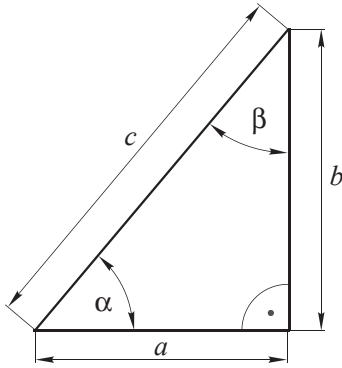


# 1 POGLED U MATEMATIKU



## 1.1. Trigonometrijske funkcije

### Sinus kuta

Sinus kuta predstavlja **omjer nasuprotne katete i hipotenuze** u pravokutnom trokutu  $\sin \alpha = \frac{b}{c}$ ,  $\sin \beta = \frac{a}{c}$ .

### Kosinus kuta

Kosinus kuta predstavlja **omjer priležeće katete i hipotenuze** u pravokutnom trokutu  $\cos \alpha = \frac{a}{c}$ ,  $\cos \beta = \frac{b}{c}$ .

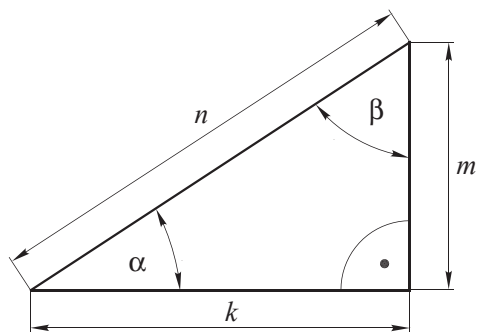
### Tangens kuta

Tangens kuta predstavlja **omjer nasuprotne i priležeće katete** u pravokutnom trokutu  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a}$ ,  $\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{b}$ .

### Arkus funkcije

Arkus funkcije su funkcije inverzne trigonometrijskim funkcijama, a koriste se za izračunavanje kuta iz poznate trigonometrijske funkcije:

- *arkus sinus kuta (arcsin),*
- *arkus kosinus kuta (arccos),*
- *arkus tangens kuta (arctg).*



### Zadatak 1.1.

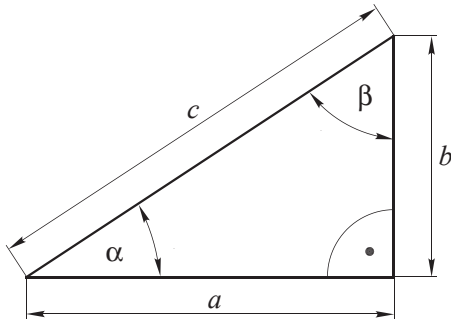
Za pravokutni trokut na slici izračunati:

- dužinu stranice  $m$ ,
- trigonometrijske funkcije za kut  $\alpha$  i  $\beta$ ,
- iznos kutova  $\alpha$  i  $\beta$

ako je zadano:  $k = 5$  cm,  $n = 9$  cm.

*Rješenje:*

$m = 7,48$  cm,  $\sin \alpha = 0,8311$ ,  $\cos \alpha = 0,5556$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 1,496$ ,  $\alpha = 56,24^\circ$ ,  
 $\sin \beta = 0,5556$ ,  $\cos \beta = 0,8311$ ,  $\operatorname{tg} \beta = 0,6684$ ,  $\beta = 33,76^\circ$ .



### Zadatak 1.2.

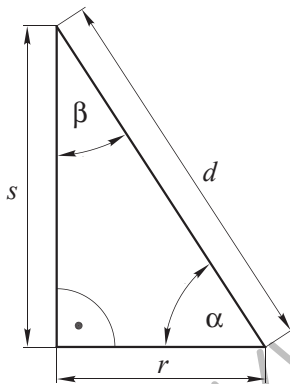
Za pravokutni trokut na slici izračunati:

- dužinu stranice  $a$ ,
- trigonometrijske funkcije za kut  $\alpha$  i  $\beta$ ,
- iznos kutova  $\alpha$  i  $\beta$

ako je zadano:  $c = 20$  cm,  $b = 10$  cm.

