1. Općinsko natjecanje

Općinska i gradska natjecanja održana su u svim gradovima i općinama naše domovine 1. ožujka 2002.

Osnovna škola

4. razred

4.1. Izračunaj

$$52\,328 - 28 : 2 + (145 \cdot 532 - 532 \cdot 45) + 4827 \cdot 59 \cdot (132 - 132).$$

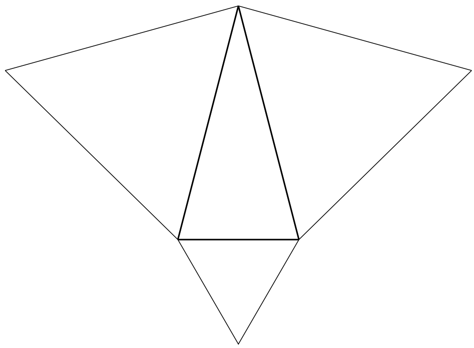
4.2. U jednoj bari raste pet lopoča. Najdraža razonoda žabice Zelenke je skakanje s lopoča na lopoč, što uvijek radi na isti način. Njezin prvi skok je s prvog lopoča na drugi, drugi skok je s drugog lopoča na treći, treći skok s trećeg lopoča na četvrti, četvrti skok s četvrtog na peti lopoč, nakon čega se vraća nazad – s petog na četvrti lopoč, s četvrtog na treći, s trećeg na drugi, s drugog na prvi lopoč i opet ispočetka.

Na kojem će se lopoču nalaziti žabica Zelenka nakon što je izvela 2002 skoka?

4.3. Za označavanje brojeva stranica jedne od knjiga o Harry Potteru upotrijebljene su 1623 znamenke. Pri tome je brojem označena svaka stranica te knjige, a prva je stranica označena brojem 1. Koliko stranica ima ta knjiga?

4.4. Anini ujaci Andrija, Josip, Marko i Petar zajedno imaju 158 godina, a rođeni su u jednakim razmacima od po 5 godina. Petar je mlađi, a Josip stariji od Andrije, dok je Josip stariji, a Andrija mlađi od Marka. Koliko godina ima svaki od Aninih ujaka?

4.5. Zadan je jednakokračni trokut kojemu je duljina kraka dva puta veća od duljine osnovice. Nad svakom od stranica tog trokuta nacrtani su jednakostranični trokuti, kao na slici. Opseg tako dobivenog lika je za 225 cm veći od opsega polaznog jednakokračnog trokuta. Kolike su duljine stranica polaznog jednakokračnog trokuta?



Sl. 1.1.

5. razred

5.1. Izračunaj

$$4253 - 53 \cdot (24\,491 - 9558 : 27 \cdot 69) + 14 \cdot 527 - 527 \cdot 4.$$

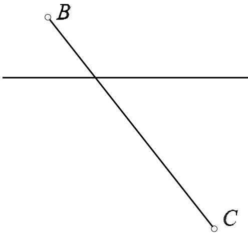
5.2. Na stolu se nalaze dvije hrpe Pokemon sličica, pri čemu prva hrpa sadrži 54 sličice više nego druga. Uzmemo li sa svake od hrpa po 18 sličica, u prvoj će hrpi ostati četiri puta više sličica nego u drugoj.

Koliko se sličica na početku nalazilo u svakoj od hrpa?

5.3. Kojim najmanjim prirodnim brojem treba podijeliti brojeve 956, 1452 i 868 da se dobiju redom ostaci 11, 12 i 13?

5.4. Odredi sve četveroznamenkaste višekratnike broja 36 kojima je znamenka desetica jednaka 5 i kojima su sve znamenke međusobno različite.

5.5. Zadan je pravac a i osnovica $\overline{BC}$ jednakokračnog trokuta ABC, kao na slici, pri čemu pravci a i BC nisu međusobno okomiti i pravac a ne prolazi polovištem dužine $\overline{BC}$. Konstruiraj trokut $A'B'C'$ koji je osnosimetričan trokutu ABC ako je pravac a os simetrije i poznato je da točka A' pripada pravcu a.



Sl. 1.2.

6. razred

6.1. Izračunaj

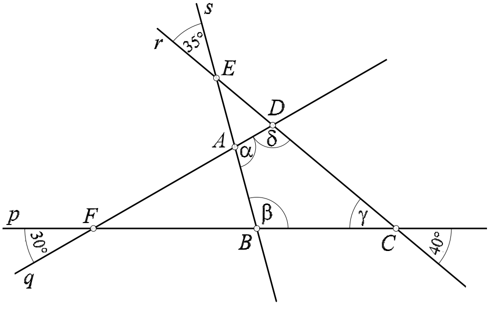
$$\frac{\left(1\frac{3}{4} : \frac{2}{3} - 1.75 \cdot 1.125\right) : \frac{7}{12}}{\left(\frac{13}{40} - 0.2125\right) \cdot 400} \cdot (6.79 : 0.7 + 0.3)\,.$$

6.2. Marko je pješice krenuo od mjesta A do mjesta B. Nakon što je prešao 1 km i polovinu ostatka puta, preostala mu je trećina cijelog puta i još 1 km hoda. Kolika je udaljenost mjesta A i mjesta B?

6.3. U 14 kutija raspoređeno je 25 kuglica, tako da svaka od kutija sadrži jednu, dvije ili tri kuglice. Broj kutija koje sadrže točno jednu kuglicu veći je od 6. Ukupni broj kuglica koje se nalaze u kutijama koje sadrže više od jedne kuglice veći je od 17.

Koliko kutija sadrži točno jednu kuglicu, koliko točno dvije kuglice, a koliko ih sadrži tri kuglice?

6.4.



Sl. 1.3.

Pravci p, q, r i s sijeku se u točkama A, B, C, D, E i F, kao na slici, gdje su upisane poznate veličine kutova. Izračunaj veličine kutova α, β, γ i δ.

6.5. Dana je dužina $\overline{AD}$. Na njoj su odabrane točke B i C tako da je $|AB| = |BC| = |CD|$. Nad dužinama $\overline{AC}$ i $\overline{CD}$ s iste strane pravca AD nacrtani su jednakostranični trokuti ACF i CDE. Dokaži da je trokut BEF jednakostraničan.

7. razred

7.1. Izračunaj

$$\frac{\left(1.2 : 36 + 1\frac{1}{5} : 0.25 - 1\frac{5}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{4}}{[(7 - 6.35) : 6.5 + 9.9] \cdot \dfrac{1}{12.8}} : 0.125.$$

7.2. Ukupni broj dječaka u jednom odjeljenju sedmog razreda jednak je 60% ukupnog broja djevojčica u tom odjeljenju. Koliki postotak ukupnog broja svih učenika u tom odjeljenju čine dječaci?

