

SADRŽAJ

1. Skupovi brojeva	1
1.1. Pojam skupa i odnosa među skupovima	1
1.2. Operacije sa skupovima	4
1.3. Realni brojevi	8
1.3.1. Prirodni i cijeli brojevi	8
1.3.2. Racionalni brojevi	10
1.3.3. Iracionalni brojevi	11
1.3.4. Algebarski i transcendentni brojevi	12
1.4. Neki jednostavni skupovi na brojevnom pravcu i neka njihova svojstva	13
1.5. Apsolutna vrijednost realnih brojeva	15
1.6. Kompleksni brojevi	17
1.6.1. Geometrijska interpretacija kompleksnog broja	18
1.6.2. Trigonometrijski oblik kompleksnog broja	19
1.6.3. Korjenovanje kompleksnih brojeva	22
2. Funkcije	23
2.1. Pojam funkcije	23
2.2. Načini zadavanja funkcija	27
2.2.1. Analitički način	27
2.2.2. Tablični način	29
2.2.3. Grafički način	29
2.3. Neke osnovne elementarne funkcije i njihovi grafovi	30
2.3.1. Potencija	30
2.3.2. Eksponencijalna funkcija	31
2.3.3. Trigonometrijske funkcije	32
2.4. Neki pojmovi vezani uz funkcije	34
2.5. Inverzna funkcija	39
2.6. Kompozicija funkcija (složena funkcija)	41
2.7. Logaritamske i arkus funkcija	42
2.7.1. Logaritamska funkcija	42
2.7.2. Arkus funkcije	44
2.8. Elementarne funkcije	45
2.8.1. Polinomi (cijele racionalne funkcije)	45
2.8.2. Racionalne funkcije	46
2.8.3. Algebarske funkcije	46

2.8.4. Transcendentne funkcije	46
2.9. Linearne transformacije grafa	47
3. Nizovi i granična vrijednost niza	51
3.1. Pojam niza	51
3.2. Granična vrijednost niza	53
3.3. Svojstva konvergentnih nizova	55
3.4. Broj e	57
3.5. Veza limesa s algebarskim operacijama	59
4. Granična vrijednost i neprekidnost funkcije	62
4.1. Granična vrijednost funkcije kad $x \rightarrow \infty$	62
4.2. Granična vrijednost funkcije kad $x \rightarrow x_0$	63
4.3. Neprekidnost funkcije	68
4.4. Kompozicija neprekidnih funkcija	72
4.5. Neka svojstva neprekidnih funkcija	74
5. Derivacija i njene primjene	76
5.1. Pojam derivacije	77
5.2. Geometrijsko značenje derivacije	78
5.3. Kinematičko značenje derivacije	80
5.4. Derivacije nekih osnovnih elementarnih funkcija	81
5.4.1. Derivacija konstante	81
5.4.2. Derivacija potencije	81
5.4.3. Derivacija funkcije $y = \sin x$ i $y = \cos x$	81
5.4.4. Derivacija funkcije $y = a^x$	82
5.5. Osnovna pravila za derivacije	82
5.6. Logaritamsko deriviranje	87
5.7. Derivacije implicitno danih funkcija	88
5.8. Diferencijal	89
5.8.1. Pojam diferencijala	89
5.8.2. Geometrijsko značenje diferencijala	89
5.8.3. Neka svojstva diferencijala	90
5.9. Odnos prirasta funkcije i diferencijala funkcije	90
5.10. Derivacije i diferencijali višeg reda	92
5.11. Derivacije funkcija danih u parametarskom obliku	93
5.12. Neki teoremi diferencijalnog računa	94
5.13. Neodređeni oblici	98
5.14. Monotonost i derivacija funkcije	100
5.15. Maksimum i minimum funkcije	102
5.16. Konkavnost, konveksnost, točke infleksije	105
5.17. Asimptote	107
5.17.1. Asimptote oblika $y = ax + b$	107
5.17.2. Vertikalne asimptote	108
5.18. Crtanje grafa funkcije dane formulom	109

