



1. Skup realnih brojeva

1. Skup prirodnih brojeva	2
2. Skup cijelih brojeva	6
3. Skup racionalnih brojeva	10
4. Skup realnih brojeva	26
5. Brojevni pravac	29
6. Osnovna svojstva zbrajanja i množenja realnih brojeva	32
7. Kvadrat i kub binoma	36
8. Razlika kvadrata	39
9. Razlika i zbroj kubova	41
10. Djelitelji i višekratnici	42
11. Algebarski razlomci	44
12. Lineарne jednadžbe i problemi prvog stupnja	48

1.1. Skup prirodnih brojeva

Pri prebrojavanju raznih predmeta ljudi koriste brojeve 1, 2, 3, 4, 5... Skup svih takvih brojeva nazivamo **skup prirodnih brojeva**, označavamo s \mathbb{N} i zapisujemo

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}.$$



Zbrajanje i množenje u skupu \mathbb{N}

$$\begin{array}{ccc} 7 & + & 2 \\ \text{pribrojnici} & & \downarrow \\ & & 9 \end{array}$$

Prirodne brojeve možemo zbrajati i množiti, a rezultat tih operacija uvijek je prirodni broj.

$$\begin{array}{ccc} 2 & \cdot & 7 \\ \text{faktori} & & \downarrow \\ & & 14 \end{array}$$

Pri zbrajanju i množenju prirodnih brojeva nebitan je redoslijed. Pribrojnici, odnosno faktori mogu zamijeniti svoja mesta i rezultat se neće promjeniti. Primjerice

$$\begin{aligned} 2 + 7 &= 7 + 2 = 9 \\ 2 \cdot 7 &= 7 \cdot 2 = 14. \end{aligned}$$

Općenito za svaka dva prirodna broja a i b vrijedi

$$a + b = b + a, \quad a \cdot b = b \cdot a.$$

Ovo se svojstvo zove **komutativnost**.

Ako su u brojevnom izrazu zadane zagrade, prvo se računaju operacije u zagradama. Međutim, ako se radi samo o operacijama zbrajanja ili množenja, tada zagrade smiju promijeniti položaj, tj. za svaka tri prirodna broja a , b i c vrijedi

$$(a + b) + c = a + (b + c), \quad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Ovo se svojstvo naziva **asocijativnost**.

Umnožak prirodnog broja a i broja 1 je broj a . To znači da je broj 1 **neutralan element** za množenje.

Sljedeće svojstvo povezuje operacije zbrajanja i množenja, a zove se **svojstvo distributivnosti** množenja prema zbrajanju:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c,$$

gdje su a , b i c bilo koja tri prirodna broja.



PRIMJER 1.

Primjenjujući svojstva zbrajanja, izračunajmo što kraćim putem:

a) $27 + 45 + 13 + 55$ b) $356 + 237 + 344 + 263$.

a) $27 + 45 + 13 + 55 = (27 + 13) + (45 + 55) = 40 + 100 = 140$

b) $356 + 237 + 344 + 263 = (356 + 344) + (237 + 263) = 700 + 500 = 1200.$

PRIMJER 2.

Primjenjujući svojstva množenja, izračunajmo što kraćim putem:

a) $2 \cdot 25 \cdot 5 \cdot 4$ b) $4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 25 \cdot 125$.

- a) Jedan od načina primjene svojstava množenja je ovaj: $2 \cdot 25 \cdot 5 \cdot 4 = (2 \cdot 5) \cdot (25 \cdot 4) = 10 \cdot 100 = 1000$
- b) $4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 25 \cdot 125 = (4 \cdot 25) \cdot (4 \cdot 50) \cdot (8 \cdot 125) = 100 \cdot 200 \cdot 1000 = (100 \cdot 1000) \cdot 200 = 100\,000 \cdot 200 = 20\,000\,000$.

PRIMJER 3.

Marija je kupila 3 kg slatkih i 4 kg reskih jabuka. Cijena kilograma obiju vrsta jabuka bila je 5 kn. Koliko je Marija platila te jabuke?