7.3. Jedne su večeri u plesnoj školi bile djevojke i mladići, ukupno njih 26-toro. Prva je djevojka plesala s 9 mladića, druga s 10, treća s 11, a svaka je sljedeća djevojka plesala s jednim mladićem više od prethodne – sve do posljednje prisutne djevojke, koja je plesala sa svakim prisutnim mladićem. Koliko je djevojaka, a koliko mladića te večeri bilo u plesnoj školi?

7.4. Koliko stranica ima konveksni mnogokut kojemu su svi unutarnji kutovi međusobno jednaki, ako je zbroj svih vanjskih kutova tog mnogokuta i dva njegova unutarnja kuta jednak $672°$?

7.5. Dan je trokut ABC tako da je $\sphericalangle BAC = 68°$ i $\sphericalangle ABC = 32°$. Neka je točka D nožište visine iz vrha C na stranicu $\overline{AB}$, a točka P polovište stranice $\overline{AB}$ tog trokuta. Na produžetku visine $\overline{CD}$ preko točke D odabrana je točka M tako da je $|MD| = |CD|$, a na produžetku dužine $\overline{CP}$ preko točke P odabrana je točka N tako da je $|NP| = |CP|$. Kolika je veličina kuta $\sphericalangle MBN$?

8. razred

8.1. Izračunaj

$$\frac{\left[\left(5.2^2 : 2.6 + 8.1\right)^2 - 6.5^2\right] : 0.025}{(60.192 : 2.4 - 1.08)^2 - 0.24 \cdot 1400} : 0.125.$$

8.2. Za koje vrijednosti parametra a jednadžba

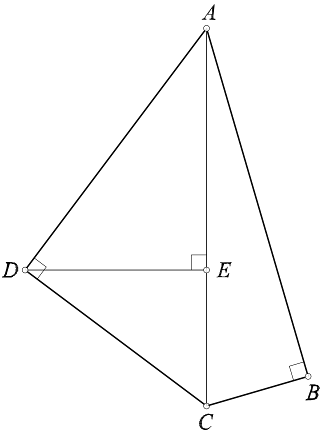
$$(3x - a)^2 + (4x + 1)^2 = (5x - 1)^2$$

ima rješenje, a za koje nema?

8.3. Na istoj obali rijeke nalaze se dva mjesta, A i B, međusobno udaljena 80 km. Riječni brod udaljenost od mjesta A do mjesta B i natrag do mjesta A prijeđe za 8 sati i 20 minuta. Kolika je brzina rijeke ako brzina broda dok plovi uzvodno uz rijeku iznosi 16 km/ h?

8.4. Dan je konveksni četverokut $ABCD$ takav da je $AB \perp BC$ i $AD \perp DC$, te $|BC| = 14$ i $|DC| = 30$. Neka je točka E na dijagonali $\overline{AC}$ takva da je $DE \perp AC$ (vidi sliku).

Ako je $|DE| = 24$, kolika je duljina dužine $\overline{AB}$?



Sl. 1.4.

8.5. Dan je pravokutni trokut ABC s pravim kutom pri vrhu C, takav da je $|BC| > |AC|$. Neka je točka D nožište visine iz vrha C na hipotenuzu $\overline{AB}$. Na manjem luku $\overset{\frown}{BC}$ opisane kružnice trokutu ABC odabrana je točka E tako da je $|CA| = |CE|$. Pravac AE siječe visinu $\overline{CD}$ u točki M, a stranicu $\overline{BC}$ u točki N. Dokaži da je $|AM| = |MN| = |MC|$.

Srednja škola

1. razred

1.1. Neka su a, b i c međusobno različiti realni brojevi, od kojih nijedan nije jednak nuli, i za koje je $a+b+c=0$. Dokažite da vrijedi:

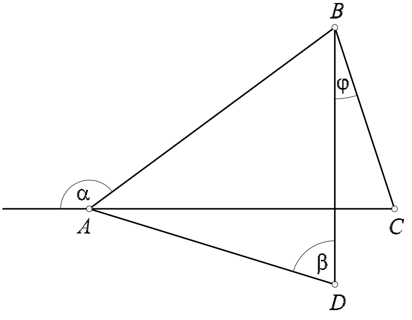
a) $\dfrac{a^2}{bc}+\dfrac{b^2}{ca}+\dfrac{c^2}{ab}=3$,

b) $\left(\dfrac{a-b}{c}+\dfrac{b-c}{a}+\dfrac{c-a}{b}\right)\left(\dfrac{c}{a-b}+\dfrac{a}{b-c}+\dfrac{b}{c-a}\right)=9$.

1.2. Riješite sustav jednadžbi

$$|x+y-4|=5,$$
$$|x-3|+|y-1|=5.$$

1.3. Dane su četiri točke A, B, C i D u ravnini tako da je $|AB|=|AC|$ i $|AD|=|BD|$. Ako je za kutove α i β označene na slici, $\alpha+\beta=200^\circ$, odredite kut $\varphi=\sphericalangle CBD$.



Sl. 1.5.

1.4. Ako je n neparan prirodan broj dokažite da je broj n^3+3n^2-n-3 djeljiv s 48.

2. razred

2.1. Neka je K polovište hipotenuze $\overline{AB}$ pravokutnog trokuta ABC i M točka na kateti $\overline{BC}$, takva da je $|BM|=2|MC|$. Dokažite da je $\sphericalangle MAB=\sphericalangle MKC$.

2.2. Ako su a i b realni brojevi, različiti od nule, nađite sva rješenja jednadžbe

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{x}=\frac{1}{a+b+x}.$$

2.3. Ako je $ax^3=by^3=cz^3$ i $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$, dokažite jednakost

$$\sqrt[3]{ax^2+by^2+cz^2}=\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+\sqrt[3]{c}.$$

2.4. Neka su a, b, c, d cijeli brojevi. Dokažite da je produkt razlika $b-a$, $c-a$, $d-a$, $c-b$, $d-b$, $c-d$ djeljiv s 12.

3. razred

3.1. Riješite jednadžbu

$$\log_3 \frac{1}{\sqrt{\log_3 x}}=\log_9 \log_9 \frac{x}{3}.$$

3.2. Dvije se kružnice dodiruju izvana u točki T. Jedna zajednička tangenta dodiruje dvije kružnice u točkama A i B, a $\overline{BC}$ je promjer kružnice na kojoj leži točka B. Dokažite da se točka T nalazi na dužini $\overline{AC}$.

