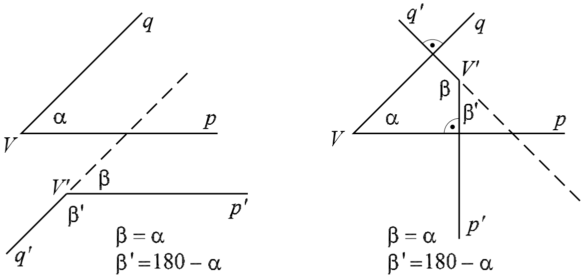
$$\alpha' = 180^\circ - \alpha = \beta + \gamma$$

i poučak je dokazan. ◁



Sl. 1.13.

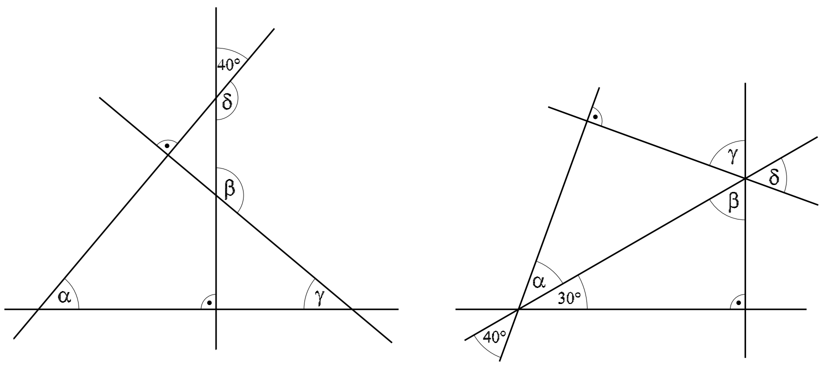
3. Kutovi s paralelnim kracima. Ako su u kutovima $\sphericalangle pVq$ i $\sphericalangle p'V'q'$ kraci paralelni ($p \parallel p'$ i $q \parallel q'$), onda su ti kutovi ili sukladni ili suplementarni.



Sl. 1.14. Kutovi s paralelnim i okomitim kracima su ili sukladni ili suplementarni.

4. Kutovi s okomitim kracima. Ako su u kutovima $\sphericalangle pVq$ i $\sphericalangle p'V'q'$ kraci okomiti ($p \perp p'$ i $q \perp q'$), onda su ti kutovi ili sukladni ili suplementarni.

Zadatak 5. Izračunaj mjere α , β , γ i δ kutova na slici:



Sl. 1.15.

Sukladnost pravokutnih trokuta

Dva su trokuta **sukladna** ako su im sukladne odgovarajuće stranice i ako su im sukladni odgovarajući kutovi.

Želimo li pokazati da su dva pravokutna trokuta sukladna, ne moramo provjeravati sukladnost svih šest navedenih elemenata.

Postavlja se pitanje: kad su sukladna dva pravokutna trokuta?

Poučak o sukladnosti pravokutnih trokuta

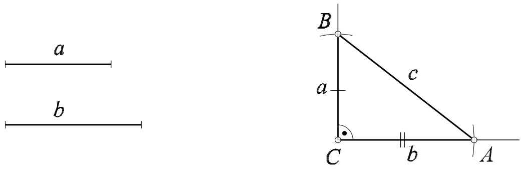
Dva su pravokutna trokuta sukladna ako se podudaraju

1. u dvije katete, ili
2. u jednoj kateti i hipotenuzi, ili
3. u hipotenuzi i jednom šiljastom kutu, ili
4. u jednoj kateti i njoj nasuprotnom (ili priležećem) šiljastom kutu.

Možemo se uvjeriti u istinitost ovog poučka tako da izvedemo konstrukciju pravokutnog trokuta zadanog tim elementima.

Konstrukcije pravokutnih trokuta

1. Zadane su dvije katete. Konstruiramo pravi kut. Njegov vrh označimo s C. Na krakove kuta nanesemo katete a i b. Time je trokut jednoznačno određen.

