

# Sadržaj

<b>1. Statistički podaci</b> .....	<b>1</b>
1.1. Važnost statistike .....	1
1.2. Statistički skup, populacija i uzorak .....	3
1.3. Izvori i vrste podataka .....	4
1.3.1. Izvori podataka .....	4
1.3.2. Vrste podataka .....	5
1.3.3. Mjerne skale i statističke varijable .....	6
1.3.4. Matrica podataka .....	11
1.4. Kvalitativne i kvantitativne statističke varijable .....	11
1.5. Statistički nizovi .....	12
1.5.1. Nizovi kvalitativnih podataka .....	12
1.5.2. Numerički nizovi .....	17
1.5.3. Statističke tablice .....	22
Zadatci za vježbu 1 .....	27
<b>2. Grafička analiza podataka</b> .....	<b>33</b>
2.1. Grafička analiza kvalitativnih podataka .....	34
2.2. Grafička analiza kvantitativnih podataka .....	41
Zadatci za vježbu 2 .....	52
<b>3. Numerička analiza podataka</b> .....	<b>55</b>
3.1. Srednje vrijednosti .....	55
3.1.1. Aritmetička sredina .....	56
3.1.2. Geometrijska sredina .....	75
3.1.3. Harmonijska sredina .....	76
3.1.4. Momenti numeričkih nizova .....	77
3.1.5. Mod .....	79
3.1.6. Medijan i kvantili .....	86
3.2. Mjere disperzije .....	95
3.2.1. Raspon varijacije, interkvartil i koeficijent kvartilne devijacije .....	96
3.2.2. Varianca, standardna devijacija i koeficijent varijacije .....	97
3.2.3. Standardizirano obilježje .....	104
3.2.4. Empirijsko pravilo i Čebiševljevo pravilo .....	107
3.3. Mjere oblika distribucije: mjere asimetrije i mjera zaobljenosti .....	112
3.3.1. Koeficijent asimetrije .....	113
3.3.2. Pearsonova i Bowleyjeva mjera asimetrije .....	113
3.3.3. Mjera zaobljenosti .....	116
3.4. Mjere koncentracije .....	122
3.4.1. Koncentracijski omjer .....	123
3.4.2. Herfindal-Hirschmanov indeks .....	123

3.4.3. Ginijev koeficijent koncentracije . . . . .	124
Zadatci za vježbu 3 . . . . .	132
DODATAK 3A . . . . .	142
<b>4. Analiza vremenskih nizova . . . . .</b>	<b>143</b>
4.1. Definicija vremenskog niza . . . . .	143
4.2. Pokazatelji dinamike . . . . .	146
4.3. Individualni indeksi . . . . .	153
4.4. Skupni indeksi . . . . .	157
4.5. Odabrani ekonomski indeksi . . . . .	164
4.5.1. Indeks potrošačkih cijena . . . . .	164
4.5.2. Indeks CROBEX . . . . .	166
4.6. Deflacioniranje . . . . .	168
Zadatci za vježbu 4 . . . . .	172
<b>5. Vjerojatnost i distribucije vjerojatnosti . . . . .</b>	<b>176</b>
5.1. Osnovni pojmovi . . . . .	176
5.1.1. Slučajni eksperiment . . . . .	176
5.1.2. Slučajni događaj . . . . .	177
5.2. Vjerojatnost slučajnog događaja . . . . .	179
5.2.1. Klasična definicija vjerojatnosti . . . . .	179
5.2.2. Statistička definicija vjerojatnosti . . . . .	180
5.2.3. Subjektivna vjerojatnost . . . . .	182
5.2.4. Aditivni zakon . . . . .	184
5.2.5. Aksiomska definicija vjerojatnosti . . . . .	184
5.2.6. Uvjetna vjerojatnost . . . . .	185
5.2.7. Particija prostora slučajnih događaja . . . . .	187
5.2.8. Formula potpune vjerojatnosti . . . . .	187
5.2.9. Bayesov teorem . . . . .	188
5.3. Slučajne varijable i distribucije vjerojatnosti . . . . .	190
5.3.1. Definicija slučajne varijable . . . . .	190
5.3.2. Diskretna slučajna varijabla . . . . .	190
5.3.3. Diskretna dvodimenzionalna slučajna varijabla . . . . .	193
5.3.4. Kontinuirana slučajna varijabla . . . . .	199
5.3.5. Kontinuirana dvodimenzionalna slučajna varijabla . . . . .	204
5.4. Karakteristike distribucija vjerojatnosti . . . . .	206
5.4.1. Očekivana vrijednost slučajne varijable . . . . .	206
5.4.2. Varianca slučajne varijable . . . . .	208
5.4.3. Kovarianca i koeficijent linearne korelacije . . . . .	211
5.4.4. Varianca linearne kombinacije slučajnih varijabli . . . . .	212
5.5. Modeli distribucija vjerojatnosti . . . . .	215
5.5.1. Bernoullijeva distribucija . . . . .	215
5.5.2. Binomna distribucija . . . . .	216

