

I.1. Dva mladića udvaraju istoj djevojci. Ona im reče: “Napišite mi svaki po jednu pjesmu. Odabrat ću onu koja mi se bude više svidjela. *Pogodim li* koji ju je od vas dvojice napisao, poći ću za *njega*. *Ne pogodim li*, poći ću za onog koji je napisao *drug* pjesmu.”

Je li takva pogodba “fair”?

I.2. Na nekom srednjovjekovnom sudu sudilo se ovako: Sudac bi optuženome pružio dvije cedulje, od kojih je na jednoj stajalo “život”, a na drugoj “smrt”. Optuženi je zavezanih očiju morao odabrati jednu od njih. Ako je na njoj stajalo “život”, bio bi oslobođen, a u protivnom slučaju bio bi pogubljen.

Jedan optuženi saznao je da mu je sudac nesklon, i da je na obje cedulje koje će dobiti na izbor napisao “smrt”. On ipak nije stradao, već je znajući namjeru suca da ga sa sigurnošću uništi iskoristio za to da se sa sigurnošću spasio. Kako?

I.3. Pleme ljudoždera uhvati istraživača. Njihov poglavica mu reče: “Moraš dati jednu suvislu izjavu. Ako ona bude *istinita*, *ispeći ćemo* te i pojesti, a ako ona bude *lažna*, *skuhat ćemo* te i pojesti.”

Može li se istraživač spasiti?

I.4. U nekoj zemlji usvojen je ovaj zakon: “U našem glavnom gradu stanovat će gradonačelnici svih *onih* gradova koji *ne* stanuju u gradu čiji su gradonačelnici, ali *nijedan drugi* gradonačelnik.”

Gdje treba stanovati gradonačelnik glavnog grada?

I.5. Neki putnik našao se pred raskrižjem i ne zna treba li — da bi došao u mjesto *A* — poći lijevim ili desnim putem.

Iz kuće pokraj raskrižja izađe jedan čovjek. Putnik zna da u toj kući žive dva brata, od kojih jedan *uvijek* govori istinu, a drugi *uvijek* laže.

Može li putnik postaviti čovjeku *jedno jedino* pitanje, pa da iz odgovora sazna kojim putem treba poći?

I.6. Profesor pozove tri svoja nadarena učenika i reče im: “Ovdje imam nekoliko kapa, i to dvije crne, a ostale bijele. Svakome od vas stavit ću na glavu jednu od njih. Tako će svaki od vas vidjeti kakve kape imaju na glavi njegovi prijatelji, ali neće vidjeti kakvu ima on sam, niti koje su preostale.”

Kad je to učinio, upita profesor prvog učenika: “Koje je boje kapa koju imaš na glavi?” Ovaj odgovori da ne zna. Isto je bilo i s drugim učenikom. Što će reći treći?

I.7. Profesor, koji je u prošlom zadatku svojim učenicima stavljao kape na glavu, htio je konstruirati problem kojim bi ispitao koji je od njegova tri darovita učenika najdarovitiji. Nakon nešto razmišljanja pozove ih opet k sebi i reče:

“Ovdje imam nekoliko kapa, od toga dvije crne a ostale bijele. Svakome od vas stavit ću na glavu jednu od njih. Tako će svaki od vas vidjeti kakve kape imaju na glavi njegovi prijatelji, ali neće vidjeti kakvu ima on sam niti koje su preostale. Tko od vas prvi zaključiti kakvu kapu ima na glavi, neka se javi i reče.”

Tada profesor stavi svakome na glavu bijelu kapu. Profesor je rasuđivao ovako:

Onaj od mojih učenika koji je najdarovitiji, prvi će se sjetiti zaključivati ovako: “*Pretpostavimo* da imam *crnu* kapu. Tada bi svaki od mojih prijatelja vidio jednu bijelu i jednu crnu kapu (jer ja vidim da oni obojica imaju bijele). Svaki od njih mogao bi dakle zaključiti ovo: “Da i *ja* imam crnu kapu, vidio bi netko od nas dvije crne, pa bi se odmah javio da ima bijelu. No, nitko se nije javio. Znači da *imam bijelu*.” Darovitiji od njih prvi bi to zaključio i javio se. No, kako se to nije dogodilo, znači da *ja nemam crnu* kapu nego *bijelu*.” Na to će se taj javiti i ja ću saznati koji od mojih učenika je najdarovitiji.