- Možemo računati na dva načina. U prvom načinu prvo ćemo izračunati koliko je platila za slatke jabuke ($3 \cdot 5$), zatim koliko je platila za reske ($4 \cdot 5$), pa ćemo zbrojiti:

$$3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 15 + 20 = 35 \text{ kn.}$$

U drugom načinu iskoristit ćemo činjenicu da obje vrste jabuka imaju istu cijenu, pa je ukupno bilo $3 + 4 = 7$ kg jabuka i Marija je platila $7 \cdot 5 = 35$ kn.

**Oduzimanje i dijeljenje u skupu N**

U skupu prirodnih brojeva oduzimanje je izvedivo samo ako od većeg broja oduzimamo manji.

$$\begin{array}{ccc} (25) & - & (10) \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{umanjenik} & & \text{umanjitelj} \end{array} = \begin{array}{c} (15) \\ \downarrow \\ \text{razlika} \end{array}$$

Rezultat dobiven oduzimanjem možemo provjeriti tako da zbrojimo razliku i umanjitelja. Zbroj mora biti jednak umanjeniku. U ovom primjeru je $10 + 15 = 25$.

Za operaciju oduzimanja ne vrijede svojstva komutativnosti ni asocijativnosti. Ali, svojstvo distributivnosti množenja prema oduzimanju vrijedi:

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c.$$

Dijeljenje također nije uvijek izvedivo u skupu \mathbb{N} . Broj a možemo podijeliti brojem b samo ako je a **djeljiv** s b , tj. ako postoji prirodni broj c takav da je $a = bc$.

Rezultat dijeljenja možemo provjeriti tako da pomnožimo količnik i djelitelj. Rezultat mora biti jednak djeljeniku. Ne vrijede ni svojstva komutativnosti ni asocijativnosti.

$$\begin{array}{ccc} (18) & : & (2) \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{djeljenik} & & \text{djelitelj} \end{array} = \begin{array}{c} (9) \\ \downarrow \\ \text{količnik} \end{array}$$



PRIMJER 4.

Izračunajmo: $72 : 6 : 2$.

- Ako u računskom zadatku dolazi više operacija dijeljenja za redom, one se računaju slijeva nadesno, redom kako su napisane.

$$\begin{array}{ll} 72 : 6 : 2 = 12 : 2 = 6 \\ \text{ispravno} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 72 : 6 : 2 = 72 : 3 = 24 \\ \text{neispravno} \end{array}$$

Pri izvođenju nekoliko računskih operacija poštujemo sljedeća pravila:

1. Ako su u brojevnom izrazu zadane zgrade, prvo se izračunava unutarnja (“najdublja”) zagrada, a zatim redom ostale.
2. Ako u brojevnom izrazu nema zagrada, prvo se računaju operacije višeg prioriteta: množenje i dijeljenje, tek onda zbrajanje i oduzimanje.
3. Ako nema zagrada, a operacije su istog prioriteta, izvode se slijeva nadesno, osim kad primjena svojstava komutativnosti i asocijativnosti olakšava računanje.



PRIMJER 5.

Izračunajmo $(4 \cdot 6 + 2) + (5 + 3 \cdot 4 - 6) \cdot 7 + 10 \cdot 11$.

$$\begin{aligned} ■■■ (4 \cdot 6 + 2) + (5 + 3 \cdot 4 - 6) \cdot 7 + 10 \cdot 11 &= (24 + 2) + (5 + 12 - 6) \cdot 7 + 10 \cdot 11 \\ &= 26 + (17 - 6) \cdot 7 + 110 = 26 + 11 \cdot 7 + 110 = 26 + 77 + 110 = 213. \end{aligned}$$



ZADATCI 1.1.