5.5.3. Poissonova distribucija . . . . .	219
5.5.4. Normalna ili Gaussova distribucija . . . . .	222
5.5.5. Važna svojstva normalne distribucije . . . . .	227
5.6. Kontinuirane distribucije vjerojatnosti usko povezane s normalnom distribucijom . . . . .	229
5.6.1. Hi-kvadrat distribucija ( $\chi^2$ -distribucija) . . . . .	229
5.6.2. Studentova $t$ -distribucija . . . . .	231
5.6.3. $F$ -distribucija . . . . .	234
Zadatci za vježbu 5 . . . . .	236
<b>6. Procjene parametara jedne populacije . . . . .</b>	<b>240</b>
6.1. Metode izbora uzorka . . . . .	241
6.1.1. Jednostavni slučajni uzorak . . . . .	242
6.1.2. Sistematski uzorak . . . . .	242
6.1.3. Stratificirani uzorak . . . . .	243
6.1.4. Uzorak skupina . . . . .	244
6.1.5. Izbor uzorka s ponavljanjem i bez ponavljanja . . . . .	244
6.2. Procjenitelj parametra, vrijednost procjene i <i>sampling</i> -distribucija procjenitelja . . . . .	246
6.3. Procjena aritmetičke sredine populacije . . . . .	248
6.3.1. Svojstva procjenitelja aritmetičke sredine populacije . . . . .	248
6.3.2. Metode procjenjivanja . . . . .	258
6.3.3. Procjena aritmetičke sredine populacije kada je varijanca populacije poznata . . . . .	259
6.3.4. Određivanje veličine uzorka za intervalnu procjenu sredine populacije . . .	264
6.3.5. Procjena aritmetičke sredine populacije kada varijanca populacije nije poznata . . . . .	266
6.4. Procjena varijance normalno distribuirane populacije . . . . .	272
6.5. Procjena proporcije populacije . . . . .	275
6.5.1. Svojstva procjenitelja proporcije populacije . . . . .	276
6.5.2. Procjena proporcije populacije s pomoću velikog uzorka . . . . .	278
6.5.3. Određivanje veličine uzorka za intervalnu procjenu proporcije populacije . . . . .	280
Zadatci za vježbu 6 . . . . .	282
DODATAK 6A . . . . .	285
DODATAK 6B . . . . .	286
<b>7. Testovi hipoteza o pretpostavljenoj vrijednosti parametra jedne populacije . . .</b>	<b>287</b>
7.1. Vrste pogrešaka u postupku testiranja hipoteza . . . . .	288
7.2. Test hipoteze o pretpostavljenoj vrijednosti sredine populacije . . . . .	289
7.2.1. Dvosmjerni test . . . . .	289
7.2.2. Jednosmjerni testovi . . . . .	297
7.2.3. Vjerojatnost pogreške tipa II. Snaga testa i PC krivulja . . . . .	301

7.3. Test hipoteze o pretpostavljenoj vrijednosti varijance normalno distribuirane populacije . . . . .	310
7.4. Test hipoteze o pretpostavljenoj vrijednosti proporcije populacije s pomoću velikog uzorka . . . . .	314
Zadatci za vježbu 7 . . . . .	322
<b>8. Odnos parametara dviju populacija . . . . .</b>	<b>325</b>
8.1. Procjena razlike aritmetičkih sredina dviju populacija: nezavisni uzorci . . . . .	325
8.1.1. Procjena razlike aritmetičkih sredina nezavisnim uzorcima . . . . .	326
8.1.2. Test hipoteze o pretpostavljenoj razlici aritmetičkih sredina nezavisnim uzorcima . . . . .	334
8.2. Procjena razlike proporcija dviju populacija: veliki nezavisni uzorci . . . . .	348
8.2.1. Procjena razlike proporcija velikim nezavisnim uzorcima . . . . .	348
8.2.2. Test hipoteze o pretpostavljenoj razlici proporcija velikim nezavisnim uzorcima . . . . .	350
8.3. Procjena razlike aritmetičkih sredina dviju populacija: zavisni uzorci . . . . .	354
8.3.1. Procjena razlike aritmetičkih sredina zavisnim uzorcima . . . . .	354
8.3.2. Test hipoteze o pretpostavljenoj razlici aritmetičkih sredina zavisnim uzorcima . . . . .	358
8.4. Usporedba varijanci dviju normalno distribuiranih populacija . . . . .	362
Zadatci za vježbu 8 . . . . .	367
<b>9. Analiza varijance . . . . .</b>	<b>369</b>
9.1. Osnovni pojmovi . . . . .	369
9.2. Jednofaktorska analiza varijance . . . . .	370
9.3. Provjera pretpostavki o modelu ANOVA . . . . .	377
9.4. Dvofaktorska analiza varijance . . . . .	383
9.5. Analiza varijance na temelju redoslijednih varijabli. Kruskal-Wallisov test . . . . .	393
Zadatci za vježbu 9 . . . . .	396
<b>10. Hi-kvadrat test . . . . .</b>	<b>401</b>
10.1. Test hipoteze o obliku distribucije populacije . . . . .	402
10.2. Test hipoteze o nezavisnosti dviju varijabli . . . . .	409
10.3. Test hipoteze o jednakosti proporcija tri ili više nezavisnih populacija . . . . .	415
Zadatci za vježbu 10 . . . . .	419
<b>11. Jednostavna linearna regresija . . . . .</b>	<b>421</b>
11.1. Korelacijska analiza . . . . .	421
11.1.1. Dijagram rasipanja . . . . .	422
11.1.2. Pearsonov koeficijent korelacije . . . . .	423
11.1.3. Spearmanov koeficijent korelacije ranga . . . . .	426
11.2. Model jednostavne linearne regresije . . . . .	431