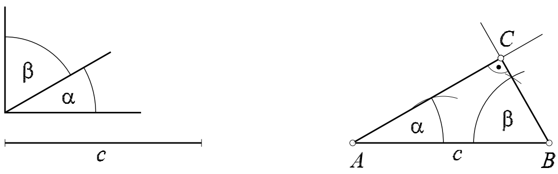


Sl. 1.16. Prva konstrukcija pravokutnog trokuta: zadane su dvije katete.

2. Zadane su kateta i hipotenuza. Konstruiramo katetu i u jednom njenom kraju podignemo okomicu. Šestarom raspona c zasiječemo tu okomicu iz drugog kraja katete i odredimo treći vrh trokuta.

Sl. 1.17. Druga konstrukcija pravokutnog trokuta: zadana je kateta i hipotenuza.

3. Zadane su hipotenuza i šiljasti kut. Neka je zadan kut α. Tad je drugi šiljasti kut $\beta = 90^\circ - \alpha$, pa možemo uzeti da je i on poznat. Konstruiramo hipotenuzu i na njezinim krajevima konstruiramo kutove α i β. Tim je podacima trokut jednoznačno određen.



Sl. 1.18. Treća konstrukcija pravokutnog trokuta: zadana je hipotenuza i šiljasti kut.

Geometrijske konstrukcije

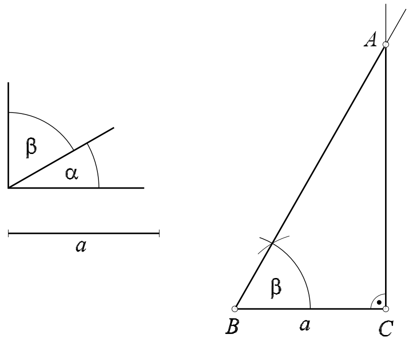
Što je to *geometrijska konstrukcija*?

Geometrijski pribor kojim se služite sastoji se od ravnala, dva trokuta, kutomjera i šestara. Svaki crtež koji se može nacrtati tim priborom *ne ubraja se* u geometrijske konstrukcije.

Strogo govoreći, pod geometrijskom konstrukcijom podrazumijevamo onu u kojoj se koristi ravnalo bez oznake mjerne jedinice i šestar. Ravnalom se može povući pravac zadanim dvjema točkama (i ništa više). Šestarom se može nacrtati kružnica sa središtem u zadanoj točki i koja prolazi drugom zadanom točkom. Pritom smatramo da nam je papir za crtanje dovoljno velik, kao i raspon šestara i duljina ravnala, pa možemo povući kružnicu po volji velikog polumjera.

Ova su pravila dosta stroga tako da se ograničenja koje postavljamo pri izvođenju *geometrijskih konstrukcija* ne postavljaju pri *crtanju i skiciranju* različitih tehničkih crteža, kod kojih smijemo koristiti i druga pomagala. Tako naprimjer, ako koristimo kutomjer da bismo odredili kut zadane mjere, tad riječ o *crtanju*, a ne o geometrijskoj konstrukciji!

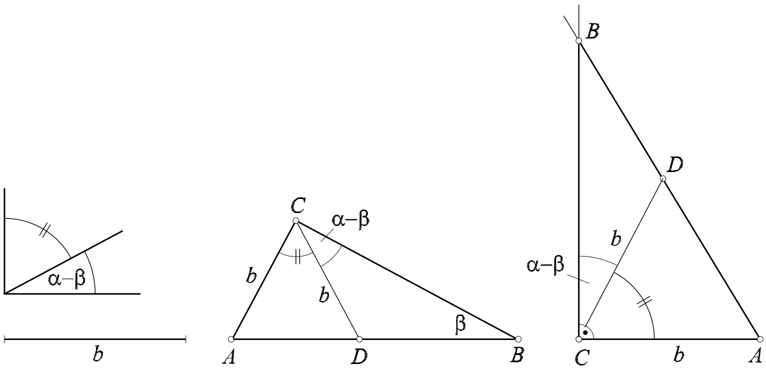
4. Zadane su kateta i njoj nasuprotni (ili priležeći) kut. Neka su zadani kateta a i kut α. Tada nam je poznat i kut β. Konstruiramo katetu i na njezinim krajevima konstruiramo pravi kut te kut β. U sjecištu krakova tih kutova dobit ćemo treći vrh A trokuta.