1. Izračunaj:

a $358 + 472 + 35$	b $800 + 256 + 435$	c $1257 + 1000 + 363$
d $250 + 494 + 250$	e $9999 + 728 + 1$	f $4568 + 201 + 32$.
2. Izračunaj primjenjujući svojstva zbrajanja:

a $12 + 35 + 18 + 75$	b $37 + 12 + 43 + 28$
c $135 + 225 + 47 + 163$	d $1234 + 278 + 6 + 2$.
3. Izračunaj:

a $27 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 3$	b $25 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2$	c $142 \cdot 7 \cdot 50$	d $3 \cdot 100 \cdot 4 \cdot 100$.
--	---------------------------------------	---------------------------------	--
4. Izračunaj primjenjujući svojstva množenja:

a $11 \cdot 2 \cdot 5$	b $37 \cdot 15 \cdot 2$	c $4 \cdot 327 \cdot 25$
d $25 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 3$	e $8 \cdot 7 \cdot 75 \cdot 10$	f $125 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 26$.

1.1. Skup prirodnih brojeva

5. Koristeći se svojstvima zbrajanja i množenja, izračunaj na najbrži mogući način:
- a) $173 \cdot 10 + 28 \cdot 10$ b) $72 \cdot 15 + 72 \cdot 19$ c) $451 \cdot 23 + 451 \cdot 57$
d) $99 \cdot 27 + 121 \cdot 27$ e) $3 \cdot 17 + 14 \cdot 17 + 15 \cdot 17$ f) $34 \cdot 21 + 20 \cdot 21 + 21 \cdot 86.$
6. Ante je radio 3 dana po 8 sati na dan, Jurica 4 dana po 7 sati dnevno, dok je Martina radila 5 dana po 10 sati dnevno. Ako je cijena jednog radnog sata 14 kuna, koliko su ukupno kuna zaradili?
7. U zgradi postoje tri jednosobna stana površine 45 m^2 , pet dvosobnih stanova od 54 m^2 , te dva trošobna stana površine 76 m^2 . Ako je mjesecna cijena grijanja 1 m^2 stana 8 kuna, koliki je mjesecni račun za grijanje stambenog prostora cijele zgrade?
8. Prosječna mjesecna potrošnja vode po osobi je 4000 litara. Ako u zgradi živi 10 dvočlanih obitelji, 12 tročlanih, 7 četveročlanih i jedna šesteročlana obitelj, kolika je prosječna mjesecna potrošnja vode u toj zgradi?
9. Automobil troši 8 litara benzina na 100 km. Izračunaj koliko je litara benzina potrebno za put od 1200 km. Koliko je kilometara moguće prijeći s 48 litara benzina?
10. Bazén se puni trima cijevima. Kroz jednu cijev protječe 143 m^3 vode u jednom satu, kroz drugu 83 m^3 vode u satu, a kroz treću 121 m^3 vode u satu. Koliko je m^3 vode u bazenu nakon 7 sati punjenja? Koliko je m^3 vode u bazenu nakon 10 sati punjenja ako kroz prve dvije cijevi voda utječe u bazen, a trećom istječe?
11. Izračunaj na najbrži način:
- a) $123 \cdot 10 - 75 \cdot 10$ b) $291 \cdot 15 - 105 \cdot 15$
c) $457 \cdot 11 - 327 \cdot 11$ d) $221 \cdot 29 - 29 \cdot 101$
e) $257 \cdot 27 - 133 \cdot 27 + 27 \cdot 42$ f) $394 \cdot 123 + 451 \cdot 123 - 700 \cdot 123.$
12. Izračunaj:
- a) $6 + 9 \cdot 12 + 5$ b) $(6 + 9) \cdot 12 + 5$ c) $6 + 9 \cdot (12 + 5)$
d) $(6 + 9) \cdot (12 + 5)$ e) $4 \cdot 7 + 8 \cdot 11$ f) $4 \cdot (7 + 8) \cdot 11.$
13. Izračunaj:
- a) $5 + 3 \cdot 5$ b) $3 \cdot 7 - 5 \cdot 2$ c) $(3 + 7) \cdot 5 - 2$
d) $5 + 3 \cdot (5 - 3)$ e) $(7 - 2) \cdot (7 - 3)$ f) $17 - 2 \cdot 7 + 3$
g) $10 + 9 \cdot 2 + 7$ h) $(10 + 9) \cdot (2 + 7)$ i) $10 + 9 \cdot (2 + 7).$
14. Izračunaj:
- a) $(163 - 142) \cdot 5 + 3 \cdot (19 - 11)$ b) $163 - 14 \cdot 5 + 3 \cdot 19 - 11$
c) $400 - 100 \cdot 3 + 5 \cdot (125 - 3 \cdot 32)$ d) $35 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot (18 - 17)$
e) $(299 + 135) \cdot 7 + 29 \cdot (423 - 399)$ f) $299 - 13 \cdot 7 + 29 \cdot 423 - 399$
g) $(299 - 13 \cdot 7 + 29) \cdot 423 - 399$ h) $387 - 15 \cdot (35 - 27) + 15 - 15 \cdot 14.$



