5 Linearna funkcija. Sustav jednadžbi

Jednolikost uspona i pada osnovna je osobina linearne funkcije

5.1. Graf linearne jednadžbe

Kolike su duljine stranica jednakokračnog trokuta ako je njegov opseg 4 dm*?*

Označimo li duljinu kraka trokuta s x*, a duljinu osnovice s* y*, onda rješenje problema možemo prevesti na problem rješavanja linearne jednadžbe s dvjema nepoznanicama;* $2x + y = 4$.

Ova jednadžba očito ima više rješenja. Ili drugim riječima, postoji više jednakokračnih trokuta s opsegom 4 dm*. Kako ih sve odrediti? Kako riješiti tu jednadžbu?*

Linearna jednadžba

Kako riješiti linearnu jednadžbu s dvjema nepoznanicama?

Razmotrimo primjer baš navedene jednadžbe

$$2x + y = 4.$$

Nećemo uvoditi nikakva ograničenja na nepoznanice x i y. Odredimo sva rješenja jednadžbe $2x + y = 4$, sve uređene parove realnih brojeva (x, y) koji zadovoljavaju tu jednadžbu.

Neka rješenja možemo "pogoditi" Rješenje je, primjerice, uređeni par $(1, 2)$, jer ako u jednadžbu uvrstimo $x = 1$ i $y = 2$, dobit ćemo istinitu jednakost $2 \cdot 1 + 2 = 4$. Rješenje je i par $(-3, 10)$, jer je $2 \cdot (-3) + 10 = 4$.

Par $(x, y) = (2, 0)$ također zadovoljava ovu jednadžbu. Međutim, par $(x, y) = (3, 2)$ *ne zadovoljava* ovu jednadžbu, jer je $2 \cdot 3 + 2 \neq 4$.

Vidimo da će neki parovi biti rješenje ove jednadžbe, a neki neće. Kako ćemo pronaći *sve parove realnih brojeva* koji su rješenja jednadžbe?

Naslućujemo da će njezinih rješenja biti beskonačno mnogo. Možemo po volji odabrati vrijednost jedne nepoznanice, a onda odrediti drugu:

$2x + y = 4$	$2x + y = 4$	$2x + y = 4$
Izaberimo $x = 0$	Izaberimo $x = 3$	Izaberimo $x = 4$
$2 \cdot 0 + y = 4$	$2 \cdot 3 + y = 4$	$2 \cdot 4 + y = 4$
$y = 4$	$y = -2$	$y = -4$
Rješenje: $(0, 4)$	Rješenje: $(3, -2)$	Rješenje: $(4, -4)$

Rješenja ne moraju biti cjelobrojna. Tako, na primjer, za $x = \frac{1}{2}$ dobivamo $2 \cdot \frac{1}{2} + y = 4$, odakle je $y = 3$. Par $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ je također rješenje.

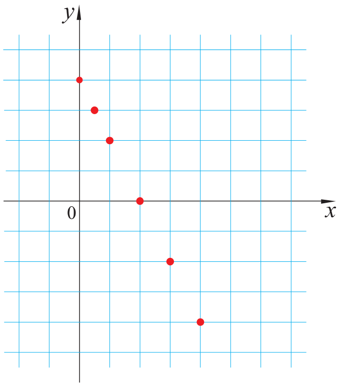
Mogli bismo isto tako birati i brojeve za y pa izračunavati pripadni x.

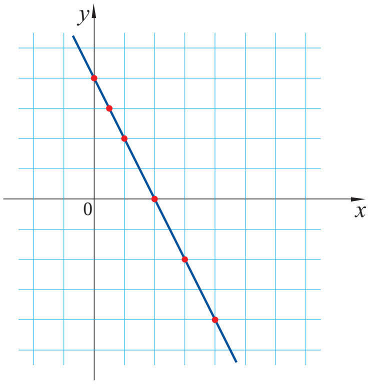
Ucrtajmo u koordinatni sustav rješenja koja smo dosad odredili: $(0,4)$, $(\frac{1}{2},3)$, $(1,2)$, $(2,0)$, $(3,-2)$ i $(4,-4)$.

Gdje se nalaze sve te točke?

One *leže na jednom pravcu*.

Leže li na tom pravcu i točke $(-3,10)$, $(100,-196)$, $(-1,5)$, $(3.1,-2.2)$?





Izaberite neke druge vrijednosti za x, izračunajte odgovarajuće vrijednosti za y i uvjerite se da će točka (x,y) ležati na nacrtanom pravcu.