Sl. 1.19. Četvrta konstrukcija pravokutnog trokuta: zadana je kateta i njoj nasuprotni kut.

* * *

Primjer 6. Konstruirajmo pravokutni trokut ABC kojem je zadana duljina katete b i razlika kutova $\alpha - \beta$.



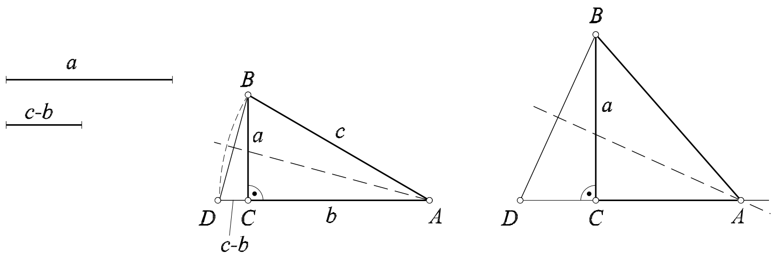
Sl. 1.20.

▷ *Analiza.* Zadajmo podatke po volji (duljinu b i šiljasti kut $\alpha - \beta$). Nacrtajmo skicu trokuta i označimo njegove zadane elemente kao na prvoj slici. Za točku D vrijedi $|CD| = b$. Trokut ADC je jednakokračan pa je kut pri vrhu D jednak α. Taj je kut vanjski kut trokuta DBC, te je $\sphericalangle DCB = \alpha - \beta$. Onda je poznat i kut $\sphericalangle ACD = 90^\circ - (\alpha - \beta)$.

Konstrukcija. Konstruiramo najprije komplement kuta $\alpha - \beta$ i zatim pomoćni jednakokračni trokut ACD kojemu znamo kut pri vrhu C i oba kraka. Produžimo stranicu $\overline{AD}$ i nacrtajmo okomicu u vrhu C na stranicu $\overline{AC}$. Presjek tih pravaca je vrh B.

Rasprava. Zadatak uvijek ima jedno rješenje. ◁

Primjer 7. Konstruirajmo pravokutni trokut ABC kojem je zadana duljina katete a i razlika duljina hipotenuze i druge katete $c - b$.



Sl. 1.21.

▹ *Analiza.* Zadajmo podatke po volji (duljinu a i razliku $c-b$). Nacrtajmo skicu trokuta i označimo njegove elemente kao na prvoj slici. Za točku D vrijedi $|AD|=c$. U pomoćnom pravokutnom trokutu BCD poznate su nam obje katete pa taj trokut možemo konstruirati. Trokut ABD je jednakokračan, pa je kut pri vrhu B jednak kutu pri vrhu D.

Konstrukcija. Konstruiramo najprije trokut BCD kome su zadane obje katete, duljina a i $c-b$. Produžimo stranicu $\overline{DC}$ preko vrha C. Konstruirajmo pri vrhu B kut sukladan kutu $\sphericalangle D$. Drugi krak tog kuta siječe pravac DC u trećem vrhu A trokuta.

Rasprava. Zadatak ima uvijek jedno rješenje, bez obzira kakve podatke zadali. ◃

* * *

Poučak o sukladnosti pravokutnih trokuta trebat ćemo u nastavku iznimno često i stoga ga treba temeljito usvojiti. Ilustrirajmo njegovu primjenu s nekoliko primjera.

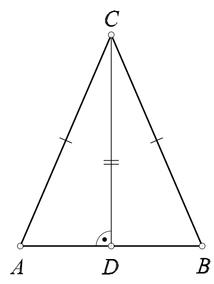
Primjer 8. Jednakokračni trokut. Trokut je jednakokračan ako su mu dvije stranice jednakih duljina. (Te stranice zovemo **krakovima** trokuta. Treću stranicu nazivamo **osnovicom** trokuta.) Dokažimo sljedeće poučke o jednakokračnom trokutu:

1. Nožište visine na osnovicu raspolavlja osnovicu.

2. Kutovi uz osnovicu su jednaki.

▹ Nacrtajmo jednakokračni trokut i spustimo visinu na osnovicu $\overline{AB}$. Neka je D njezino nožište.