11.3.	Procjene parametara u modelu jednostavne linearne regresije . . . . .	436
11.3.1.	Standardne pogreške procjena parametara u modelu jednostavne linearne regresije . . . . .	441
11.3.2.	Intervalne procjene parametara u modelu jednostavne linearne regresije . . . . .	443
11.4.	Regresijski model bez konstantnog člana . . . . .	447
11.5.	Analiza varijance u modelu jednostavne linearne regresije . . . . .	448
11.6.	Testiranje hipoteza u modelu jednostavne linearne regresije . . . . .	454
11.6.1.	Test značajnosti regresorske varijable . . . . .	454
11.6.2.	$t$ -test o pretpostavljenoj vrijednosti regresijskog parametra . . . . .	460
11.7.	Predviđanje modelom jednostavne linearne regresije . . . . .	462
	Zadatci za vježbu 11 . . . . .	467
	DODATAK 11A . . . . .	471
	DODATAK 11B . . . . .	472
<b>12.</b>	<b>Model višestruke linearne regresije . . . . .</b>	<b>474</b>
12.1.	Definicija modela i procjene parametara . . . . .	474
12.2.	Analiza varijance u modelu višestruke linearne regresije . . . . .	486
12.3.	Testiranje hipoteza u modelu višestruke linearne regresije . . . . .	489
12.3.1.	$t$ -test značajnosti regresorske varijable . . . . .	490
12.3.2.	$F$ -test značajnosti regresije . . . . .	491
12.3.3.	Test značajnosti podskupa regresorskih varijabli . . . . .	493
12.4.	Korelacijska matrica i koeficijent parcijalne korelacije . . . . .	496
12.5.	Predviđanje modelom višestruke linearne regresije . . . . .	498
12.6.	Odabrani regresijski modeli . . . . .	501
12.6.1.	Model s kvalitativnim varijablama . . . . .	501
12.6.2.	Logaritamski i polulogaritamski modeli . . . . .	504
12.6.3.	Regresijski polinom drugog stupnja: model s kvadratnim članom . . . . .	507
12.6.4.	Autoregresijski modeli . . . . .	509
12.7.	Regresijska dijagnostika . . . . .	511
12.7.1.	Multikolinearnost . . . . .	512
12.7.2.	Heteroskedastičnost grešaka relacije . . . . .	516
12.7.3.	Autokorelacija grešaka relacije . . . . .	520
12.7.4.	Nenormalnost grešaka relacije . . . . .	526
	Zadatci za vježbu 12 . . . . .	528
<b>13.</b>	<b>Regresijska analiza vremenskog niza . . . . .</b>	<b>531</b>
13.1.	Standardna dekompozicija vremenskog niza . . . . .	531
13.2.	Trend polinom . . . . .	534
13.2.1.	Trend-polinom prvog stupnja . . . . .	536
13.2.2.	Trend-polinom drugog stupnja . . . . .	545
13.2.3.	Uključivanje sezonskih utjecaja u jednadžbu trenda . . . . .	548

13.3. Eksponencijalni trend .....	550
13.3.1. Eksponencijalni trend prvog stupnja .....	559
13.3.2. Eksponencijalni trend drugog stupnja .....	557
13.4. Izbor stupnja trend-polinoma .....	558
Zadatci za vježbu 13 .....	564
<b>Rješenja zadataka .....</b>	<b>573</b>
Rješenja zadataka za vježbu 1 .....	573
Rješenja zadataka za vježbu 2 .....	579
Rješenja zadataka za vježbu 3 .....	581
Rješenja zadataka za vježbu 4 .....	584
Rješenja zadataka za vježbu 5 .....	586
Rješenja zadataka za vježbu 6 .....	591
Rješenja zadataka za vježbu 7 .....	592
Rješenja zadataka za vježbu 8 .....	593
Rješenja zadataka za vježbu 9 .....	594
Rješenja zadataka za vježbu 10 .....	595
Rješenja zadataka za vježbu 11 .....	595
Rješenja zadataka za vježbu 12 .....	597
Rješenja zadataka za vježbu 13 .....	599
<b>Tablice odabranih statističkih distribucija .....</b>	<b>602</b>
<b>Literatura .....</b>	<b>609</b>
<b>Kazalo pojmova .....</b>	<b>612</b>