Kažemo da je taj pravac **graf linearne jednadžbe** $2x+y=4$.

I tako smo riješili danu linearnu jednadžbu. Sva njezina rješenja, uređene parove $(x,4-2x)$, nemoguće je ispisati, ali su sva obuhvaćena geometrijskom predodžbom — pravcem.

Zadatak 1. Vratimo se problemu s početka. Rješenje je točka koja pripada odsječku pravca u prvom kvadrantu. (Zašto?) Prva je koordinata duljina kraka trokuta, druga je duljina osnovice. Što je krak x dulji, osnovica y je kraća (i obrnuto), ali je opseg $2x+y$ uvijek isti, jednak je 4.

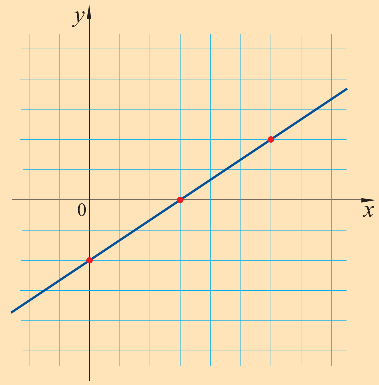
1) Zadatak nema cjelobrojnih rješenja, tj. duljine stranica jednakokračnog trokuta s opsegom jednakim 4 ne mogu biti cijeli brojevi. Zašto?

2) Koji uvjet moraju zadovoljavati brojevi x i y da bi bili duljine kraka, odnosno osnovice trokuta?

3) Pripadaju li skupu rješenja zadatka i točke u kojima pravac siječe koordinatne osi?

Primjer 1. Nacrtajmo graf jednadžbe $2x - 3y = 6$.

Pravac je određen dvjema točkama, pa je dovoljno odrediti samo dva rješenja ove jednadžbe. Ipak, radi kontrole, obično određujemo i treće rješenje.



Kad već možemo birati, korisno je potražiti ona rješenja za koja je jedna nepoznanica jednaka nuli. Time ćemo dobiti točke na koordinatnim osima koje leže na traženom pravcu.

Za $y = 0$ dobivamo $x = 3$. Prvo rješenje je $(3, 0)$. Ova točka leži na osi apscisa.

Za $x = 0$ dobivamo $y = -2$. Drugo rješenje je $(0, -2)$. Ova točka leži na osi ordinata.

Za $y = 2$ dobivamo $x = 6$. Treće (kontrolno) rješenje je $(6, 2)$.

Spojimo dobivene točke pravcem. Dobili smo grafički prikaz skupa svih rješenja jednadžbe $2x - 3y = 6$.

Zadatak 2. Dana je linearna jednadžba s dvjema nepoznanicama; $2x + 5y = 10$.

1) Odredi točke u kojima graf te jednadžbe siječe koordinatne osi. Zatim nacrtaj graf.

2) Pripadaju li grafu točke: $(-10, 6)$, $(10, 2)$, $(2.5, -1)$, $(-0.5, 2.2)$, $(-1, 1.6)$?

3) Odredi nepoznate koordinate točaka $(-20, y)$, $(x, -11)$ tako da te točke pripadaju grafu.

Linearna jednadžba i pravac

Jednadžba oblika
$$Ax + By = C,$$
pri čemu su A, B i C realni brojevi i barem jedan od brojeva A i B je različit od nule, naziva se **linearna jednadžba**. Skup svih rješenja linearne jednadžbe prikazan u Kartezijevom sustavu je **pravac**. Taj pravac nazivamo **grafom linearne jednadžbe**.

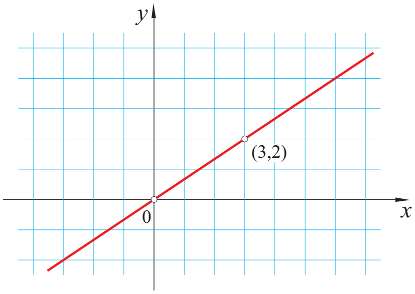
Što se događa s grafom linearne jednadžbe $Ax + By = C$ ako je točno jedan od brojeva A, B ili C jednak nuli?

1. $C = 0$ ($A \neq 0$, $B \neq 0$)

Nacrtajmo graf jednadžbe $2x - 3y = 0$.

Graf jednadžbe je pravac. Potražimo presjek tog pravca s koordinatnim osima. Za $y = 0$ dobivamo $x = 0$. Pravac prolazi ishodištem.