3.3. Ako je $\alpha+\beta+\gamma=\pi$, dokažite sljedeći trigonometrijski identitet

$$\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma=4\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}.$$

3.4. Neka je H sjecište visina šiljastokutnog trokuta ABC. Dokažite da je $|BC|\cdot \operatorname{ctg}\sphericalangle CAB=|AH|$.

4. razred

4.1. Nađite geometrijsko mjesto točaka iz kojih se na elipsu $b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$ mogu povući dvije uzajamno okomite tangente.

4.2. Na krakovima šiljastog kuta α s vrhom A dane su točke D i E, tako da je $|AD|=m$ i $|AE|=n$. U točkama D i E povučene su okomice na krakove kuta na kojima leže. Ako se te dvije okomice sijeku u točki F u unutrašnjosti kuta, dokažite da je

$$\frac{|DF|}{|EF|}=\frac{n-m\cos\alpha}{m-n\cos\alpha}.$$

4.3. Nađite sva realna rješenja sustava jednadžbi

$$\begin{aligned}
&x_1+x_2+\ldots+x_{2002}=2002,\\
&x_1^4+x_2^4+\ldots+x_{2002}^4=x_1^3+x_2^3+\ldots+x_{2002}^3.
\end{aligned}$$

4.4. Prvi član aritmetičkog niza (a_n), kojem su svi članovi prirodni brojevi, je $a_1 = 1$. Broj $4 = 2^2$ jest, a 2 nije član tog niza.

a) Dokažite da postoji jedan i samo jedan takav niz. Napišite njegov opći član.

b) Pokažite da je kvadrat svakog prirodnog broja, koji nije djeljiv s 3, član tog niza.

c) Provjerite da su brojevi 2002 i 2002^2 članovi tog niza. Odredite njihove indekse.

d) Obrazložite zaključak: kvadrat svakog člana niza je član niza. Vrijedi li obrat, tj. ako je kvadrat nekog broja član tog niza, onda je i taj broj član niza.

Rješenja

Osnovna škola

4.1. Računamo redom:

$$\begin{aligned}
&52\,328 - 28 : 2 + (145 \cdot 532 - 532 \cdot 45) + 4827 \cdot 59 \cdot (132 - 132)\\
&\qquad = 52\,328 - 14 + (532 \cdot 145 - 532 \cdot 45) + 4827 \cdot 59 \cdot 0\\
&\qquad = 52\,328 - 14 + 532 \cdot (145 - 45) + 0\\
&\qquad = 52\,328 - 14 + 532 \cdot 100\\
&\qquad = 52\,328 - 14 + 53\,200\\
&\qquad = 52\,314 + 53\,200\\
&\qquad = 105\,514.
\end{aligned}$$

4.2. Označimo lopoče u bari rednim brojevima od 1. do 5. onim redom kako žabica Zelenka na njih prvi put skoči i tablicom prikažimo na kojem se lopoču žabica nalazi nakon pojedinog skoka:

SKOK	start	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	itd.
LOPOČ	1.	2.	3.	4.	5.	4.	3.	2.	1.	2.	3.	4.	5.	4.	3.	2.	1.	2.	itd.

Uočimo da se nakon prvih 8 skokova žabica Zelenka vratila natrag na prvi lopoč i da se niz rednih brojeva lopoča na koje skače nakon toga ponavlja.

Prema tome, žabica će se nakon svakog osmog skoka vratiti na prvi lopoč i krenuti ispočetka. To znači da 2002 skoka treba podijeliti na grupe od 8 skokova:

1. – 8. skok, 9. – 16. skok itd. Vrijedi: $2002 : 8 = 250$ i ostatak 2. Odavde slijedi da se nakon 2002 skoka žabica Zelenka nalazi na istom lopoču kao i nakon drugog skoka.

Dakle, žabica će se nakon 2002 skoka nalaziti na trećem lopoču.

4.3. Za označavanje stranice čiji je redni broj jednoznamenkast potrebna je jedna znamenka, za onu čiji je redni broj dvoznamenkast dvije znamenke, za troznamenkasti redni broj tri itd. Iz teksta zadatka vidimo da je označavanje stranica započelo brojem 1. Jednoznamenkastih brojeva ($1,\ 2,\ \ldots,\ 9$) ima 9, što znači da je za označavanje prvih 9 stranica knjige upotrijebljeno 9 znamenki. Slijede stranice označene dvoznamenkastim brojevima ($10,\ 11,\ \ldots,\ 99$). Takvih brojeva ima 90, pa za označavanje odgovarajućih stranica treba upotrijebiti $90 \cdot 2 = 180$ znamenki. Do sada smo označili prvih $9+90 = 99$ stranica knjige i pri tome upotrijebili $9+180 = 189$ znamenki. To znači da su preostale još $1623-189 = 1434$ znamenke. Troznamenkastih brojeva ($100,\ 101,\ \ldots,\ 999$) ima 900, pa je za označavanje svih stranica čiji su redni brojevi troznamenkasti potrebno $900 \cdot 3 = 2700$ znamenki. Budući da je to više znamenki nego što je ostalo na raspolaganju, slijedi da je broj stranica knjige troznamenkast. Prema tome, sa 1434 znamenke mogu se označiti troznamenkasti redni brojevi na $1434 : 3 = 478$ stranica.

Sve zajedno, knjiga ima $9 + 90 + 478 = 577$ stranica.

4.4. Andriju, Josipa, Marka i Petra poredajmo najprije po starosti, od najmlađeg do najstarijeg: Petar, Andrija, Marko, Josip.

To znači da Andrija ima 5 godina više od Petra, Marko 5 godina više od Andrije, odnosno $5 + 5 = 10$ godina više od Petra, a Josip 5 godina više od Marka, tj. $10 + 5 = 15$ godina više od Petra.

To grafički možemo prikazati ovako:

$\boxed{}$	$\boxed{}\boxed{5}$	$\boxed{}\boxed{\ 10\ }$	$\boxed{}\boxed{\quad 15\quad}$.
Petar	Andrija	Marko	Josip

Budući da svi Anini ujaci zajedno imaju 158 godina, imamo

$$\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{5}\boxed{\ 10\ }\boxed{\quad 15\quad} = 158\,,$$

odnosno

$$\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{\qquad 30\qquad} = 158\,,$$

tj.

$$\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{} = 158 - 30 = 128$$

te

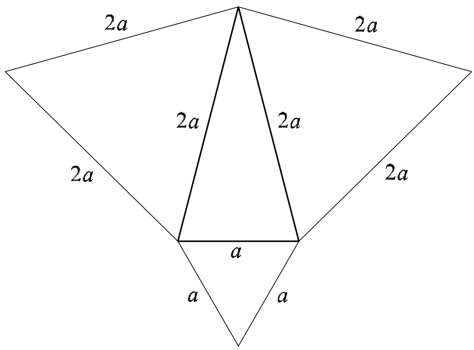
$$4 \cdot \boxed{} = 128$$

i konačno

$$\boxed{} = 128 : 4 = 32\,.$$

Dakle, Petar ima 32 godine, Andrija $32+5 = 37$ godina, Marko $32+10 = 42$ godine, a Josip $32 + 15 = 47$ godina.