Je li profesor ispravno zaključivao?

I.8. Nakon dulje diskusije o teškim problemima tri mudraca legla su u hladovinu i zaspala. Dok su spavali, jedan njihov učenik premazao im je lica bojom. Kada su se probudili, svaki je vidio namazana lica druge dvojice. Svi su prasnuli u smijeh i svaki je pomislio da je njegovo lice čisto, a da se druga dvojica smiju jedan drugome.

Najpametniji od njih ipak se ubrzo uozbiljio. Zašto?

(Pretpostavlja se da su sva tri mudraca *približno podjednako* pametna, tj. da do istih zaključaka dolaze za približno jednako vrijeme. Dakako, čim je zaključak *teži*, treba im za to *više* vremena. Oni su svi toga svjesni.)

I.9. Utrka Ahileja i kornjače poznata je još iz stare Grčke. Radi se zapravo o ovome:

Ahilej trči deset puta brže negoli kornjača. U času kad su počeli trčati, kornjača je imala 100 metara prednosti. Dok Ahilej pretrči tih 100 metara, kornjača odmakne za 10 metara pa je Ahilej još nije stigao. Kad on pretrči i tih 10 metara, kornjača pretrči jedan metar i Ahilej je još uvijek neće stići itd. Dakle, Ahilej nikad neće stići kornjaču.

U čemu je pogreška ovog zaključivanja koje je dovelo do očito neispravnog rezultata?

I.10. Gdje je pogreška u ovom izvodu:

“Neka je dan beskonačni geometrijski red

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots \quad (1)$$

Označimo li sa s_n zbroj njegovih prvih n članova,

$$s_n = 1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1}, \quad (2)$$

vrijedit će za svaki n formula rekurzije

$$s_{n+1} = 1 + x \cdot s_n. \quad (3)$$

Prijeđemo li u ovoj jednakosti na limes kad $n \rightarrow \infty$, dobit ćemo

$$\lim s_{n+1} = \lim(1 + x s_n) = 1 + x \cdot \lim s_n. \quad (4)$$

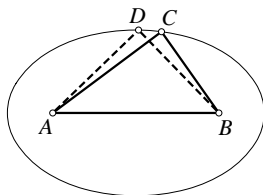
Očito je $\lim s_{n+1} = \lim s_n$. Označimo li, dakle, vrijednost ovih limesa sa S , bit će zbog (4)

$$S = 1 + xS \quad \text{ili} \quad S(1 - x) = 1 \quad (5)$$

i odatle za svaki $x \neq 1$

$$S = \frac{1}{1 - x}. \quad (6)$$

(Dobiveni rezultat sigurno je pogrešan jer bi (6) značilo da se zadani beskonačni geometrijski red može sumirati za svaki $x \neq 1$.)



Sl. 1.1.

I.11. Ako trokut ABC na sl. 1.1. nije istostraničan, onda ima barem dvije različite stranice CA i BC .

Konstruirajmo elipsu sa žarištima A i B koja prolazi kroz C . Neka je D tjeme te elipse uz njezinu malu poluos. Tad je $|AD| + |DB| = |AC| + |CB|$, pa trokuti $\triangle ABC$ i $\triangle ABD$ imaju isti opseg s . Drugi međutim ima *veću* površinu negoli prvi jer oba imaju *ist*u bazu, a prvi ima *manju* visinu. Kakav god, dakle, bio dani *neistostranični* trokut zadanog opsega s , postoji neki drugi trokut istog opsega koji ima *veću* površinu.

Smijemo li *odatle* izvesti zaključak da od svih trokuta zadanog opsega s najveću površinu ima *istostranični* trokut?

I.12., Neki je utamničnik u nedjelju obaviješten da će tijekom sljedećeg tjedna biti obješen, ali o danu izvršenja presude saznat će tek toga dana u 9 sati ujutro. On tad zaključuje ovako: “Ne mogu me objesiti u subotu, jer bih to znao već u subotu prije 9 sati budući da do uključivo petka još ne bih bio obješen. No, ne mogu me objesiti ni u petak, jer bih onda opet znao za to u petak prije 9 sati budući da subota ne dolazi u obzir. Analogno proizlazi da me ne mogu objesiti ni u četvrtak, srijedu, utorak ni ponedjeljak.” Tako smiren pođe spavati. U srijedu ga u 9 sati ujutro obavijeste da će tog dana biti obješen — u skladu s presudom, jer za to ranije nije znao. Kako je to moguće?