15. Izračunaj:

- a $20 \cdot (14 + 5 \cdot (20 + 17))$
 c $((17 + 8 \cdot 3) + 3) \cdot 14 \cdot 10$

- b $(12 + (4 \cdot 5 + 3) \cdot 8) \cdot 15$
 d $7 \cdot ((3 + 12) + 17) + 3 \cdot 11.$

16. Izračunaj:

- a $8888 : 8$
 e $56\ 781 : 9$
 i $1845 : 15$

- b $123\ 400 : 10$
 f $2500 : 100$
 j $14\ 916 : 12$

- c $2456 : 2$
 g $414 : 18$
 k $20\ 868 : 564$

- d $728 : 4$
 h $1645 : 47$
 l $28\ 416 : 111.$

17. Izračunaj:

- a $945 : 1 + 5$

- b $945 : 5 - 5$

- c $320 : 2 + 8$

- d $320 : (2 + 8).$

18. Izračunaj:

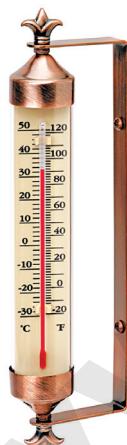
- a $(189 : 3 - 27) : 6$
 c $(324 : (36 : 2)) : (3 \cdot 3)$

- b $(225 : 9 + 15) : 10$
 d $1000 - (10\ 000 : 100) \cdot 9.$

19. 4096 litara soka treba razdijeliti u dvolitrene boce. Koliko je boca potrebno?

20. U paketu čija je vrijednost 320 kn nalazi se 64 komada čokolade. Kolika je vrijednost jedne čokolade?

1.2. Skup cijelih brojeva



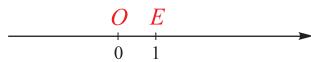
Već smo uočili da oduzimanje prirodnih brojeva nije uvijek izvedivo. Zato skup \mathbb{N} moramo proširiti dodajući nulu i negativne cijele brojeve.

U prirodi susrećemo negativne brojeve. Temperatura je u hladnim zimskim danima ispod nule. Razine nekih jezera su ispod srednje razine mora (nule). Račun u banci može biti "u minusu" ako štediša potroši više novca nego što je imao na računu.

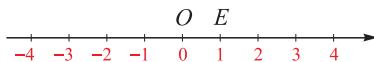
Skup cijelih brojeva označujemo pojačanim slovom \mathbb{Z} i simbolima predstavljamo ovako:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}.$$

Svaki cijeli broj možemo smjestiti na brojevni pravac. Pravac postaje brojevni ako mu označimo ishodište (točku O) i jediničnu dužinu (\overline{OE} , franc. *éalon* – pramjera).



Sada na taj pravac možemo smjestiti svaki cijeli broj. Smjestimo ih nekoliko:



Pogledajmo što imaju zajedničko brojevi 4 i -4 na brojevnom pravcu. Brojevi 4 i -4 imaju jednake udaljenosti od nule. Te udaljenosti zovemo **apsolutne vrijednosti** ili **moduli** cijelih brojeva. Brojeve 4 i -4 nazivamo međusobno **suprotnim** brojevima.

Apsolutna vrijednost ili modul cijelog broja x je, dakle, udaljenost broja x od ishodišta brojevnog pravca i označujemo je $|x|$. Tako je $|5| = 5$, $|-5| = -(-5) = 5$, $|0| = 0$.

Uočimo da je $|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$.