4.5. Označimo sa a duljinu osnovice polaznog jednakokračnog trokuta. Duljina njegovih krakova tada je $2a$, a opseg $O_1 = a + 2a + 2a = 5a$.



Sl. 1.6.

Prema slici, opseg novonastalog lika je

$$O_2 = 2a + 2a + 2a + 2a + a + a = 10a,$$

dok je prema zadatku on za 225 cm veći od opsega polaznog trokuta. Zato vrijedi jednakost

$$10a = 5a + 225,$$

odakle je redom

$$\begin{aligned} 10a - 5a &= 225, \\ 5a &= 225, \\ a &= 225 : 5, \\ a &= 45 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Dakle, duljina osnovice polaznog jednakokračnog trokuta je $a = 45$ cm, a duljina njegovih krakova $2a = 2 \cdot 45 = 90$ cm.

* * *

5.1. Računamo redom:

$$\begin{aligned} &4253 - 53 \cdot (24\,491 - 9558 : 27 \cdot 69) + 14 \cdot 527 - 527 \cdot 4 \\ &= 4253 - 53 \cdot (24\,491 - 354 \cdot 69) + 14 \cdot 527 - 4 \cdot 527 \\ &= 4253 - 53 \cdot (24\,491 - 24\,426) + (14 - 4) \cdot 527 \\ &= 4253 - 53 \cdot 65 + 10 \cdot 527 \\ &= 4253 - 3445 + 5270 \\ &= 808 + 5270 \\ &= 6078. \end{aligned}$$

5.2. Razlika broja sličica u prvoj i drugoj hrpi na početku je iznosila 54. Ona se neće promijeniti izvadimo li iz svake od hrpa po 18 sličica, što znači da će se i nakon toga u prvoj hrpi nalaziti 54 sličice više nego u drugoj.

Prema uvjetima zadatka, u prvoj se hrpi tada nalazi četiri puta više sličica nego u drugoj pa je razlika broja sličica u prvoj i drugoj hrpi jednaka trostrukom broju sličica u drugoj hrpi.

Prema tome, u drugoj se hrpi nalazi $54 : 3 = 18$ sličica, a u prvoj četiri puta više, tj. $4 \cdot 18 = 72$ sličice.

Dakle, prije no što smo iz svake hrpe izvadili po 18 sličica, u prvoj se hrpi nalazilo $72 + 18 = 90$, dok je u drugoj hrpi bilo $18 + 18 = 36$ sličica.

5.3. *1. način.* Prema tekstu zadatka, broj 956 pri dijeljenju traženim brojem daje ostatak 11. Zato traženi broj dijeli broj $956 - 11 = 945$. Na sličan način zaključujemo da traženi broj dijeli i brojeve $1452 - 12 = 1440$, te $868 - 13 = 855$.

Prema tome, traženi broj dijeli sva tri broja 945, 1440 i 855, pa je on njihov zajednički djelitelj.

S druge strane, budući da dijeljenje brojeva 956, 1452 i 868 traženim brojem daje ostatke 11, 12 i 13, taj broj mora biti veći od najvećeg ostatka, tj. od broja 13. Dakle, traženi broj je najmanji zajednički djelitelj brojeva 945, 1440 i 855 koji je veći od 13.

Rastavljanjem na proste faktore dobijemo $945 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $1440 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ i $855 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 19$.

Odavde zaključujemo da su svi zajednički djelitelji brojeva 945, 1440 i 855 redom 1, 3, 5, 9, 15 i 45. Sada je jasno da je broj 15 traženi broj.

2. način. Budući da su ostaci pri dijeljenju brojeva 956, 1452 i 868 traženim brojem redom 11, 12 i 13, zaključujemo da je traženi broj nužno veći od 13, tj. najmanje 14.

S obzirom da tražimo najmanji broj s opisanim svojstvom, provjeravamo redom daju li brojevi 14, 15, 16, 17, ... tražene ostatke. Najmanji od njih s tim svojstvom traženi je broj.

Prvo računamo ostatke pri dijeljenju brojeva 956, 1452 i 868 s 14. Dobijemo $956 = 68 \cdot 14 + 4$, $1452 = 103 \cdot 14 + 10$ i $868 = 62 \cdot 14$, pa 14 očito nije traženi broj. No, kako je $956 = 63 \cdot 15 + 11$, $1452 = 96 \cdot 15 + 12$ i $868 = 57 \cdot 15 + 13$, zaključujemo da je traženi broj 15.

5.4. Tražimo četveroznamenkaste brojeve oblika $\overline{ab5d}$ kojima su znamenke a, b, 5 i d međusobno različite, a među svim takvim brojevima zanimaju nas višekratnici broja 36, tj. brojevi djeljivi s $36 = 4 \cdot 9$. Budući da su brojevi 4 i 9 relativno prosti, broj će biti djeljiv s 36 jedino ako je djeljiv i s 4 i s 9.

Iz činjenice da je broj djeljiv s 4 samo ako je njegov dvoznamenkasti završetak djeljiv s 4 slijedi da broj $\overline{5d}$ mora biti djeljiv s 4, što znači da je $d = 2$ ili $d = 6$. Prema tome, tražimo četveroznamenkaste brojeve oblika $\overline{ab52}$ ili $\overline{ab56}$, s međusobno različitim znamenkama, koji su djeljivi s 9, odnosno kojima je zbroj znamenaka djeljiv s 9.

Broj oblika $\overline{ab52}$ bit će djeljiv s 9 ako je zbroj njegovih znamenki $a+b+5+2$, tj. $a + b + 7$ djeljiv s 9. No, kako su a i b znamenke te $a \neq 0$, zbroj $a + b$ može poprimiti jedino vrijednosti $1, 2, 3, \ldots, 18$, odakle slijedi da je $a + b = 2$ ili $a + b = 11$.

Jedini četveroznamenkasti brojevi oblika $\overline{ab52}$ za koje je $a + b = 2$ su 2052 i 1152, od kojih niti jedan nije rješenje zadatka (nema međusobno različite znamenke). Četveroznamenkasti brojevi oblika $\overline{ab52}$ za koje je $a+b=11$ su 9252, 8352, 7452, 6552, 5652, 4752, 3852 i 2952, među kojima različite znamenke imaju samo 3852, 4752, 7452 i 8352.