Tvrdimo da je trokut ADC sukladan s trokutom BDC. Primijetimo najprije da su ti trokuti pravokutni, jer je pravac CD okomit na pravac AB. Oni se podudaraju u hipotenuzi, jer je trokut ABC jednakokračan (te dvije stranice označimo jednakim znakom). Podudaraju se i u zajedničkoj kateti $\overline{CD}$. Zato su oni sukladni. Prema tome, podudaraju se u kutovima i drugoj kateti.



Sl. 1.22.

Dobili smo $\sphericalangle A=\sphericalangle B$, pa se kutovi uz osnovicu trokuta podudaraju. Također, $|AD|=|DB|$ pa je nožište visine D polovište osnovice $\overline{AB}$.

Dakle, visina na osnovicu je i težišnica trokuta. (Ta je visina i simetrala kuta $\sphericalangle C$ i simetrala stranice $\overline{AB}$.) ◃

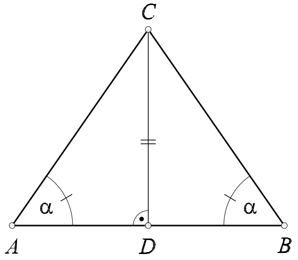
Poučak o odnosu stranica i kutova u trokutu

Za stranice i kutove trokuta vrijedi:

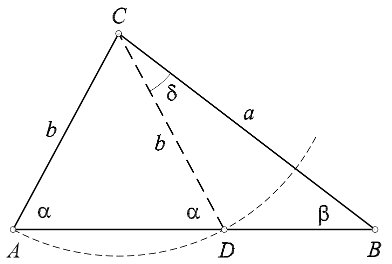
1. Nasuprot sukladnim stranicama leže sukladni kutovi: $a = b \implies \alpha = \beta$.
2. Nasuprot sukladnim kutovima leže sukladne stranice: $\alpha = \beta \implies a = b$.
3. Nasuprot većoj stranici leži veći kut: $a > b \implies \alpha > \beta$.
4. Nasuprot većem kutu leži veća stranica: $\alpha > \beta \implies a > b$.

1. Prvo smo svojstvo dokazali u prethodnom primjeru: kutovi uz osnovicu jednakokračnog trokuta su jednaki.

2. Ova je tvrdnja obrat prve tvrdnje. Dokazat ćemo je na sličan način. Nacrtajmo trokut kome se dva kuta podudaraju, recimo da su to kutovi uz vrhove A i B. Spustimo visinu iz vrha C (slika 1.23). Trokuti ACD i BCD su pravokutni i podudaraju se u šiljastom kutu i kateti nasuprot tom kutu. Zato su ta dva trokuta sukladna pa se podudaraju i u hipotenuzi. Time je tvrdnja dokazana.



Sl. 1.23.



Sl. 1.24.

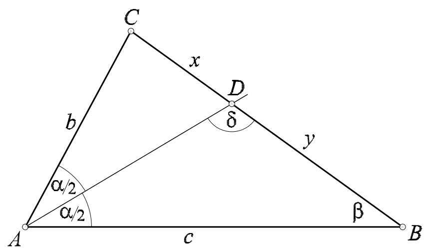
3. Neka je $a > b$. Iz vrha C trokuta ABC povucimo kružni luk s polumjerom b (slika 1.24). Budući da je $b < a$, taj će luk sjeći stranicu $\overline{AB}$ u točki D koja leži na toj stranici. Trokut ADC je jednakokračan pa je kut pri vrhu D jednak α. Prema poučku o vanjskom kutu trokuta, vrijedi $\alpha = \delta + \beta > \beta$ i tvrdnja je dokazana.