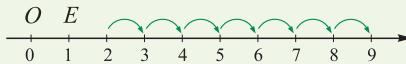
Računske operacije u skupu \mathbb{Z}

PRIMJER 1.

Izračunajmo:

a) $2 + 7$ b) $-2 - 7$ c) $-2 + 7$ d) $2 - 7$.

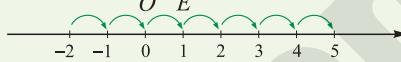
a) $2 + 7 = 9$



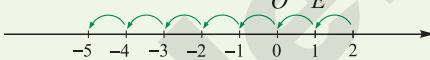
b) $-2 - 7 = -9$



c) $-2 + 7 = 5$



d) $2 - 7 = -5$



Uočimo da u prva dva zadatka zbrajamo cijele brojeve istih predznaka, a u druga dva zadatka cijele brojeve suprotnih predznaka.

I. Cijele brojeve istih predznaka zbrajamo tako da absolutne vrijednosti brojeva zbrojimo, a predznak prepišemo.

II. Cijele brojeve suprotnih predznaka zbrajamo tako da absolutne vrijednosti oduzmemo (od veće oduzmemo manju), a predznak broja s većim modulom prepišemo.

PRIMJER 2.

Izračunajmo:

a) $2 \cdot 7$ b) $-2 \cdot (-7)$ c) $-2 \cdot 7$ d) $2 \cdot (-7)$.

U prva dva zadatka množimo cijele brojeve istih predznaka, a u druga dva zadatka cijele brojeve suprotnih predznaka. Pravila za množenje cijelih brojeva su:

I. Umnožak cijelih brojeva istih predznaka je pozitivan broj i jednak je umnošku absolutnih vrijednosti faktora.

II. Umnožak cijelih brojeva suprotnih predznaka je negativan broj čija je absolutna vrijednost jednak umnošku absolutnih vrijednosti faktora.

a) $2 \cdot 7 = 14$ b) $-2 \cdot (-7) = 14$ c) $-2 \cdot 7 = -14$ d) $2 \cdot (-7) = -14$.

U skupu \mathbf{Z} operacija zbrajanja je asocijativna, komutativna, zbroj svakog cijelog broja s 0 je taj isti broj. Također, za svaki cijeli broj n postoji njemu suprotan broj $-n$ i zbroj dvaju međusobno suprotnih brojeva je 0. Operacija množenja je asocijativna i komutativna, a produkt svakog cijelog broja s 1 je taj isti broj. Također, vrijedi i distributivnost množenja prema zbrajanju.

$$\begin{aligned} a + b &= b + a \\ a + (b + c) &= (a + b) + c \\ a + 0 &= a \\ a + (-a) &= 0 \\ a \cdot b &= b \cdot a \\ a \cdot (b \cdot c) &= (a \cdot b) \cdot c \\ a \cdot 1 &= a \\ a \cdot (b + c) &= a \cdot b + a \cdot c \end{aligned}$$

PRIMJER 3.

Izračunajmo: $3 \cdot (15 - 14 \cdot (11 \cdot 8 - 18 \cdot 3))$.

Sredimo prvo unutarnju zagradu:

$$\begin{aligned} 3 \cdot (15 - 14 \cdot (11 \cdot 8 - 18 \cdot 3)) &= 3 \cdot (15 - 14 \cdot (88 - 54)) = 3 \cdot (15 - 14 \cdot 34) \\ &= 3 \cdot (15 - 476) = 3 \cdot (-461) = -1383. \end{aligned}$$

ZADATCI 1.2.