Analogno postupimo i za brojeve oblika $\overline{ab56}$. Tu je $a+b+5+6$, tj. $a+b+11$ djeljivo s 9, pa opet razlikujemo dva slučaja: $a+b=7$ ili $a+b=16$.

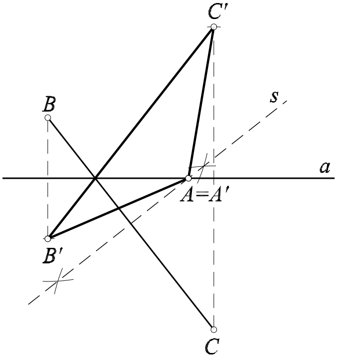
Uvjet $a+b=7$ zadovoljavaju brojevi 7056, 6156, 5256, 4356, 3456, 2556 i 1656, od kojih jedino 3456, 4356 i 7056 imaju međusobno različite znamenke. Konačno, uvjet $a+b=16$ ispunjavaju jedino brojevi 9756, 8856 i 7956, od kojih su rješenja zadatka samo 7956 i 9756.

Dakle, zadatak ima 9 rješenja, i to su brojevi 3456, 3852, 4356, 4752, 7056, 7452, 7956, 8352 i 9756.

5.5. *Analiza.* Pri osnoj simetriji, kojoj je os pravac a, točka A preslikala se u točku A', točka B u točku B', a točka C u točku C'. Također, točke pravca a pritom se preslikaju u same sebe i to su jedine točke s tim svojstvom. Budući da točka A' leži na pravcu a, zaključujemo da je $A'=A$.

Nadalje, trokut ABC je jednakokračan, s osnovicom $\overline{BC}$. To znači da je treći vrh tog trokuta, tj. točka A, jednako udaljena od točaka B i C pa leži na simetrali s dužine $\overline{BC}$. Dakle, točka A (tj. A') je presjek pravaca s i a.

Konstrukcija. Prvo konstruiramo simetralu s dužine $\overline{BC}$ i odredimo točku $A=A'$ kao presjek osi simetrije a i simetrale s. Zatim konstruiramo redom osnosimetrične slike B' i C' točaka B i C s obzirom na pravac a. Na kraju, vrhove A', B' i C' spojimo dužinama.



Sl. 1.7.

Dokaz konstrukcije. Da konstruirani trokut zadovoljava uvjete zadatka vidljivo je iz analize.

Rasprava. Uočimo da se pravci s i a uistinu sijeku u jednoj točki $A \notin \overline{BC}$ jer pravac BC nije okomit na a i ne prolazi polovištem dužine $\overline{BC}$. Dakle, točka A, pa time i trokuti ABC te $A'B'C'$, jedinstveni su.

* * *

6.1. Izračunajmo najprije vrijednost razlomka, tako da izračunamo vrijednost njegovog brojnika i nazivnika. Za izraz u brojniku vrijedi redom:

$$1\frac{3}{4}:\frac{2}{3}=\frac{7}{4}\cdot\frac{3}{2}=\frac{21}{8},$$

$$1.75\cdot 1.125=\frac{7}{4}\cdot\frac{9}{8}=\frac{63}{32},$$

te

$$\begin{aligned}\left(1\frac{3}{4}:\frac{2}{3}-1.75\cdot 1.125\right):\frac{7}{12}&=\left(\frac{21}{8}-\frac{63}{32}\right):\frac{7}{12}=\frac{21}{32}:\frac{7}{12}\\&=\frac{21}{32}\cdot\frac{12}{7}=\frac{9}{8},\end{aligned}$$

dok je vrijednost izraza u nazivniku:

$$\left(\frac{13}{40}-0.2125\right)\cdot 400=0.1125\cdot 400=45.$$

Vrijednost razlomka zato je

$$\frac{\left(1\frac{3}{4}:\frac{2}{3}-1.75\cdot 1.125\right):\frac{7}{12}}{\left(\frac{13}{40}-0.2125\right)\cdot 400}=\frac{\frac{9}{8}}{45}=\frac{9}{8}\cdot\frac{1}{45}=\frac{1}{40}.$$

Zbog

$$6.79:0.7+0.3=9.7+0.3=10$$

konačno imamo

$$\frac{\left(1\frac{3}{4}:\frac{2}{3}-1.75\cdot 1.125\right):\frac{7}{12}}{\left(\frac{13}{40}-0.2125\right)\cdot 400}\cdot(6.79:0.7+0.3)=\frac{1}{40}\cdot 10=\frac{1}{4}=0.25.$$

6.2. Nakon što je prešao 1 km i $\frac{1}{2}$ ostatka puta, Marku je za pješačenje preostala još $\frac{1}{2}$ ostatka puta od mjesta A do mjesta B. No, kako mu je prema uvjetima zadatka za pješačenje ostala $\frac{1}{3}$ cijelog puta i još 1 km hoda, zaključujemo da je duljina $\frac{1}{2}$ ostatka puta jednaka 1 km uvećanom za duljinu $\frac{1}{3}$ cijelog puta. Budući da je cijeli ostatak puta dvostruko duži od svoje polovine, slijedi da njegova duljina iznosi 2 km uvećana za $\frac{2}{3}$ duljine cijelog puta.

Prema tome, put od mjesta A do mjesta B možemo podijeliti u tri dionice: prva je dionica duga 1 km, zatim slijedi dionica čija duljina iznosi $\frac{2}{3}$ duljine cijelog puta, a put završava dionicom dugom 2 km. Zato $\frac{1}{3}$ udaljenosti od mjesta A do mjesta B iznosi $1+2=3$ km.

Sada je jasno da je udaljenost od mjesta A do mjesta B trostruko tolika, tj. iznosi $3 \cdot 3 = 9$ km.