Rješenja I.

I.1. Uz navedenu pogodbu djevojka će sigurno poći za onog mladića, za kojeg pretpostavi da je napisao pjesmu koja joj se više sviđa.

Ako je naime pogodila, to je očito. Ako pak nije pogodila, *neće* poći za onog koji je napisao odabranu pjesmu, već za *drugog* — dakle opet za onog za kojeg je (ovaj put pogrešno) *pretpostavila* da je napisao odabranu pjesmu.

Prema tome, ako je “fair” pogodba ona u kojoj oba mladića imaju iste izgledе, onda prijedlog djevojke *nije* “fair”.

I.2. Optuženi je uzeo jednu cedulju i odmah je progutao. Tad je mogao ustvrditi da je na njoj po zakonima suđenja moralo pisati suprotno od onog što stoji na preostaloj cedulji. A kako je na preostaloj stajalo “smrt”, sudac ga je morao osloboditi.

I.3. Istraživač će biti spašen ako izjavi: “Vi ćete me skuhati”.

Naime, tad ga *ne* smiju ispeći, jer je pečenje predviđeno za *istinitu* izjavu, a kad bi ga ispekli, izjava “Vi ćete me skuhati” bila bi *lažna*. No *ne* smiju ga ni *skuhati*, jer je kuhanje predviđeno za *lažnu* izjavu, a kad

bi ga skuhati, izjava “Vi ćete me skuhati” bila bi *istinita*. Prema tome, ako se poglavica drži obećanja, neće *ni* skuhati *ni* ispeći istraživača.

Rješenje prividnog paradoksa je u ovome: Iz osude poglavice čini se u prvi mah da će istraživač svakako stradati, jer kakvu god izjavu dao, ona će biti *bilo* istinita *bilo* lažna. Međutim, izjava “Vi ćete me skuhati” sama po sebi nije *ni* istinita *ni* lažna, već njezina istinitost, odnosno neistinitost, ovisi o budućim događajima.

Uostalom, “Vi ćete me skuhati” nije jedina spasonosna izjava istraživača. Sličnim rasuđivanjem možemo se uvjeriti da bi ga na primjer spasila i izjava: “Vi me nećete ispeći”.

I.4. Gradonačelnik glavnog grada ne smije *tamo* stanovati jer bi u takvu slučaju stanovao u *svom* gradu, a takvi *ne mogu* stanovati u glavnom gradu. No, ne smije stanovati ni *izvan* njega, jer tad *ne bi* stanovao u *svom* gradu, pa bi onda morao stanovati u glavnom gradu.

Rješenje prividnog paradoksa je u tome što usvojeni zakon ne određuje za gradonačelnika svakog grada gdje će stanovati. Isto tako to npr. ne određuje ni zakon: “Svaki gradonačelnik će stanovati u glavnom gradu i neće stanovati u glavnom gradu”.

Razlika je samo u tome što je u ovom posljednjem zakonu kontradiktornost neposredno očita, dok u prvom do nje dolazimo tek izvođenjem određenih zaključaka.

Poznat je niz interpretacija ovog istog logičkog zadatka. Na primjer:

U nekom selu brijač brije sve one stanovnike koji se ne briju sami i nikoga drugoga. Brije li brijač sebe?

Ili:

Neka knjižnica sadrži, osim ostaloga, i razne kataloge svojih knjiga. Jednog dana knjižničar odluči sastaviti katalog upravo svih onih kataloga knjižnice, koji nisu sadržani u svojem popisu knjiga. Hoće li taj katalog biti sadržan u svojem popisu knjiga?

I.5. Putnik može postaviti ovo pitanje: “Što bi odgovorio tvoj brat kad bih ga pitao hoću li lijevim putem stići u mjesto A?”

Uvjerit ćemo se u ovo: Ako dobije odgovor da bi to brat *potvrdio*, putnik treba poći *desnim* putem, a ako dobije odgovor da bi to brat *negirao*, treba poći *lijevim*. Ako tako postupi, sigurno je odabrao ispravan put.