*Rješenje:*

$a = 17,32$  cm,  $\sin \alpha = 0,5$ ,  $\cos \alpha = 0,8660$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 0,5774$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  
 $\sin \beta = 0,8660$ ,  $\cos \beta = 0,5$ ,  $\operatorname{tg} \beta = 1,7321$ ,  $\beta = 60^\circ$ .



### Zadatak 1.3.

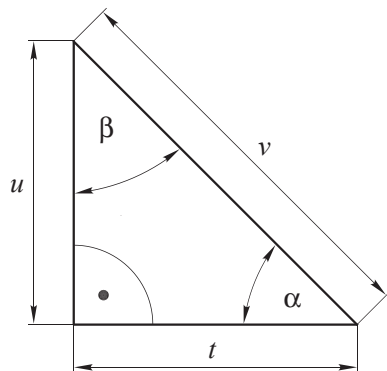
Za pravokutni trokut na slici izračunati:

- dužinu stranica  $s$  i  $d$ ,
- iznos kuta  $\beta$

ako je zadano:  $r = 6$  cm,  $\alpha = 55^\circ$ .

*Rješenje:*

$s = 8,57$  cm,  $d = 10,46$  cm,  $\beta = 35^\circ$ .



#### Zadatak 1.4.

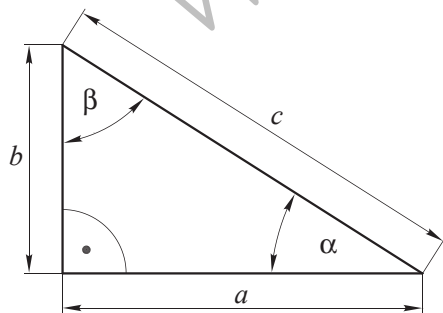
Za pravokutni trokut na slici izračunati:

- dužinu stranica  $u$  i  $t$ ,
- iznos kuta  $\alpha$

ako je zadano:  $v = 6 \text{ cm}$ ,  $\beta = 45^\circ$ .

Rješenje:

$m = t = 4,24 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 45^\circ$ .

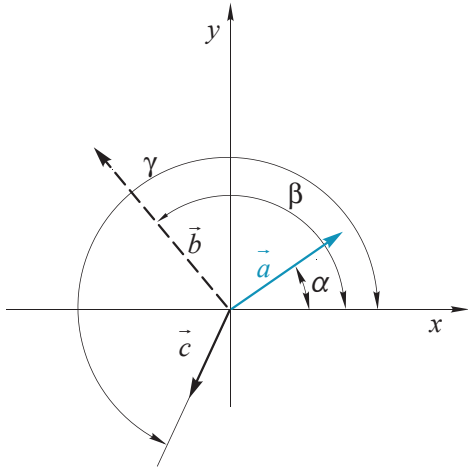


#### Zadatak 1.5.

U pravokutnom trokutu na slici poznat je kut  $\alpha = 35^\circ$  i kateta uz kut  $a = 15 \text{ cm}$ . Odredite veličinu katete  $b$  i hipotenuze  $c$ .

Rješenje:

$b = 10,5 \text{ cm}$ ,  $c = 18,31 \text{ cm}$ .



## 1.2. Zbrajanje vektora

Vektori se zbrajaju tako da se na kraj jednog vektora nanosi početak drugog i tako redom do zadnjeg. Redoslijed nanošenja vektora nije bitan. Rezultantni vektor (zbroj vektora) ima hvatište u hvatištu prvog vektora, a kraj na kraju zadnjeg vektora.