6.3. Označimo kutije koje sadrže točno jednu kuglicu oznakom A, kutije koje sadrže točno dvije kuglice oznakom B, a one koje sadrže tri kuglice oznakom C. Broj kutija tipa A veći je ili jednak od 7, što znači da je u takvim kutijama raspoređeno najmanje 7 kuglica, odakle slijedi da je u kutijama tipa B i C raspoređeno najviše 18 kuglica. S druge strane, prema pretpostavci zadatka, u kutijama tipa B i C raspoređeno je najmanje 18 kuglica. Kako je ukupni broj kuglica jednak $25 = 7 + 18$, to je moguće jedino ako je u kutije tipa A raspoređeno točno 7 kuglica, a u ostale kutije (tipa B i C) točno 18 kuglica. Prema tome, kutija tipa A ima 7, što znači da i kutija tipa B i C ima ukupno $14 - 7 = 7$. To je moguće u ovih 8 slučajeva:

Broj kutija tipa B	7	6	5	4	3	2	1	0
Broj kutija tipa C	0	1	2	3	4	5	6	7

Kada bi bilo 7 kutija tipa B i nijedna kutija tipa C, u njima bi se nalazilo ukupno $7 \cdot 2 + 0 \cdot 3 = 14$ kuglica, što je u suprotnosti s činjenicom da je ukupni broj kuglica u kutijama tipa B i C jednak 18. Nadalje, kada bi bilo 6 kutija tipa B i samo jedna kutija tipa C, u njima bi bilo $6 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 15$ kuglica, što opet nije istinito. Analogno izračunamo broj kuglica i u ostalim slučajevima, što prikazujemo dodavanjem još jednog retka u tablici:

Broj kutija tipa B	7	6	5	4
Broj kutija tipa C	0	1	2	3
Ukupno kuglica u B i C	$7 \cdot 2 + 0 \cdot 3 = 14$	$6 \cdot 2 + 1 \cdot 3 = 15$	$5 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 16$	$4 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 17$

Broj kutija tipa B	3	2	1	0
Broj kutija tipa C	4	5	6	7
Ukupno kuglica u B i C	$3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 18$	$2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 19$	$1 \cdot 2 + 6 \cdot 3 = 20$	$0 \cdot 2 + 7 \cdot 3 = 21$

Odavde slijedi da kutija tipa B i C ima redom 3 i 4.

Dakle, ima 7 kutija s točno jednom kuglicom, 3 kutije s točno dvije kuglice i 4 kutije s tri kuglice.

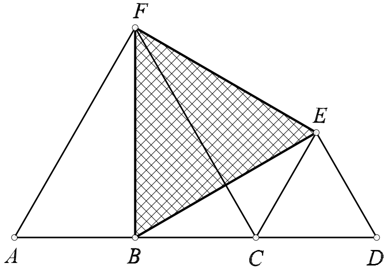
6.4. Budući da vršni kutovi imaju jednake veličine, sa slike u zadatku odmah čitamo: $\gamma = 40^\circ$ (vršni kutovi s vrhom C), $\sphericalangle DFC = 30^\circ$ (vršni kutovi s vrhom F) i $\sphericalangle BEC = 35^\circ$ (vršni kutovi s vrhom E). Dalje koristimo činjenicu da zbroj veličina unutarnjih kutova u svakom trokutu iznosi 180°. Primijenimo li to na trokut FCD, dobijemo $\sphericalangle DFC + \gamma + \delta = 180^\circ$, odakle je $\delta = 180^\circ - \sphericalangle DFC - \gamma = 180^\circ - 30^\circ - 40^\circ = 110^\circ$.

Analogno, u trokutu BCE je $\beta + \gamma + \sphericalangle BEC = 180^\circ$, tj. $\beta = 180^\circ - \gamma - \sphericalangle BEC = 180^\circ - 40^\circ - 35^\circ = 105^\circ$. Nadalje, kutovi $\delta = \sphericalangle ADC$ i $\sphericalangle ADE$ su sukuti, te je $\sphericalangle ADE = 180^\circ - \delta = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.

Ostaje odrediti još samo kut $\alpha = \sphericalangle BAD$. On je vanjski kut kod vrha A trokuta ADE pa za njega vrijedi relacija $\alpha = \sphericalangle AED + \sphericalangle ADE = \sphericalangle BEC + \sphericalangle ADE = 35^\circ + 70^\circ = 105^\circ$.

Prema tome, $\alpha = \beta = 105^\circ$, $\gamma = 40^\circ$ i $\delta = 110^\circ$.

6.5.



Sl. 1.8.

Odmah uočavamo da je $|AC| = |AF| = |FC| = |BD|$ i $|AB| = |BC| = |CD| = |DE| = |CE|$. Iz toga slijedi da je pravac BF simetrala dužine $\overline{AC}$ (točke B i F jednako su udaljene od krajeva A i C dužine $\overline{AC}$), pa je $BF \perp AC$, tj. $\sphericalangle CBF = \sphericalangle ABF = 90^\circ$. Prema tome, trokut ABF je pravokutan, s kutovima $\sphericalangle FAB = \sphericalangle FAC = 60^\circ$ (trokut ACF je jednakostraničan) i $\sphericalangle AFB = 30^\circ$.

No, iz $|BD| = |AF|$, $|AB| = |DE|$ i $\sphericalangle FAB = \sphericalangle BDE = \sphericalangle CDE = 60^\circ$ (trokut CDE je jednakostraničan) slijedi da je $\triangle ABF \cong \triangle DEB$ (poučak S-K-S). Zato je $|BF| = |BE|$, te je trokut BEF jednakokračan.

Iz dokazane sukladnosti slijedi i da je $\sphericalangle DBE = \sphericalangle AFB = 30^\circ$, pa je $\sphericalangle FBE = \sphericalangle FBC - \sphericalangle DBE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$. Dakle, trokut BEF je jednakokračan, s kutom od 60° između krakova, te je on jednakostraničan.

Napomena. Nakon dokaza sukladnosti trokuta ABF i DEB analogno se mogla dokazati i sukladnost trokuta ABF i CEF ($|FC| = |AF|$, $|CE| = |AB|$, $\sphericalangle FCE = 180^\circ - \sphericalangle ACF - \sphericalangle DCE = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ = \sphericalangle FAB$), odakle je $|EF| = |BF|$, te je $|BF| = |BE| = |EF|$, tj. trokut BEF je jednakostraničan.

* * *

7.1. Prvo ćemo izračunati vrijednost razlomka. Za brojnik vrijedi:

$$1.2 : 36 = \frac{12}{10} \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{30},$$
$$1\frac{1}{5} : 0.25 = \frac{6}{5} : \frac{1}{4} = \frac{6}{5} \cdot 4 = \frac{24}{5}.$$

Vrijednost izraza u zagradi u brojniku sada je

$$1.2 : 36 + 1\frac{1}{5} : 0.25 - 1\frac{5}{6} = \frac{1}{30} + \frac{24}{5} - \frac{11}{6} = 3,$$

pa je vrijednost brojnika

$$\left(1.2 : 36 + 1\frac{1}{5} : 0.25 - 1\frac{5}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{4} = 3 \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{4}.$$