Da bismo ovo dokazali razlikovat ćemo četiri slučaja:

Ako putnik razgovara s *lašcem*, a ovaj mu veli da bi ga njegov brat uputio *lijevim* putem, onda to *nije* istina, tj. njegov brat koji govori *istinu* uputio bi ga *desnim*, pa je dakle *taj* ispravan. Ako pak putnik razgovara s *istinoljubivim* bratom pa mu ovaj veli da bi ga njegov brat uputio *lijevim* putem, onda je stvarno tako, tj. *lašac* bi ga uputio da ide *lijevim* putem, pa je taj put neispravan, a ispravan je *desni*. Znači, od koga god dobije odgovor da bi bio upućen na lijevi put, treba poći *desnim*.

Naprotiv, ako putnik razgovara s *lašcem*, a ovaj mu veli da bi ga njegov brat uputio *desnim* putem, to opet *nije* istina, pa bi ga istinoljubivi uputio *lijevim*, koji je u tom slučaju pravi. Isto tako, ako razgovara s *istinoljubivim*, ako taj kaže da bi njegov brat preporučio desni put, onda je zaista tako, pa taj put *nije* dobar i treba poći *lijevim*. Sad dakle, od koga god dobije odgovor da bi bio upućen na desni put, treba poći lijevim.

Ukratko, ako putnik pođe *suprotnim* putem od onog za koji dobije odgovor da bi mu bio preporučen od brata čovjeka s kojim razgovara, onda može biti siguran da je odabrao *ispravan* put.

Dano rješenje nije jedino. Putnik bi mogao postaviti i ovo pitanje: “Što bi mi *ti* odgovorio kad bih ti postavio pitanje hoću li lijevim putem stići u *A*?”

Sličnim rasuđivanjem dolazimo do toga da putnik sad treba poći onim *istim* putem za koji mu upitani odgovori da bi ga uputio na njega — pa će sigurno stići u mjesto *A*. (Ukratko: Ako putnik razgovara s istinoljubivim bratom, to je očito. Ako pak razgovara s lašcem, onda *nije istina* da bi on putniku dao onakav savjet kao što veli, već bi zapravo dao *suprotan*, pa taj suprotan *nije* ispravan, dakle ispravan je onaj rečeni.)

Ovo drugo rješenje čak je i bolje utoliko što ga se može upotrijebiti i u općenitijem slučaju kad u kući pokraj raskrižja ne stanuju upravo *dva* brata od kojih jedan uvijek laže, a drugi uvijek govori istinu, već bilo kakva obitelj (od jednog, dva ili kolikogod članova), samo ako znamo da *svaki* član te obitelji *ili uvijek govori istinu ili uvijek laže* (tj. nitko u obitelji nije nekonzekventan da kojiput laže, a kojiput ne).

Uoči još i ovo: I uz prvo i uz drugo rješenje, i *nakon što* je pošao sigurno *ispravnim* putem u mjesto *A*, putnik ne zna je li čovjek s kojim je razgovarao govorio istinu ili je lagao.

I.6. Označimo učenike redom s *A*, *B*, *C*. Budući da *A* ne zna kakvu kapu ima na glavi, sigurno je da *B* i *C* *nemaju* obojica *crnu* (jer bi to *A* vidio i mogao odatle zaključiti da on ima *bijelu*). Dakle *B* može zaključiti da *bilo* on, *bilo* *C* ima bijelu (a možda i obojica imaju bijelu). Kad bi *C* imao crnu, *B* bi to vidio i tako saznao da *on sam* ima bijelu — a budući da je rekao da *ne zna* kakvu ima, znači da *C* ima bijelu. *C* je čuo *A*-ov i *B*-ov odgovor, pa budući da je to nadaren učenik koji zna zaključivati, reći će: “Imam bijelu.”

Dakako, *C* zna također kakve kape imaju *A* i *B* jer ih vidi. Mi to iz sama zadatka ne znamo. Možemo jedino očekivati da *A* i *B* nemaju obojica crnu kapu, jer bi tad *C* bez puno razmišljanja (budući da su postojale samo dvije crne kape) i bez obzira na odgovore *A* i *B* odmah znao da on sam ima bijelu. A tako laki zadatak profesor ne bi zadavao darovitim učenicima. Međutim, preostale mogućnosti (tj. 1° *A* crna, *B* bijela; 2° obrnuto; 3° *A* i *B* bijela) sve dolaze u obzir, kao što lako možemo vidjeti, ako uz bilo koju od njih pratimo rješenje zadatka.