Potražimo još jednu točku pravca. Za $x = 3$ dobivamo $y = 2$, te pravac prolazi točkom $(3, 2)$.

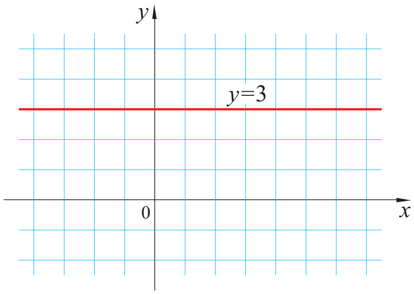


Nacrtajmo pravac.

Graf jednadžbe $Ax + By = 0$ je pravac koji prolazi ishodištem koordinatnog sustava.

2. $A = 0$ ($B \neq 0$)

Nacrtajmo graf jednadžbe $2y = 6$.



Jednadžba $By = C$ poseban je slučaj opće, kad je koeficijent uz nepoznanicu x jednak nuli:

$$0 \cdot x + 2 \cdot y = 6$$

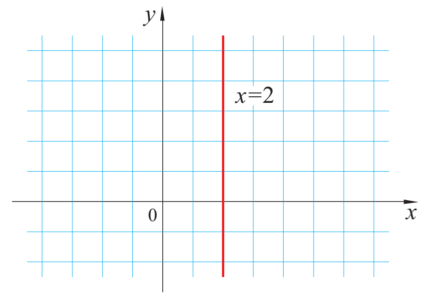
Što je rješenje ove jednadžbe? Očito, mora biti $y = 3$. Međutim, ne smijemo zaboraviti da tražimo rješenja *kao podskup Kartezijeve ravnine*, dakle, kao skup uređenih parova (x, y) dvaju realnih brojeva.

Uzmimo x po volji. Kako je on množen s nulom, njegova vrijednost ne utječe na nepoznanicu y. Zato je rješenje svaki par $(x, 3)$, gdje je x bilo koji realan broj. Grafički prikaz skupa rješenja je pravac nacrtan na slici.

Ponovimo: jednadžbom $y = 3$ određen je pravac paralelan s osi apscisa.

Graf jednadžbe $By = C$ je pravac paralelan s osi x.

3. $B=0$ $(A\neq 0)$



Nacrtajmo graf jednadžbe $3x=6$.

Sad je koeficijent uz nepoznanicu y jednak nuli:

$$3\cdot x+0\cdot y=6$$

Odavde dobivamo $x=2$. Kao i u prethodnom primjeru, možemo zamisliti da vrijednost nepoznanice y uzimamo po volji. Što god odabrali, neće utjecati na vrijednost od x. Zato je rješenje jednadžbe svaki par $(2,y)$, gdje y možemo odabrati po volji.

Jednadžbom $x=2$ određen je pravac paralelan s osi ordinata.

Graf jednadžbe $Ax=C$ je pravac paralelan s osi y.

Posebni slučajevi linearne jednadžbe

Graf jednadžbe $Ax+By=C$ je pravac.

1. Za $C=0$ pravac prolazi ishodištem koodinatnog sustava.

2. Za $A=0$ graf je pravac paralelan s osi apscisa.

3. Za $B=0$ graf je pravac paralelan s osi ordinata.

Zadatak 3. Nacrtaj grafove sljedećih triju jednadžbi:

1) $2x-5y=10$; **2)** $2x+5=0$; **3)** $y-4=0$.

Primjer 2. Graf jednadžbe $x=0$ je pravac koji prolazi ishodištem okomito na os x, to je *os ordinata*. Graf jednadžbe $y=0$ je *os apscisa*.

Eksplicitna i implicitna jednadžba pravca

Jednadžbom $Ax+By=C$ određen je pravac u pravokutnom koordinatnom sustavu. Zato kažemo da je ovo linearna jednadžba, jednadžba pravca, ili još točnije **implicitni oblik jednadžbe pravca**.

Izrazimo li iz nje y, ista jednadžba prima oblik $y=-\dfrac{A}{B}x+\dfrac{C}{B}$. Pritom mora biti ispunjen uvjet $B\neq 0$. Uz oznake $-\dfrac{A}{B}=a$, $\dfrac{C}{B}=b$, istu jednadžbu zapisujemo u obliku

$$y=ax+b.$$

Tu jednadžbu zovemo **eksplicitnim oblikom jednadžbe pravca**.