6. Neodređeni integral	112
6.1. Pojam neodređenog integrala	112
6.2. Osnovna svojstva neodređenog integrala	115
6.3. Tablica integrala	117
6.4. Metoda supstitucije (zamjene)	120
6.5. Metoda parcijalne integracije	123
6.6. Primjena rekurzivnih formula	125
6.7. Integracija racionalnih funkcija	126
6.8. Integracija nekih trigonometrijskih funkcija	133
6.8.1. Integrali oblika $\int R(\sin x, \cos x)dx$, gdje je R racionalna funkcija	133
6.8.2. Slučaj kada je $R(-\sin x, -\cos x) \equiv R(\sin x, \cos x)$...	134
6.8.3. Integrali oblika $\sin mx \cos nxdx$, $\sin mx \sin nxdx$ i $\cos mx \cos nxdx$	134
6.8.4. Integrali oblika $\sin^m x \cos^n x dx$ gdje su m i n cijeli brojevi	135
6.9. Integracija nekih racionalnih funkcija	136
6.9.1. Integrali oblika $I = \int R(x, x^{m/n}, \dots, x^{r/s})dx$	136
6.9.2. Integrali oblika $I = \int R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{m/n}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{r/s}\right)dx$ gdje je R racionalna funkcija svojih argumenata	137
6.9.3. Binomni integrali	138
6.9.4. Integrali oblika $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$ i $\int \sqrt{ax^2+bx+c}dx$..	139
6.9.5. Integrali oblika $\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})$	140
7. Određeni integral	141
7.1. Pojam određenog integrala	141
7.2. Osnovna svojstva određenog integrala	147
7.3. Teoremi o srednjoj vrijednosti	148
7.4. Veza između određenog i neodređenog integrala	150
7.5. Supstitucija u određenom integralu	154
7.6. Parcijalna integracija u određenom integralu	155
7.7. Približno izračunavanje određenog integrala	156
7.7.1. Metoda pravokutnika	156
7.7.2. Trapezna formula	158
7.7.3. Simpsonova formula	160
7.8. Nepravi integrali	162
7.8.1. Integrali sa beskonačnim granicama	162
7.8.2. Integrali neograničene funkcije	165
8. Primjene određenog integrala	167
8.1. Kvadratura	167
8.1.1. Kvadratura u pravokutnim koordinatama	167
8.1.2. Kvadratura u polarnim koordinatama	171

8.2. Reftifikacija	173
8.3. Kubatura rotacijskih tijela	175
8.4. Komplanacija rotacijske plohe	177
8.5. Neke tehničke primjene	179
8.5.1. Akceleracija — brzina — put	179
8.5.2. Brzina kemijske reakcije — količina tvari	180
8.5.3. Specifična toplina — količina topline	180
8.5.4. Sila — rad	180
9. Determinante i matrice	182
9.1. Pojam determinante drugog i trećeg reda	182
9.2. Pojam minora i algebarskog komplementa	185
9.3. Svojstva determinante	187
9.4. Opći sustav linearnih jednadžbi. Gaussov algoritam	188
9.5. Pojam matrice	193
9.6. Operacije s matricama	195
9.6.1. Zbrajanje i oduzimanje matrica	195
9.6.2. Množenje matrice sa skalarom	196
9.6.3. Produkt matrica	196
9.7. Svojstva operacije množenja matrice	197
9.8. Potencija i polinom kvadratne matrice	198
9.9. Inverzne matrice	199
9.10. Rang matrice i Kronecker – Capellijev teorem	203
10. Vektori	206
10.1. Pojam vektora	206
10.2. Koordinate vektora (komponente vektora)	207
10.3. Modul vektora	208
10.4. Kosinusi smjera vektora	209
10.5. Operacije s vektorima	210
10.5.1. Zbrajanje vektora	210
10.5.2. Množenje vektora skalarom	212
10.5.3. Linearna kombinacija vektora	212
10.5.4. Projekcija vektora na vektor i skalarni produkt	214
10.5.5. Vektorski produkt	217
10.5.6. Međusobni produkt tri vektora	220
11. Analitička geometrija	223
11.1. Točka u prostoru	223
11.2. Ravnina u prostoru	224
11.2.1. Kut između dviju ravnina	228
11.2.2. Udaljenost točke od ravnine	229
11.3. Pravac u prostoru	231
11.3.1. Kut između dva pravca	234
11.4. Međusobni položaj pravca i ravnine	235

