

SADRŽAJ

1. Uvodni primjer	1
Postavljanje problema	2
Analiza početnih slučajeva	3
Minimalni broj poteza	4
Grafovi i problem triju tornjeva	6
Problem četiriju klinova	10
Frame-Stewartov algoritam	13
Razne modifikacije originalnih algoritama	16
Zadatci za vježbu	21
2. Konačne sume	23
Konačne sume	24
Geometrijski red	25
Manipulacije sa sumama	27
Dvostruke sume	28
Računanje nekih suma	36
Teleskopiranje redova	38
Primjenjivost postupka teleskopiranja	42
Zadatci za vježbu	44
3. Binomni koeficijenti	47
Elementarne tehnike prebrojavanja	48
Binomni koeficijenti, definicija i svojstva	49
Kombinatorni identiteti za binomne koeficijente	52
Binomni teorem	54
Pascalov (kineski) trokut	56
Polinomijalna formula	58
Šetnje po cjelobrojnoj rešetki	61
Jednakost polinoma i kombinatorni identiteti	67
Sume s binomnim koeficijentima	70
Rekonstrukcija polinoma iz njegovih cjelobrojnih vrijednosti	75
Rastuće i padajuće faktorijele	78
Matrica binomnih koeficijenata	80
Razmještanja	82
Stirlingova aproksimacija i procjena centralnih binomnih koeficijenata	84
Zadatci za vježbu	86

4. Funkcije izvodnice	91
Definicija funkcija izvodnica	92
Operacije s formalnim redovima	95
Binomni red	99
Funkcije izvodnice i prebrojavanja	101
Kompozicija funkcija izvodnica	106
Rješavanje rekurzivnih jednadžbi preko funkcija izvodnica	109
Od funkcije izvodnice do rekurzivne jednadžbe	113
Tablica funkcija izvodnica	120
Zadaci za vježbu	121
5. Catalanovi brojevi	123
Motivacija. Projekt <i>Anno Domini</i>	124
Binarna stabla	127
Funkcija izvodnica. Eksplicitna formula	130
Stog	131
Catalanove šetnje. Princip zrcaljenja	133
Inverzna poljska notacija	136
Eulerov susret s Catalanom	138
Catalanov trokut	140
Stirlingova aproksimacija Catalanovih brojeva	147
Catalanovi brojevi na 40 načina	149
Zadaci za vježbu	155
6. Fibonaccijev niz	157
Definicija Fibonaccijevog niza	158
Opći član Fibonaccijevog niza	161
Kombinatorno dokazivanje identiteta	163
Fibonaccijevi brojevi i Pascalov trokut	166
Lucasovi brojevi	169
Fibonaccijev niz i brojevni sustavi	171
Fibonaccijeve zanimljivosti	175
Identitete za Fibonaccijev niz	179
Zadaci za vježbu	183
7. Rekurzije	187
Rekurzije	188
Načini rješavanja rekurzija	190
Rješavanje supstitucijom	192
Linearne rekurzije drugoga reda	196
Nehomogene jednadžbe	200
Linearne rekurzije višeg reda	203
Karakteristični polinom rekurzivne relacije	206
Rekurzije s više varijabli	208
Zadaci za vježbu	212

8. Složenost algoritama	217
Složenost algoritama	218
Usporedba rasta funkcija	220
Insertion sort algoritam	222
Bubble sort algoritam	224
Merge sort algoritam	225
Quick sort algoritam	227
Podijeli pa vladaj algoritmi	229
Rastav broja u prirodne pribrojnice	234
Podskupovi zadanog skupa	236
Kombinacije iz zadanog skupa	240
Zadaci za vježbu	243
9. Elementarne nejednakosti	245
Uvodni primjeri	246
A-G nejednakost	248
Težinska A-G nejednakost	249
Principi ujednačavanja i silazne indukcije	252
Bernoullijeva nejednakost	255
Cauchy Schwarzova nejednakost	257
Čebiševljeva nejednakost	259
Nejednakosti s brojem e , faktorijelama i harmonijskim redom	262
Riješeni primjeri	275
Zadaci za vježbu	284
10. Konveksne funkcije. Simetrične nejednakosti	287
Konveksne funkcije i Jensenova nejednakost	288
Sredine	290
Hölderova nejednakost	292
Ciklička nejednakost	297
Simetrizacija i normalizacija nejednakosti	299
Schurova nejednakost	303
Muirhedova nejednakost	304
Nejednakost majorizacije (Karamatina nejednakost)	310
Nejednakost s elementarnim simetričnim funkcijama	311
Repetitorij najvažnijih nejednakosti	315
Zadaci sa natjecanja	317
Zadaci za vježbu	321

11. Djeljivost. Kongruencije. Konačna polja	323
Djeljivost. Mjera i višekratnik	324
Euklidov algoritam	327
Složenost Euklidovog algoritma	333
Kongruencije	335
Prosti brojevi	333
Rješavanje linearnih kongruencija	338
Kineski teorem o ostatcima	340
Prsten \mathbf{Z}_n i polje \mathbf{Z}_p	344
Riješeni zadatci	349
Zadaci za vježbu	354
12. Prosti brojevi. Eulerov teorem	363
Prosti brojevi	364
Eratostenovo sito	369
Gustoća skupa prostih brojeva	370
Fermatovi i Mersenneovi brojevi	374
Aritmetičke funkcije	380
Wilsonov i mali Fermatov teorem	385
Eulerov teorem	390
Riješeni zadatci	391
Projektne zadatci	395
Zadaci za vježbu	395
13. Prosti brojevi i kriptografija	399
Modularno potenciranje	400
Diffie–Hellmanov protokol i RSA algoritam	403
Kriteriji prostosti	411
Solovay–Strassenov algoritam	419
Miller–Rabinov test	422
Literatura	427
Kazalo	429