I.7. Profesorovo zaključivanje sadrži jedan bitan manjak i stoga nije dobro. Radi se o ovome:

Označimo učenike, redom prema njihovoj rastućoj darovitosti, s A , B , C . Dakle, C je najdarovitiji.

Razmotrimo najprije situaciju kad jedan od njih ima crnu, a druga dvojica bijelu kapu. Oni s bijelom kapom mogu zaključivati ovako: “Ako bih ja imao *crnu* kapu, vidio bi onaj za kojeg ja vidim da ima bijelu, *dvije crne*, pa bi se odmah javio da ima bijelu. Ali on to *nije* učinio. Dakle, ja imam *bijelu*.”

Ako se A , B ili C nađu u takvoj situaciji (da dakle na preostaloj dvojici vide jednu bijelu i jednu crnu kapu), trebat će prvome neko vrijeme a da dođe do maloprije navedenog zaključka, drugome vrijeme b , a trećemu vrijeme c . Po pretpostavci o njihovoj darovitosti bit će $a > b > c$.

Kad bi profesorova pretpostavka o zaključivanju najdarovitijeg učenika bila ispravna, trebao bi taj neko vrijeme c' kako bi došao do njega. Unutar tog zaključivanja uklopljeno je i prethodno zaključivanje A -a za slučaj da C ima crnu kapu. Ako je $c' > a$, onda C ispravno zaključuje da iz toga što se A *nije* javio, proizlazi da on (tj. C) sam *nema* crnu kapu. Ali ako je $c' < a$ (a ne samo $c < a$ i $c < c'$ što je očito), onda C nakon vremena c' još *nema* pravo izvoditi daljnje zaključke odatle što se A još nije javio, jer bi taj to još mogao učiniti. Dakle, ukoliko C sad prvi tako zaključi da ima bijelu kapu i odmah se javi, učinio je to neopravdano (bez obzira na to što je rezultat ispravan).

Prema tome, profesorova argumentacija ne vrijedi.

I.8. Najpametniji mudrac prvi je došao do ovog zaključka:

“Svaki od moja dva prijatelja misli da mu je lice čisto, pa se zato smije. Kad bi oni vidjeli da je *moje* lice čisto, morali bi se odmah začuditi čemu se onaj drugi od njih smije, jer bi odatle oba morala zaključiti da onaj drugi vidi dva čista lica. Onaj od njih koji bi prvi došao na to, morao bi odatle zaključiti da se drugi smije njemu, dakle, da ni njemu lice nije čisto, i prestao bi se smijati. Međutim, oni se oba i dalje smiju, pa nije moguće da vide da je moje lice čisto. I moje je lice, dakle, premazano bojom.”

(I ovdje bi se naizgled mogao staviti prigovor sličan onome o kojemu je bilo govora u prethodnom zadatku. Zato smo sad posebno istakli da su mudraci gotovo podjednako pametni, čime smo htjeli osigurati da je razlika među veličinama a , b , c (vidi prethodni zadatak) ovdje sigurno *manja* negoli između tih veličina i veličine c' !)

Ovaj zadatak može se (uz analogne pretpostavke) otežati tako, da se govori o četiri mudraca umjesto o tri.

Rješenje je sad ovo: Najpametniji bi zaključivao ovako: “Ako je moje lice čisto, onda bi se najpametniji od preostale trojice — kao što je pokazano u rješenju prvobitnog zadatka o tri mudraca — ubrzo prestao smijati. No, oni se sva trojica i dalje smiju, pa *dakle* ni moje lice *nije* čisto.”

Očito se tako zadatak postepeno može postavljati za sve veći broj mudraca. Možemo također dopustiti da među njima ima jednako pa-

metnih; tad će se eventualno više njih odjednom prestati smijati. Valja uočiti da je za svaki daljnji korak potpuna rekonstrukcija zaključivanja kompliciranija nego za prethodni. Na nju će prvi doći onaj (ili oni) koji je najpametniji, a ostali će dotle “obaviti” jednostavnija “međuzaključivanja”, koja on u svojem zaključivanju pretpostavlja već izvršenima.