11.4.1. Probodište pravca s ravninom	236
11.4.2. Sjecište dvaju pravaca	238
11.5. Plohe drugog reda	240
11.5.1. Elipsoid	240
11.5.2. Kuglina ploha	240
11.5.3. Hiperboloid	241
11.5.4. Paraboloid	241
11.5.5. Stožac	242
11.5.6. Cilindarske plohe	243
11.6. Krivulje u prostoru	243
12. Funkcije više varijabli	245
12.1. Euklidov prostor. Pojam područja	245
12.2. Pojam funkcije dviju varijabli	247
12.2.1. Zadavanje funkcije	247
12.3. Granična vrijednost i neprekidnost funkcije	249
12.4. Parcijalne derivacije	252
12.4.1. Parcijalne derivacije višeg reda	255
12.5. Totalni diferencijal	256
12.6. Derivacija složene funkcije od više argumenata	259
12.6.1. Derivacija implicitno zadane funkcije	260
12.7. Tangencijalna ravnina i normala	261
12.8. Ekstremi funkcije	264
13. Dvostruki integral	266
13.1. Definicija dvostrukog integrala	266
13.2. Svojstva dvostrukog integrala	267
13.3. Geometrijsko značenje dvostrukog integrala	269
13.4. Izračunavanje vrijednosti dvostrukog integrala u pravokutnim koordinatama	270
14. Beskonačni redovi	277
14.1. Pojam brojevnog (numeričkog) reda	277
14.2. Pojam sume i konvergencije reda	278
14.3. Geometrijski red	280
14.4. Ostatak reda	281
14.5. Osnovna svojstva konvergentnog reda	282
14.6. Neki kriteriji konvergencije reda	284
14.7. Alternirani (izmjenični) redovi	289
14.8. Apsolutno konvergentni redovi	291
14.9. Redovi funkcija	292
14.10. Redovi potencija	294
14.11. Neka svojstva redova potencija	295
14.12. Razvijanje funkcija u red potencija (Taylorov i Maclaurinov red)	296
14.13. Taylorov polinom	300

14.14. Deriviranje i integriranje beskonačnog reda	302
15. Obične diferencijalne jednačbe	305
15.1. Uvodni pojmovi	305
15.2. Diferencijalne jednačbe prvog reda	308
15.2.1. Diferencijalna jednačba $y' = f(x)$	309
15.2.2. Separacija varijabli	310
15.2.3. Homogene diferencijalne jednačbe prvog reda	311
15.2.4. Linearna diferencijalna jednačba prvog reda	313
15.2.5. Diferencijalna jednačba u obliku totalnog diferencijala	316
15.3. Diferencijalne jednačbe drugog reda	319
15.3.1. Neki specijalni tipovi diferencijalnih jednačbi drugog reda	320
15.3.2. Linearne diferencijalne jednačbe drugog reda	324
15.3.3. Rješavanje homogenih linearnih jednačbi drugog reda s konstantnim koeficijentima	326
15.3.4. Rješavanje nehomogenih linearnih jednačbi drugog reda s konstantnim koeficijentima	328
15.4. Sustavi običnih diferencijalnih jednačbi	332
16. Kombinatorika i binomni teorem	334
16.1. Elementi kombinatorike	334
16.1.1. Permutacije bez ponavljanja	334
16.1.2. Kombinacije bez ponavljanja	336
16.1.3. Varijacije bez ponavljanja	338
16.1.4. Permutacije s ponavljanjem	338
16.1.5. Kombinacije s ponavljanjem	339
16.1.6. Varijacije s ponavljanjem	340
16.2. Svojstva binomnih koeficijenata i binomni teorem	341
Literatura	345