4. Ovaj ćemo poučak dokazati iz prethodnog. Neka je $\alpha > \beta$. Tvrdimo da je onda $a > b$. Kad to ne bi bilo istina, moralo bi biti $a = b$ ili $a < b$. Međutim, ako je $a = b$, onda je $\alpha = \beta$ prema **1.** A ako je $a < b$, onda prema **3.** slijedi da je $\alpha < \beta$, protivno pretpostavci. Zato mora biti $a > b$.

Primjer 9. Simetrala kuta trokuta dijeli suprotnu stranicu na dva dijela. Dokažimo da je svaki od njih kraći od susjedne stranice.

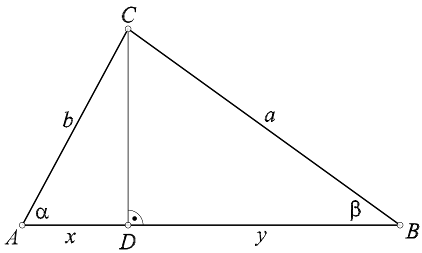
▷ Kut δ vanjski je kut u trokutu ADC pa je jednak zbroju druga dva kuta u trokutu. Zato je $\delta > \alpha/2$ Nasuprot većem kutu u trokutu leži veća stranica pa je onda $c > y$.

Na isti način dobivamo $b > x$. ◁



Sl. 1.25.

Primjer 10. Nejednakost trokuta. Duljina bilo koje stranice trokuta manja je od zbroja duljina preostalih dviju stranica.



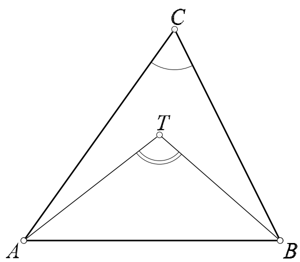
Sl. 1.26.

▹ Možemo pretpostaviti da je $\overline{AB}$ najdulja stranica trokuta, tj. da je $a \leqslant c$, $b \leqslant c$. Onda je sigurno $a < b + c$ i $b < a + c$. Dovoljno je zato pokazati da vrijedi $c < a + b$.

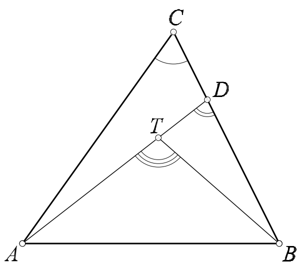
Budući da je c najdulja stranica, vrijedi $\alpha \leqslant \gamma$ i $\beta \leqslant \gamma$ pa su kutovi α i β šiljasti. Zato nožište D okomice spuštene iz vrha C leži na stranici $\overline{AB}$.

U pravokutnom trokutu ADC je $b > x$, jer je hipotenuza najdulja stranica pravokutnog trokuta. Također je $a > y$. Zato je $c = x + y < a + b$. ◃

Primjer 11. Neka je T bilo koja točka unutar trokuta ABC. Dokaži da je tada $|AT| + |BT| < |AC| + |BC|$ i $\sphericalangle C < \sphericalangle T$.



Sl. 1.27.



Sl. 1.28.

▹ Neka je D točka u kojoj pravac $\overline{AT}$ siječe stranicu $\overline{BC}$. Prema nejednakost trokuta za trokute ADC i BDT možemo napisati:

$$|AT| + |TD| < |AC| + |CD|,$$
$$|BT| < |TD| + |BD|.$$

Zbrajanjem ovih nejednakosti slijedi prva tvrdnja.

Kut $\sphericalangle ADB$ je vanjski u trokutu ADC, pa je $\sphericalangle C < \sphericalangle D$. Jednako tako, kut ATB je vanjski u trokutu BTD, pa je $\sphericalangle D < \sphericalangle T$. ◃

Zadaci 1.1.

1. Točke A i B s raznih su strana pravca p i od njega su jednako udaljene. Dokaži da pravac p raspolavlja dužinu $\overline{AB}$.

2. Na visini $\overline{CD}$ na osnovicu $\overline{AB}$ jednakokračnog trokuta ABC odabrana je točka E. Dokaži da je trokut ABE jednakokračan.