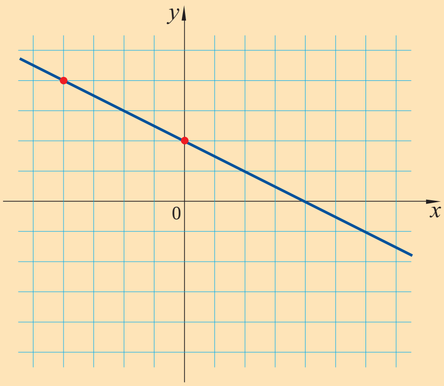
Pravac, graf linearne jednadžbe, određen je nekim svojim dvjema točkama. Koordinate tih dviju točaka jednostavnije je odrediti iz eksplicitne nego iz implicitne jednadžbe pravca.

Primjer 3.

Jednadžbu pravca danu u implicitnom obliku $x+2y-4=0$ prevedimo u eksplicitni oblik. Nacrtajmo potom pravac u koordinatnom sustavu.

Najprije zapišimo: $2y=-x+4$, a zatim pomnožimo ovu jednadžbu s $\frac{1}{2}$. Tako dobijemo

$$y=-\frac{1}{2}x+2.$$



Odaberimo sada za x neke dvije vrijednosti te iz ove jednadžbe izračunajmo pripadne vrijednosti za y.

Jedan od odabranih brojeva neka bude nula, tada je $y=2$. Tako imamo jednu točku pravca, točku $T_1(0,2)$. Drugi odabrani broj neka bude paran, jer će tada obje koordinate točke biti cijeli brojevi. Za $x=-4$, dobijemo $y=4$ pa je $T_2(-4,4)$ druga točka.

Pravac koji povezuje točke T_1 i T_2 je pravac s jednadžbom $x+2y-4=0$.

Zadatak 4. Jednadžbu pravca danu u implicitnom obliku prevedi u eksplicitni oblik te potom nacrtaj pravac:

1) $2x+y=1$; **2)** $3x-4y=2$; **3)** $x-3y=0$.

ZA RADOZNALE

IMPLICITNO I EKSPLICITNO

Pri prijelazu iz implicitnog na eksplicitni oblik jednadžbe pravca, implicitnu jednadžbu $Ax+By=C$ dijelimo s koeficijentom B. Zato valja postaviti zahtjev $B\neq 0$.

Implicitna jednadžba $Ax+C=0$ nema svoj eksplicitni par. Drugim riječima, jednadžbom $y=ax+b$ obuhvaćeni su svi pravci ravnine osim onih koji su okomiti na os x.

Inače, riječi *implicitan* i *eksplicitan* latinskog su podrijetla. Prva potječe od latinske riječi *implicare*, što doslovno znači *zamršen, isprepleten*. A drugoj je korijen u latinskom *explicare – razmotati, objasniti*, a mi bismo rekli *iskazati izrijekom*.

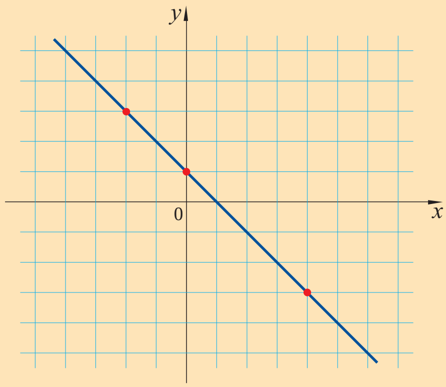
Jednadžba pravca zadanog dvjema točkama

Pravac je potpuno određen dvjema točkama. I zato je prirodno pitati: kako odrediti jednadžbu pravca koji je zadan dvjema točkama?

Primjer 4.

Kako glasi jednadžba pravca kojemu pripadaju točke $A(-2,3)$ i $B(4,-3)$?

Odrediti jednadžbu pravca znači odrediti koeficijente a i b u jednadžbi $y=ax+b$. Kako točke A i B pripadaju pravcu, to znači da njihove koordinate zadovoljavaju tu jednadžbu.



Za $x=-2$, $y=3$ dobivamo

$$3=-2a+b,$$

Za $x=4$, $y=-3$ dobivamo

$$-3=4a+b.$$

Iz ovog sustava dviju jednadžbi s dvjema nepoznanicama izračunat ćemo a i b. Ako iz prve jednadžbe izrazimo $b=2a+3$ i to uvrstimo u drugu jednadžbu, dobit ćemo $-3=4a+2a+3$. Odatle je $a=-1$. Zatim nalazimo $b=1$.