Analogno postupamo i pri računanju vrijednosti nazivnika. Imamo redom:

$$\begin{aligned}[(7 - 6.35) : 6.5 + 9.9] \cdot \frac{1}{12.8} &= (0.65 : 6.5 + 9.9) \cdot \frac{1}{12.8} \\ &= (0.1 + 9.9) \cdot \frac{1}{12.8} = 10 \cdot \frac{1}{12.8} = 10 : \frac{128}{10} = 10 \cdot \frac{10}{128} = \frac{25}{32}.\end{aligned}$$

Konačno, vrijednost razlomka je

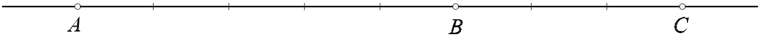
$$\frac{\frac{15}{4}}{\frac{25}{32}} = \frac{15}{4} \cdot \frac{32}{25} = \frac{24}{5}$$

pa vrijedi

$$\begin{aligned}\frac{\left(1.2 : 36 + 1\frac{1}{5} : 0.25 - 1\frac{5}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{4}}{[(7 - 6.35) : 6.5 + 9.9] \cdot \frac{1}{12.8}} : 0.125 &= \frac{24}{5} : \frac{1}{8} = \frac{24}{5} \cdot 8 \\ &= \frac{192}{5} = \frac{384}{10} = 38.4.\end{aligned}$$

7.2. *1. način.* Označimo broj djevojčica u odjeljenju sa x. Prema tekstu zadatka, broj dječaka u tom odjeljenju jednak je 60% broja djevojčica, tj. $\frac{60}{100}x$, odnosno $\frac{3}{5}x$. Prema tome, u tom odjeljenju ima ukupno $x + \frac{3}{5}x = \frac{8}{5}x$ učenika. Budući da je $\left(\frac{3}{5}x\right) : \left(\frac{8}{5}x\right) = \frac{3}{8}$, tj. $\frac{3}{5}x = \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{5}x$, dječaci čine $\frac{3}{8}$ ukupnog broja učenika u odjeljenju, te je njihov postotak $\frac{3}{8} \cdot 100\% = \frac{75}{2}\% = 37.5\%$. Dakle, u danom odjeljenju 7. razreda dječaci čine 37.5% ukupnog broja učenika.

2. način. Zadatak možemo riješiti i grafički. Neka duljina dužine $\overline{AB}$ na pravcu predstavlja ukupni broj djevojčica u danom odjeljenju. Budući da broj dječaka u tom odjeljenju iznosi $60\% = \frac{3}{5}$ broja djevojčica, dužinu $\overline{AB}$ podijelimo na 5 jednakih dijelova (jediničnih dužina) i od točke B udesno na pravac nanesimo dužinu $\overline{BC}$ čija je duljina jednaka $\frac{3}{5}|AB|$, tj. nanesimo 3 jedinične dužine, kao na slici.



Sl. 1.9.

Ukupni broj učenika u odjeljenju tada je jednak duljini dužine $\overline{AC}$, $|AC|$. Sa slike vidimo da duljina $|AC|$ iznosi 8 jediničnih duljina, a da na dječake otpadaju 3 jedinične duljine, iz čega zaključujemo da dječaci čine $\frac{3}{8} = 0.375$ odjeljenja, tj. 37.5% ukupnog broja učenika u tom odjeljenju 7. razreda.

7.3. *1. način.* Neka je x broj djevojaka koje su te večeri bile u plesnoj školi. Prva od njih plesala je s $9 = 8 + 1$ mladića, druga s $10 = 8 + 2$ mladića, treća s $11 = 8 + 3$ mladića itd. Iz toga zaključujemo da je posljednja, tj. x-ta djevojka plesala s $8+x$ mladića. U plesnoj školi bilo je ukupno 26 mladih (i svi su plesali), odakle dobivamo jednadžbu $x + (8 + x) = 26$. Njeno je rješenje $x = 9$. Dakle, u plesnoj školi bilo je 9 djevojaka i $26 - 9$, tj. 17 mladića.

2. način. Zadatak se može riješiti i metodom uzastopnog približavanja. Da je u plesnoj školi bila samo jedna djevojka, plesala bi sa svim mladićima, njih 9, što bi značilo da je u plesnoj školi ukupno $1 + 9 = 10$ mladih. No, kako to nije istina (bilo je 26 mladih), u plesnoj školi bile su bar dvije djevojke. Da su bile točno dvije, prva bi plesala s 9, a druga sa svih 10 mladića, pa bi u plesnoj školi bilo $2 + 10 = 12$ mladih, što nije točno. Dakle, u plesnoj školi bile su bar tri djevojke. Nastavimo li postupak na isti način, zaključujemo da svaka djevojka više znači i jednog mladića više.

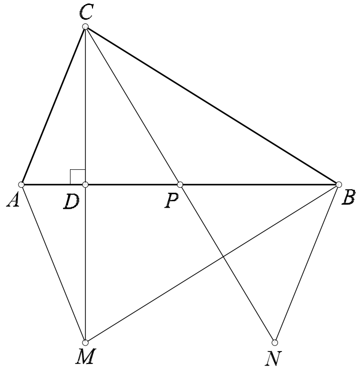
Prikažimo tablicom ovisnost broja mladića i ukupnog broja mladih u plesnoj školi o broju djevojaka:

DJEVOJKE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...
MLADIĆI	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	...
UKUPNO	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	...

Budući da je u plesnoj školi bilo 26 mladih, iz tablice čitamo da je od toga bilo 9 djevojaka i 17 mladića.

7.4. Označimo s n broj stranica (tj. vrhova ili kutova) danog mnogokuta. Uočimo najprije da je zbroj vanjskih kutova mnogokuta jednak 360°. Zaista, vanjski i unutarnji kut kod svakog vrha mnogokuta su sukuti, tj. njihov zbroj iznosi 180°. Zato zbroj svih unutarnjih i vanjskih kutova tog mnogokuta iznosi $n \cdot 180^\circ$. Budući da je zbroj svih unutarnjih kutova jednak $(n-2) \cdot 180^\circ$, zbroj svih vanjskih kutova iznosi $n \cdot 180^\circ - (n-2) \cdot 180^\circ = 2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$. Prema uvjetu zadatka, zbroj dva unutarnja kuta tog mnogokuta zato iznosi $672^\circ - 360^\circ = 312^\circ$, pa je veličina jednog jednaka $312^\circ : 2 = 156^\circ$. Prema poznatoj formuli zato je $\frac{(n-2) \cdot 180}{n} = 156$, tj. $(n-2) \cdot 180 = 156n$, i dalje redom: $180n - 360 = 156n$, $180n - 156n = 360$, $24n = 360$, tj. $n = 15$. Dakle, traženi mnogokut ima 15 stranica.