I.9. Ako je Ahilej pretrčao prvih 100 metara u vremenu od t sekundi, pretrčat će 10 metara za $\frac{t}{10}$ sekundi itd. Gornja argumentacija je ispravna tako dugo dok tvrdimo da Ahilej neće stići kornjaču u vremenu od

$$t + \frac{t}{10} + \frac{t}{100} + \dots + \frac{t}{10^n}$$

sekundi. No, ovo vrijeme jednako je

$$t \cdot \frac{1 - \frac{1}{10^{n+1}}}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{t}{9} \left(10 - \frac{1}{10^n} \right)$$

sekundi. Pogreška u gornjem razmišljanju je na mjestu gdje zaključujemo da je neće *nikad* stići. Naime, kakav god bio n , izraz $\frac{t}{9} \left(10 - \frac{1}{10^n} \right)$ manji je od $\frac{10t}{9}$, pa ne može postati po volji velik, što bi bilo potrebno za opravdanje toga “nikad”.

I.10. Jednakost (4) ne smijemo postaviti ako unaprijed ne znamo da *postoji* granična vrijednost lijeve ili desne strane jednakosti (3) kad $n \rightarrow \infty$. Budući da ovo *nismo* dokazali, (6) znači jedino to da *ako* postoji $\lim s_n = S$, *onda* je $S = \frac{1}{1-x}$, što je točno.

I.11. Navedeno rasuđivanje opravdava samo ovaj zaključak: nikakav neistostranični trokut *ne može* biti rješenje problema da se nađe trokut zadanog opsega, a najveće površine. Odatle međutim još *ne možemo* zaključiti da istostranični trokut *jest* traženo rješenje, ako nismo posebno dokazali da problem uopće *mora imati* barem jedno rješenje. (Druga je stvar ako npr. nađemo neku konstrukciju na temelju koje se za *bilo koji* neistostranični trokut može zaključiti da ima *manju* površinu od *istostraničnog* trokuta istog opsega.)

Kako bismo na jednom “drastičnom” primjeru jasnije vidjeli o kakvoj se ovdje situaciji logički radi, promotrimo ovaj slučaj:

Bilo koji prirodni broj *različit* od jedinice, ako ga kvadriramo, daje prirodni broj *veći* od prvobitnog. Dakle, *nikakav* prirodni broj *veći* od jedinice *ne može* biti *najveći* prirodni broj. Prema tome, *jedinica* je najveći prirodni broj.

Posljednji zaključak očito je pogrešan jer “najveći prirodni broj” ne postoji. No, svi prethodni zaključci ovog primjera sasvim su analogni onima iz našeg prvotnog zadatka. Treba samo zamijeniti “neistostraničan trokut” s “prirodni broj različit od jedinice”, “istostraničan trokut”

s “prirodni broj 1” i konstrukciju kojom smo od trokuta ABC prešli na trokut ADC kvadriranjem. (Prva konstrukcija dala bi $\triangle ADC \equiv \triangle ABC$ ako je $\triangle ABC$ istostraničan, kao što i kvadriranje jedinice daje jedinicu.)

Ima više matematičkih problema za koje se mislilo da su već riješeni, a kasnije se tek kritičkom analizom ‘rješenja’ ustanovilo da je ono nepotpuno (dakle, da *nije* rješenje) zato što se šitke pretpostavljalo postojanje nekog objekta određenih svojstava. Najpoznatiji takav primjer je problem pronalaženja lika u ravnini zadanog opsega, a maksimalne površine. Relativno lako je dokazati da nikakav lik koji *nije* krug *ne može* biti rješenje. Ali da *krug jest* rješenje *odatle* još *ne* izlazi. A upravo za tu nadopunu dokaza pokazalo se da ju je znatno teže provesti.

I.12. Rješenje ovog paradoksa nije tako očito ni jednostavno kao u nekim od prethodnih zadataka. Moglo bi se, možda, reći da osuda nije korektno formulirana iako se takva kakva jest mogla provesti (kao što je u prethodnom zadatku zaključak ispravan iako zaključivanje nije korektno). Ipak su u ovom slučaju poteškoće veće i zbog impliciranosti vremena (usporedi i zadatke I.3. i I.7.). Uostalom, glasoviti Russellov paradoks pokazuje da i ne mora baš svaki logični paradoks imati rješenje s kojim bi se svi razumni matematičari suglasili.