Jednadžba $y=-x+1$ je jednadžba pravca koji je određen točkama $A(-2,3)$ i $B(4,-3)$. Provjeru možemo provesti uvrštavanjem koordinate točaka A i B u tu jednadžbu.

Postupkom koji smo proveli u prethodnom primjeru za svake dvije točke možemo odrediti jednadžbu pravca koji je njima određen.

Riješi na taj način sljedeći zadatak:

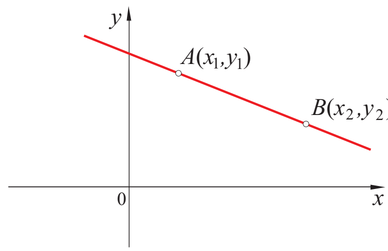
Zadatak 5. Odredi jednadžbu pravca koji je određen točkama A i B:

1) $A(1,-2)$, $B(5,6)$; **2)** $A(-3,-2)$, $B(5,2)$.

Problem određivanja jednadžbe pravca koji prolazi dvjema danim točkama riješit ćemo općenito.

Uzmimo, da su dane bilo koje dvije točke $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$.

Ako te točke imaju jednake apscise, dakle, ako je $x_1 = x_2$, onda je riječ o pravcu okomitom na os apscisa, kojemu je implicitna jednadžba $x = x_1$. Taj pravac nema eksplicitne jednadžbe.



Pretpostavimo zato da je $x_1 \neq x_2$.

Tražimo eksplicitnu jednadžbu ovog pravca, dakle, jednadžbu oblika $y = ax+b$. U njoj su a i b nepoznati koeficijenti koje ćemo odrediti iz uvjeta da pravac sadrži dvije zadane točke. Naime, to znači da koordinate točaka A i B zadovoljavaju jednadžbu pravca:

Jednadžba pravca: $y = ax + b,$

za $x = x_1, y = y_1$ dobivamo: $y_1 = ax_1 + b,$

za $x = x_2, y = y_2$ dobivamo: $y_2 = ax_2 + b.$

Oduzimanjem druge jednadžbe od prve dobivamo:

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

Još trebamo odrediti koeficijent a.

Oduzimanjem druge jednadžbe od treće dobivamo

$$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1) \quad \text{pa je}$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Jednadžba pravca zadanog dvjema točkama

Jednadžba pravca koji prolazi točkama $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$, $x_1 \neq x_2$, glasi

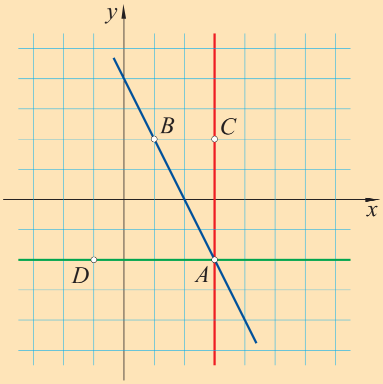
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1).$$

Primjer 5. Odredimo jednadžbu pravca koji prolazi točkama:

1) $A(3, -2)$, $B(1, 2)$; **2)** $A(3, -2)$, $C(3, 2)$;

3) $A(3, -2)$, $D(-1, -2)$.

1) Apscise točaka A i B su različite pa možemo iskoristiti formulu:



$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1).$$

Dobivamo

$$y - (-2) = \frac{2 - (-2)}{1 - 3}(x - 3),$$

$$y + 2 = \frac{4}{-2}(x - 3),$$

$$y + 2 = -2(x - 3),$$

$$y = -2x + 4.$$

Svejedno je koju ćemo točku odabrati za prvu, a koju za drugu. Provjeri!

2) Apscise točaka A i C su jednake. Zato je pravac paralelan s osi ordinata i ima jednadžbu $x = 3$. Što bi se dobilo uvrštavanjem u formulu?

3) Ordinate točaka A i D se podudaraju, pa je pravac paralelan s osi apscisa. Njegova je jednadžba $y = -2$. Računajući pomoću izvedene formule imamo

$$y - (-2) = \frac{-2 - (-2)}{-1 - 3}(x - 3), \quad \text{tj.} \quad y + 2 = 0.$$

Dakle, $y = -2$, i to je jednadžba pravca. Formula je i u ovom slučaju primjenjiva (ali je nepotrebna).

Zadatak 6. Odredi jednadžbu pravca koji prolazi točkama:

1) $A(-4, 3)$, $B(2, 1)$; **2)** $A(-3, 3)$, $B(3, -3)$.