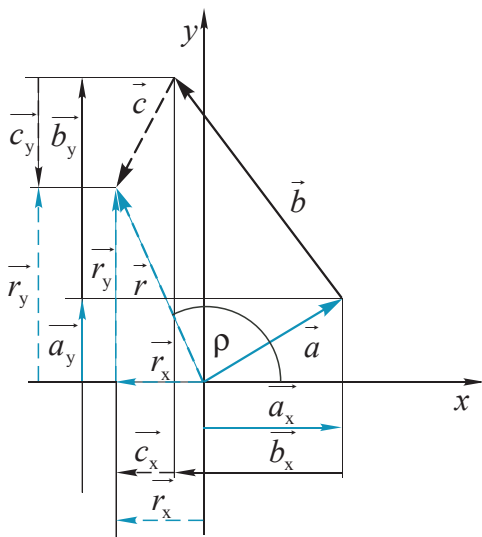
Vektore se može zbrajati analitičkim ili grafičkim putem.

### Upute za analitičko zbrajanje vektora

- Svaki vektor treba rastaviti na komponente po osi  $x$  i  $y$  ( $a_x = a \cdot \cos \alpha$ ,  $a_y = a \cdot \sin \alpha$ ).
- Zbrojimo sve komponente po osi  $x$  u jedan rezultirajući vektor  $a_{Rx}$  te sve komponente po osi  $y$  u jedan rezultirajući  $a_{Ry}$ .
- Pitagorinim poučkom treba naći rezultirajući vektor  $a_R$ .
- Kut koji vektor zatvara s osi  $x$  računa se prema tablici 2.2. u udžbeniku.

### Upute za grafičko zbrajanje vektora

- Odredimo mjerilo prema kojem ćemo nacrtati vektore.
- Prema mjerilu nacrtamo vektoru tako da se na kraj jednoga crta početak drugoga i tako do kraja.
- Izmjerimo rezultantni vektor i pomnožimo s mjerilom za crtanje vektora i tako dobijemo prave vrijednosti veličine vektora.
- Kut se određuje mjerenjem kuta s crteža.



### Riješeni zadatak 1.1.

Analitičkom i grafičkom metodom odredite zbroj vektora prema slici ako je zadano:

$$a = 25 \text{ mm}, \alpha = 30^\circ, b = 40 \text{ mm}, \beta = 130^\circ, c = 20 \text{ mm}, \gamma = 245^\circ.$$

### Analitička metoda:

$$a_x = a_1 \cdot \cos \alpha = 25 \cdot 0,8660 = 21,65 \text{ mm}.$$

$$a_y = a_1 \cdot \sin \alpha = 25 \cdot 0,5 = 12,5 \text{ mm}.$$

$$b_x = b \cdot \cos \beta = 40 \cdot (-0,6429) = -25,71 \text{ mm}.$$

$$b_y = b \cdot \sin \beta = 40 \cdot 0,7660 = 30,64 \text{ mm}.$$

$$c_x = c \cdot \cos \gamma = 20 \cdot (-0,4226) = -8,45 \text{ mm}.$$

$$c_y = c \cdot \sin \gamma = 20 \cdot (-0,9063) = -18,13 \text{ mm}.$$

$$r_x = a_x + b_x + c_x = 21,65 - 25,71 - 8,45 = -12,51 \text{ mm}.$$

$$r_y = a_y + b_y + c_y = 12,5 + 30,54 - 18,13 = 24,91 \text{ mm}.$$

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = 27,87 \text{ mm}.$$

$$\rho = 180^\circ - \arctg \frac{r_y}{|r_x|} = 180^\circ - \arctg \frac{24,91}{12,51} = 180^\circ - 63,33^\circ = 116,67^\circ.$$

**Grafička metoda:**

Grafička metoda se može raditi metodom poligona ili metodom paralelograma. Ovdje će biti pokazana metoda poligona.

Mjerilo za crtanje vektora:  $M = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}}$ .