- Na pravcu nacrtaj točke O i E tako da je $|OE| = 1\text{ cm}$. Odredi točke pridružene brojevima $2, 4, 6, 8, -2, -4, -6, -8$.
- Na pravcu nacrtaj točke O i E , $|OE| = 1.5\text{ cm}$ te odredi točke pridružene brojevima $-4, -3, -2, -1$.
- Izračunaj:

a $ 10 $	b $ 0 $	c $ -11 $	d $ -121 $	e $ 58 $	f $ -43 $
-----------------	----------------	------------------	-------------------	-----------------	------------------
- Izračunaj:

a $ 10 + -5 $	b $ -11 - -7 $	c $2 \cdot -6 + 3 \cdot 7 $	d $4 \cdot -5 - 2 \cdot -1 $
------------------------	-------------------------	---------------------------------------	--
- Brojevima $17, -21, 123, 457, -1000, 23\,528$ napiši suprotne brojeve.
- Koja dva broja imaju absolutnu vrijednost jednaku 12?
- Koja dva broja imaju absolutnu vrijednost 175?
- Za koje brojeve x vrijedi:

a $ x = 9$	b $ x = 497$	c $ x = 0$?
--------------------	----------------------	----------------------
- Izračunaj:

a $14 + (-22) + 28$	b $-32 + (-10) - 21$	c $13 - (-14) - 1$
d $39 + (-24) - 10$	e $-28 + (-50) + (-75)$	f $-20 - 33 - 44$
- Izračunaj:

a $10 + (-22) + 28 + (-48)$	b $-27 - 45 + (-82) + (-21)$
c $-35 - (-37) + 42 + (-81)$	d $21 + (-25) - 32 + 29$

11. Izračunaj:

a) $(-8) \cdot 0$

b) $(-10) \cdot 25$

c) $(-11) \cdot 13$

d) $21 \cdot (-5)$

e) $27 \cdot (-3)$

f) $(-4) \cdot (-15)$

g) $(-23) \cdot (-5)$

h) $(-31) \cdot (-11)$.

12. Izračunaj:

a) $2 \cdot (-8) \cdot 4$

b) $(-5) \cdot (-2) \cdot (-13)$

c) $(-12) \cdot (-15) \cdot (-3)$

d) $(-7) \cdot (-49) \cdot 2$

e) $(-14) \cdot 8 \cdot (-25)$

f) $(-100) \cdot 225 \cdot (-8)$.

13. Izračunaj:

a) $225 : (-15)$

b) $(-64) : 32$

c) $(-484) : (-4)$

d) $(-1000) : 125$

e) $(-187) : (-11)$

f) $432 : (-12)$

g) $144 : (-12)$

h) $-1024 : (-32)$.

14. Izračunaj:

a) $441 : (-9) + 9$

b) $-256 : 32 - 32 \cdot (-2)$

c) $48 - 48 : (-8)$

d) $(48 - 48) : (-8)$

e) $165 - 165 : 11 - 1$

f) $1001 : (169 : 13)$.

15. Izračunaj:

a) $-3 - 7 + 8 - 2 + 5$

b) $-(-3) + (-7) - 8 + (-2) - 55$

c) $(-3+2)-(-2+1)+(-3+1)-(-2-1)$

d) $2 \cdot (-3+2)-5 \cdot (-2+3)-3 \cdot (-2+5)-1$

e) $(-2) \cdot 7 - 5 \cdot (-3) \cdot (-1) - 2 \cdot (-7)$

f) $3 \cdot (-5) \cdot (-1) - (-2) \cdot 8 + (-3) \cdot (2 - 3)$.

16. Izračunaj:

a) $15 - 3 \cdot (20 - 11 \cdot 2) + 44$

b) $100 - 10 \cdot (44 - 3 \cdot 17) - 27$

c) $-59 + 21 \cdot (32 + 4 \cdot (-11)) + 48$

d) $-298 - 27 \cdot (-15 - 2 \cdot (-10)) - 301$

e) $-288 : 4 - 3 \cdot (-27 \cdot 18 + 2)$

f) $-1024 : (-16) + 32 \cdot (47 - (-8 + 8))$

g) $-1000 : (-50) \cdot 17 - 432 : (-36) : 2$

h) $3 \cdot (15 - 15 \cdot (21 \cdot 4 - 32 \cdot 3)) : 15$.

17. Izračunaj:

a) $-3 - 2 \cdot (-3 + 2 \cdot (-3)) - 2 \cdot (-1)$

b) $-3 - 2 \cdot (-3 + 2 \cdot (-3 \cdot (-2) - 3))$

c) $5 - 3 \cdot (-5 + 3 \cdot (-5 \cdot (-3) - 5))$

d) $-4 - 5 \cdot ((-4 - 5) \cdot (-2 - 1) - (-2 + 1) \cdot (-3 + 2))$.