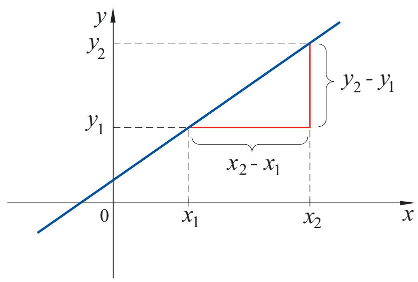
Nagib pravca

Koeficijent a u jednadžbi $y = ax + b$ nazivamo **koeficijent smjera** ili **nagib** pravca. Zašto se taj koeficijent naziva nagibom?

Pretpostavimo da se vrijednost x povećala sa x_1 na x_2 ($x_1 < x_2$). Što se dogodilo s y? Vrijednost y se promijenila s vrijednosti y_1 na vrijednost y_2.

Nagib pravca a omjer je tih dviju promjena koje označavamo simbolom Δ (čitaj *delta*):

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

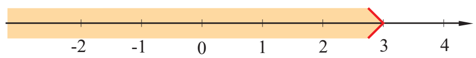


O značenju nagiba pravca bit će više govora u sljedećoj točki.

Linearne nejednadžbe

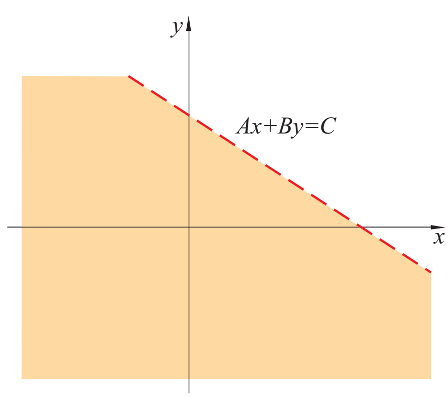
Prisjetimo se linearnih nejednadžbi s jednom nepoznanicom.

Skup rješenja nejednadžbe $2x < 6$ je *interval* $\langle -\infty, 3\rangle$. Rubna točka $x = 3$ tog intervala rješenje je *jednadžbe* $2x = 6$.



Riješiti nejednadžbu $Ax + By < C$ znači odrediti skup uređenih parova (x, y) koji su njezino rješenje. Tim uređenim parovima (rješenjima nejednadžbe) pridružene su točke u koordinatnoj ravnini. Što čini skup svih tih točaka? Koja je pritom uloga pravca $Ax + By = C$?

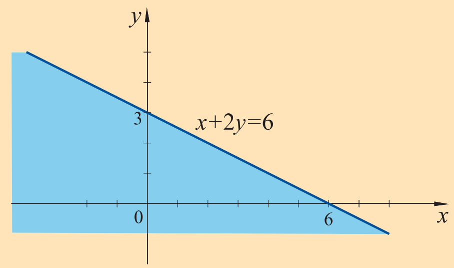
Pravac $Ax+By = C$ dijeli ravninu u dvije *poluravnine*. Jedna od tih poluravnina predstavlja skup rješenja nejednadžbe.



Primjer 6.

Riješimo nejednadžbu $x + 2y \leqslant 6$.

Najprije ćemo nacrtati pravac određen jednadžbom $x + 2y = 6$. Točke s tog pravca pripadaju skupu rješenja.



Sada pišemo ovako:

$$x + 2y \leqslant 6,$$

$$2y \leqslant -x + 6, \qquad / \cdot \frac{1}{2}$$

$$y \leqslant -\frac{1}{2}x + 3.$$

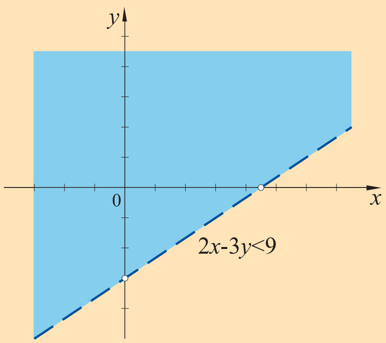
Ako je $y = -\frac{1}{2}x + 3$, onda točka (x, y) leži na rubnom pravcu. Nejednadžbu će zadovoljavati svi parovi (x, y) *kojima je ordinata manja* od ordinate točke na rubnom pravcu.

Skup svih rješenja ove nejednadžbe je poluravnina koja leži ispod rubnog pravca. Točke rubnog pravca *pripadaju skupu* jer nejednadžba uključuje i znak jednakosti. Za poluravninu koja sadrži rubni pravac kažemo da je **zatvorena**.

Primjer 7.

Riješimo nejednadžbu $2x - 3y < 9$.