Dužinski iznosi vektora:

$$|a| = \frac{a}{M_a} = \frac{25 \text{ mm}}{\frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}}} = 2,5 \text{ cm}, \quad |b| = \frac{b}{M_a} = \frac{40 \text{ mm}}{\frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}}} = 4 \text{ cm},$$

$$|c| = \frac{c}{M_a} = \frac{20 \text{ mm}}{\frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}}} = 2 \text{ cm}.$$

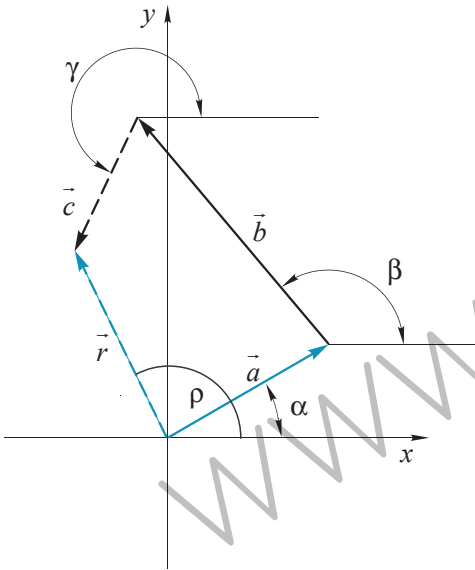
Dužinski iznos rezultatnog vektora iznosi:

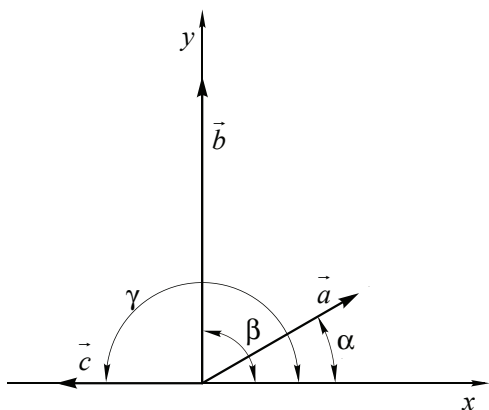
$$|r| = 2,8 \text{ cm}.$$

Iznos rezultatnog vektora je:

$$r = |r| \cdot M_a = 2,8 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = 28 \text{ mm}.$$

Kut  $\rho$  očitao:  $\rho = 117^\circ$ .



**Zadatak 1.6.**

Analitičkom i grafičkom metodom naći zbroj vektora prema slici ako je zadano:

$$a = 4,5 \text{ m}, \alpha = 30^\circ, b = 4 \text{ m}, \beta = 90^\circ, c = 2 \text{ m}, \gamma = 180^\circ.$$

Rješenje:

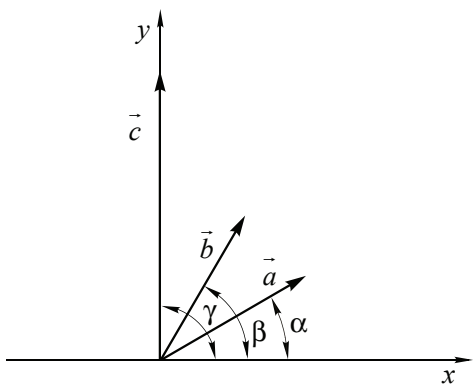
$$r = 6,53 \text{ m}, \rho = 73,16^\circ.$$

**Analitička metoda:**

**Grafička metoda:**

www.element.hr

www.element.hr

**Zadatak 1.7.**

Analitičkom i grafičkom metodom naći zbroj vektora prema slici ako je zadano:

$$a = 5 \text{ cm}, \alpha = 30^\circ, b = 4 \text{ cm}, \beta = 60^\circ, c = 8 \text{ cm}, \gamma = 90^\circ.$$

Rješenje:

$$r = 15,32 \text{ cm}, \rho = 65,61^\circ.$$

**Analitička metoda:**

**Grafička metoda:**

www.element.hr

www.element.hr