18. Izračunaj:

a) $-3 - 2 \cdot \{-3 - 1 \cdot [-3 \cdot (-2) - 1]\}$

b) $-5 + 1 \cdot \{-4 + 1 \cdot [-3 \cdot (-1) + 1]\}$

c) $3 - 1 \cdot \{-3 + 5 \cdot [-3 \cdot (-5) + 5 \cdot (-2)]\}$

d) $-2 + 9 \cdot \{-2 + 7 \cdot [3 \cdot (-2) - 2 \cdot (-3)]\}$

e) $-5 - \{-4 - [-3 \cdot (-2) - 1] - 2 - 3\} - 4$.

19. Jutarnja temperatura zraka jednog zimskog dana bila je -5°C . Do podneva se temperatura povisila za 14°C , a nakon toga je padala. Do večeri se spustila za 16°C . Kolika je bila temperatura u podne, a kolika navečer?

20. Banka svom stalnom klijentu odobrava dopušteno prekoračenje od 5000 kn na tekućem računu. 1. 12. stanje računa bilo je 502 kn. 2. 12. klijent je na bankomatu podigao 4000 kn. Kakvo mu je stanje računa nakon te transakcije? Koliko klijent mora položiti kuna na banku da mu stanje računa bude 0?

1.3. Skup racionalnih brojeva

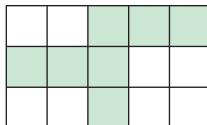
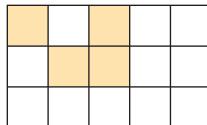
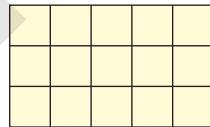
U skupovima **N** i **Z** naučili smo da je dijeljenje moguće samo ako je djeljenik višekratnik djelitelja. U ostalim slučajevima dijeljenje nije bilo izvedivo. Stoga ponovo proširujemo, ovaj put skup **Z**, da bi operacija dijeljenja (osim nulom) uviјek bila izvediva. Novi, proširen, skup brojeva zove se **skup racionalnih brojeva** i označuje pojačanim slovom **Q**, a piše se:

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{a}{b}; a, b \in \mathbf{Z}, b \neq 0 \right\}.$$

U racionalnom broju $\frac{a}{b}$ broj a nazivamo **brojnik**, a broj b **nazivnik** razlomka.

S pomoću racionalnih brojeva zapisujemo i dijelove cjeline.

Promotrimo pravokutnik na desnoj slici. Podijeljen je na 15 jednakih dijelova koje nazivamo petnaestine i označujemo s $\frac{1}{15}$.



Na slikama lijevo iscrtani su dijelovi pravokutnika jednaki $\frac{4}{15}$, odnosno $\frac{7}{15}$.

Uočimo da je svaki prirođan, odnosno cijeli broj ujedno i racionalan broj. Npr. broj 5 možemo napisati u obliku razlomka na beskonačno mnogo načina.

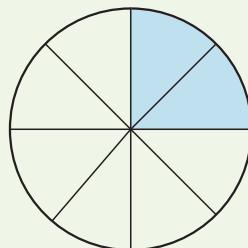
$$5 = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \dots; \quad \text{općenito} \quad a = \frac{a}{1}.$$

Jednakost racionalnih brojeva

PRIMJER 1.

Uočimo iscrtani dio kruga na slici. Možemo ga zapisati na dva načina: kao $\frac{1}{4}$, ali i kao $\frac{2}{8}$. Dakle, $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$.

Primijetimo da je produkt brojnika prvog razlomka i nazivnika drugog jednak produktu nazivnika prvog i brojnika drugog razlomka. Ovo svojstvo je karakteristično i služi za definiciju jednakosti razlomaka.



Jednakost racionalnih brojeva

Dva racionalna broja $\frac{a}{b}$ i $\frac{c}{d}$ su **jednaka** ako je

$$ad = bc.$$