Najprije ćemo nacrtati pravac određen jednadžbom $2x - 3y = 9$. Međutim, umjesto punom crtom naznačit ćemo ga isprekidanom i time naglasiti da njegove točke *ne pripadaju skupu rješenja*.



Sada pišemo ovako:

$$2x - 3y < 9,$$

$$-3y < -2x + 9, \qquad / \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$y > \frac{2}{3}x - 3.$$

Iz ove nejednadžbe vidimo da će rješenje činiti one točke *kojima je ordinata veća* od ordinate točaka na rubnom pravcu. Rješenje je, prema tome, poluravnina *iznad* rubnog pravca. Za poluravninu koja ne sadrži rubni pravac kažemo da je **otvorena**.

Provjera. Korisno je odabrati po volji neku točku iz poluravnine i provjeriti zadovoljava li ona nejednadžbu. To činimo da spriječimo moguću pogrešku. Uzmimo, primjerice, točku $(0,0)$, koja leži u istaknutoj poluravnini. Dobivamo $2\cdot 0-3\cdot 0<9$, tj. $0<9$, što je istinita nejednakost. Poluravnina je ispravno određena.

Ova provjera daje nam i drugi način za određivanje skupa rješenja. S obzirom da znamo da je rješenje nejednadžbe poluravnina, zapravo je dovoljno izabrati jednu točku jedne poluravnine i provjeriti zadovoljava li ona nejednadžbu. Ako zadovoljava, onda je rješenje poluravnina koja sadrži tu točku. Ako ne zadovoljava, onda je rješenje druga poluravnina, koja tu točku ne sadrži.

Zadatak 7. Prikaži u koordinatnoj ravnini sva rješenja nejednadžbe:

1) $2x-5y\leqslant 10$; **2)** $x+3y<3$.

Rješavanje linearne nejednadžbe

1. Nacrtamo najprije rubni pravac, i to punom crtom ako je u nejednadžbi znak nejednakosti $\leqslant$ ili $\geqslant$, odnosno isprekidanom ako je u nejednadžbi znak nejednakosti $<$ ili $>$.

2. Izaberemo jednu probnu točku koja ne leži na pravcu. (Biramo točku $(0,0)$, osim kad pravac prolazi ishodištem.)

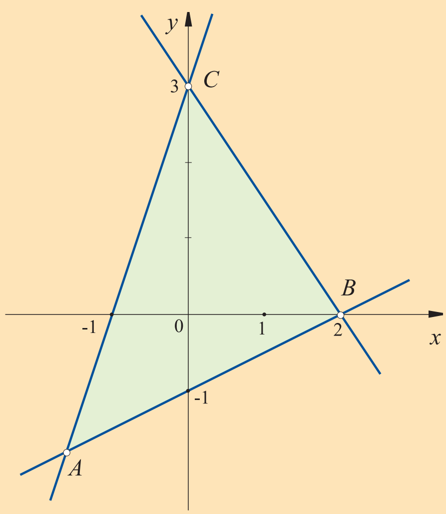
3. Ako probna točka zadovoljava nejednadžbu, tad istaknemo poluravninu koja sadrži tu točku. Ako ona ne zadovoljava nejednadžbu, istaknut ćemo poluravninu s druge strane rubnog pravca.

Primjer 8. Riješimo sustav nejednadžbi:

$$\begin{aligned} -3x+y&\leqslant 3\\ x-2y&\leqslant 2\\ 3x+2y&\leqslant 6.\end{aligned}$$

Svakom od nejednadžbi određena je neka poluravnina. Rješenje zadatka je skup točaka koje pripadaju svim trima poluravninama.

Na slici vidimo da je to trokut $\triangle ABC$. Koordinate svake točke tog trokuta zadovoljavaju svaku od triju nejednadžbi.



Zadaci 5.1.

1. Nacrtaj grafove sljedećih jednadžbi:

1) $x+y=8$; **2)** $2x-y=0$;
3) $x=-1$; **4)** $2y+1=0$.
5) $3x+4y=6$; **6)** $x+y=0$;
7) $3x=-9$; **8)** $-2y=1$.
9) $3x+2y=0$; **10)** $2y=5$;
11) $x+4=0$; **12)** $4x-6y=15$.

2. Dane su točke A i B. Napiši jednadžbu pravca određenog tim dvjema točkama ako je:

1) $A(2,-1)$, $B(5,2)$; **2)** $A(-4,-4)$, $B(2,5)$;
3) $A(-1,0)$, $B(5,-4)$.