7.5. *1. način.* Iz teksta zadatka jasno je da se dužine $\overline{AB}$ i $\overline{CN}$ međusobno raspolavljaju, pa je četverokut $ANBC$ paralelogram (dijagonale mu se međusobno raspolavljaju). Zato je $\sphericalangle ABN = \sphericalangle BAC = 68^\circ$. Nadalje, kut $\sphericalangle MBA$ osnosimetrična je slika kuta $\sphericalangle ABC$ s obzirom na pravac AB kao os simetrije, te je $\sphericalangle MBA = \sphericalangle ABC = 32^\circ$. Konačno, $\sphericalangle MBN = \sphericalangle ABN - \sphericalangle MBA = 68^\circ - 32^\circ = 36^\circ$.



Sl. 1.10.

2. način. Dokažimo da je $\triangle DBM \cong \triangle DBC$. To slijedi primjenom poučka S-K-S, budući da je $\overline{DB}$ zajednička stranica ta dva trokuta, $|CD| = |MD|$ po pretpostavci, a $\sphericalangle CDB = \sphericalangle BDM = 90^\circ$ zbog $CM \perp AB$. Odavde slijedi i jednakost odgovarajućih kutova u trokutima DBM i DBC, te je $\sphericalangle DBM = \sphericalangle DBC = \sphericalangle ABC = 32^\circ$. Dokažimo da je i $\triangle APC \cong \triangle BPN$. Točka P je polovište stranice $\overline{AB}$ te je $|AP| = |PB|$. Prema uvjetima zadatka također je i $|CP| = |PN|$, a vrijedi i jednakost $\sphericalangle APC = \sphericalangle BPN$ jer su to vršni kutovi. Sukladnost trokuta APC i BPN sada slijedi po poučku S-K-S. Odavde je $\sphericalangle PBN = \sphericalangle PAC = \sphericalangle BAC = 68^\circ$. Konačno, $\sphericalangle MBN = \sphericalangle PBN - \sphericalangle PBM = \sphericalangle PBN - \sphericalangle DBM = 68^\circ - 32^\circ = 36^\circ$. Dakle, $\sphericalangle MBN = 36^\circ$.

* * *

8.1. Najprije izračunajmo vrijednost razlomka. Vrijedi:

$$5.2^2 : 2.6 + 8.1 = \frac{5.2 \cdot 2 \cdot 2.6}{2.6} + 8.1 = 10.4 + 8.1 = 18.5,$$
$$18.5^2 - 6.5^2 = (18.5 + 6.5) \cdot (18.5 - 6.5) = 25 \cdot 12 = 300,$$

pa je vrijednost brojnika

$$\left[\left(5.2^2 : 2.6 + 8.1\right)^2 - 6.5^2\right] : 0.025 = 300 : \frac{1}{40} = 300 \cdot 40 = 12\,000.$$

U nazivniku imamo

$$60.192 : 2.4 - 1.08 = 25.08 - 1.08 = 24$$

te je

$$\begin{aligned}(60.192 : 2.4 - 1.08)^2 - 0.24 \cdot 1400 &= 24^2 - 0.24 \cdot 100 \cdot 14 = 24^2 - 24 \cdot 14\\ &= 24 \cdot (24 - 14) = 24 \cdot 10 = 240,\end{aligned}$$

odakle je vrijednost razlomka

$$\frac{\left[\left(5.2^2 : 2.6 + 8.1\right)^2 - 6.5^2\right] : 0.025}{(60.192 : 2.4 - 1.08)^2 - 0.24 \cdot 1400} = \frac{12\,000}{240} = 50,$$

pa je vrijednost čitavog izraza

$$50 : 0.125 = 50 : \frac{1}{8} = 50 \cdot 8 = 400.$$

Dakle, tražena vrijednost je 400.

8.2. Izvršimo li naznačene operacije, dobivamo sljedeći niz međusobno ekvivalentnih jednadžbi:

$$9x^2 - 6ax + a^2 + 16x^2 + 8x + 1 = 25x^2 - 10x + 1$$
$$\iff -6ax + 8x + a^2 = -10x$$
$$\iff (6a - 18)x = -a^2.$$

Sada razlikujemo dva slučaja: $6a - 18 \neq 0$ i $6a - 18 = 0$, tj. $a \neq 3$ i $a = 3$.

a) $6a - 18 \neq 0$. Sada zadnju napisanu jednadžbu smijemo podijeliti s $6a - 18$, čime dobivamo da je $x = \dfrac{a^2}{18 - 6a}$ njeno jedinstveno rješenje, a time i jedinstveno rješenje polazne jednadžbe. Dakle, u ovom slučaju jednadžba ima jedinstveno rješenje.

b) $6a - 18 = 0$. Ovdje je $a = 3$, te je $a^2 = 3^2 = 9 \neq 0$. Zato jednadžba ima oblik $0 \cdot x = 9$, tj. $0 = 9$, što nije istinito. Prema tome, u ovom slučaju ne postoji realan broj x koji zadovoljava jednadžbu, tj. ona nema rješenja.

Konačno, polazna jednadžba nema rješenja jedino u slučaju kada je $a = 3$, dok za sve realne brojeve $a \neq 3$ ona ima jedinstveno rješenje.

8.3. Brod je plovio od mjesta A do mjesta B na rijeci, i od mjesta B natrag do mjesta A. U jednom od ta dva međusobno suprotna smjera on je plovio nizvodno (niz rijeku), a u drugom uzvodno (uz rijeku). Označimo brzinu broda kad plovi po mirnoj (stajaćoj) vodi s v_b, a brzinu rijeke s v_r. Na putu niz rijeku brzina broda je $v_b + v_r$, dok na putu uz rijeku ona iznosi $v_b - v_r$. Prema pretpostavci zadatka zato je $v_b - v_r = 16$ km/ h, odakle slijedi da je udaljenost od 80 km riječki brod preplovio za $\dfrac{80}{16} = 5$ sati. Budući da je cijeli put od mjesta A do mjesta B i natrag preplovio za 8 sati i 20 minuta, tj. za $8\dfrac{1}{3}$ sata, za put nizvodno brodu je trebalo $8\dfrac{1}{3} - 5 = 3\dfrac{1}{3}$ sata. To znači da je njegova brzina na putu niz rijeku bila $\dfrac{80}{3\frac{1}{3}} = 80 : \dfrac{10}{3} = 24$ km/ h, tj. $v_b + v_r = 24$ km/ h. Time smo dobili sustav linearnih jednadžbi za v_b i v_r: $v_b + v_r = 24$, $v_b - v_r = 16$. Metodom suprotnih koeficijenata odmah je $v_b = 20$ i $v_r = 4$. Dakle, brzina rijeke je 4 km/ h.