3. **1)** Dokaži da su visine spuštene na krakove jednakokračnog trokuta sukladne.
2) Ako trokut ima dvije sukladne visine, dokaži da je on jednakokračan.

4. Zbroj udaljenosti od bilo koje točke na osnovici jednakokračnog trokuta do njegovih krakova jednak je duljini visine na krak. Dokaži!

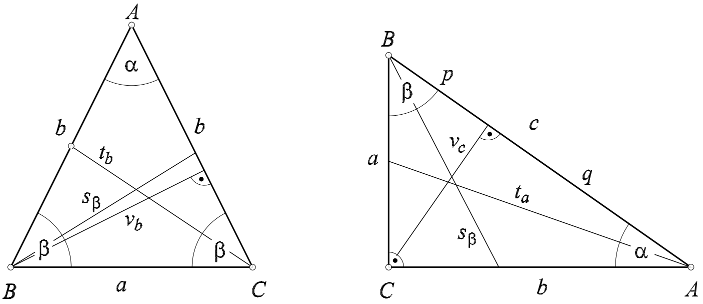
5. Dokaži da je trapez jednakokračan ako je ispunjen neki od ovih uvjeta:

1) Kutovi uz osnovicu su sukladni. **2)** Dijagonale su sukladne.

6. Točka D nožište je visine spuštene iz vrha C na osnovicu $\overline{AB}$ jednakokračnog trokuta ABC. Ako je opseg trokuta ADC jednak 30 cm, a opseg trokuta ABC 40 cm, kolika je visina $\overline{CD}$ trokuta? Kolike su duljine njegovih stranica?

* * *

Elemente jednakokračnog i pravokutnog trokuta označavamo kao na slici. U zadacima u kojima duljine dužina i mjere kutova nisu zadane, zadajte ih sami crtežom. Nakon konstrukcije napravi raspravu o ovisnosti rješenja o tim podatcima. Za konstrukciju kutova kojima je mjera zadana smijete koristiti kutomjer.



Sl. 1.29. Standardne oznake jednakokračnog i pravokutnog trokuta.

7. Konstruiraj jednakokračni trokut kojemu je:

1) $a = 6$ cm, $v_a = 4$ cm; **2)** $a = 5$ cm, $v_b = 4$ cm;

3) $b = 4$ cm, $\alpha = 40°$; **4)** $b = 5$ cm, $\beta = 75°$.

8. Konstruiraj jednakokračni trokut kojemu je zadano:

1) a, b; **2)** b, v_a; **3)** b, v_b.

9. Konstruiraj jednakokračni trokut kojemu je zadano:

1) a, β; **2)** a, α; **3)** b, β; **4)** b, α.

10. Konstruiraj pravokutni trokut kojemu je:

1) $a = 3$ cm, $c = 4$ cm; **2)** $a = 4$ cm, $\alpha = 60°$;

3) $b = 3$ cm, $\alpha = 75°$; **4)** $c = 6$ cm, $\alpha = 50°$.

11. Konstruiraj pravokutni trokut kojem je zadano

1) $a + b$, c; **2)** $a + c$, α; **3)** $a + b - c$, α; **4)** $a - b$, α.

12. Iz vrha A na osnovici jednakokračnog trokuta ABC spuštena je visina na krak $\overline{BC}$. Dokaži da je kut koji ona zatvara s osnovicom trokuta jednak polovini kuta pri vrhu nasuprot osnovici.

13. Pravac paralelan s osnovicom jednakokračnog trokuta odsijeca od tog trokuta također jednakokračan trokut. Dokaži!

14. Zbroj duljina dijagonala konveksnog četverokuta manji je od opsega, a veći od polovine opsega četverokuta. Dokaži!

15. Dokaži da je u svakom trokutu zbroj duljina njegovih visina kraći od opsega trokuta.

16. Neka je T bilo koja točka unutar trokuta. Dokaži da je zbroj njezinih udaljenosti do vrhova trokuta manji od opsega, a veći od poluopsega trokuta.