3. Odredi jednadžbu pravca koji je određen dvjema točkama:

1) $A(-3,-3)$, $B(5,-3)$; **2)** $A(-4,2)$, $B(-4,-5)$;
3) $A(-1,1)$, $B(5,-5)$.

4. Dokaži da točka $B(-2,0)$ pripada pravcu AC, $A(-3,2)$, $C(1,-6)$ te da je $|BC|=3\cdot|AB|$.

5. Dokaži da točke $P(2,1)$ i $Q(5,0)$ pripadaju pravcu AB, $A(-1,2)$, $B(8,-1)$, te da dužinu $\overline{AB}$ dijele na tri jednaka dijela.

6. Točke $A(-3,-2)$, $B(-1,y)$ i $C(1,6)$ pripadaju jednom pravcu.

1) Odredi nepoznatu koordinatu točke B.

2) Odredi jednadžbu pravca koji je simetričan pravcu AC prema osi apscisa.

3) Kolika je površina trokuta što ga taj pravac zatvara s koordinatnim osima?

7. Točke $A(-4,0)$, $B(0,-2)$ i $C(x,-5)$ pripadaju jednom pravcu.

1) Odredi nepoznatu koordinatu točke C.

2) Odredi jednadžbu pravca koji je simetričan pravcu AC prema osi ordinata.

3) Kolika je površina trokuta što ga taj pravac zatvara s koordinatnim osima?

8. Točke $A(-3,-2)$ i $B(-1,4)$ leže na pravcu p.

1) Nacrtaj pravac p u koordinatom sustavu.

2) U kojim točkama pravac p siječe koordinatne osi?

3) Odredi jednadžbu pravca koji je simetričan pravcu p prema osi apscisa.

9. Kako glasi jednadžba pravca AB ako je $A(2,2)$, $B(-4,-1)$?

1) Odredi apscisu točke $C(x,-5)$ tako da ta točka pripada pravcu AB.

2) U kojim točkama pravac AB siječe koordinatne osi?

3) Kolika je udaljenost pravca AB od ishodišta?

10. Točkom $A(2,-3)$ prolazi pravac s nagibom $a=\frac{1}{2}$. U kojoj točki taj pravac presijeca os x? Zadatak riješi grafički.

11. Točkom $A(-4,0)$ prolazi pravac s nagibom $a=2$. U kojoj točki taj pravac presijeca os y? Zadatak riješi grafički.

12. Točkom $A(0,3)$ prolazi pravac s nagibom $a=\frac{3}{2}$. Točke $E(x,6)$, $F(-6,y)$ pripadaju tom pravcu. Odredi njihove nepoznate koordinate.

13. Pravac prolazi točkama $A(-2,4)$ i $B(x,6)$. Odredi apscisu točke B ako je koeficijent smjera pravca jednak $\frac{2}{3}$.

14. Pravac prolazi točkama $A(2,-1)$ i $B(-2,y)$. Odredi ordinatu točke B ako je koeficijent smjera pravca jednak $-\frac{3}{4}$.

15. Točkom $A(-1,2)$ prolazi pravac s nagibom $a=-\frac{2}{3}$. Točke $E(x,4)$, $F(2,y)$ pripadaju tom pravcu. Odredi njihove nepoznate koordinate.

16. Riješi nejednadžbe:

1) $x-3y>3$; **2)** $2x+3y\leqslant 6$;
3) $3x-5y>15$. **4)** $x+y\geqslant 2$;
5) $-4x+y<4$; **6)** $2x+5y\leqslant 5$.

17. Prikaži grafički u koordinatnoj ravnini skup svih rješenja nejednadžbe:

1) $x+y<0$; **2)** $x+1\geqslant 0$; **3)** $2y\leqslant 3$.

18. Iscrtaj u koordinatnoj ravnini skup svih rješenja nejednadžbe:

1) $3x-5y+15\leqslant 0$; **2)** $2x+3y-6\leqslant 0$;
3) $3x-4y-12\geqslant 0$; **4)** $x+3y+3\geqslant 0$.

19. Odredi skup rješenja sustava nejednadžbi:

1) $\begin{cases} x+3y+2\geqslant 0, \\ 3x-2y+6\geqslant 0, \\ 4x+y-3\leqslant 0; \end{cases}$ **2)** $\begin{cases} x-4y-4\leqslant 0, \\ x+y-4\geqslant 0, \\ 3x-2y-2\geqslant 0. \end{cases}$