



Kako su stari narodi zapisivali brojeve

1. Arapske brojke

Brojke kojima se danas koristimo zovu se **arapske brojke**. Sastoje se od znamenaka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a zovu se arapske jer su ih Arapi u srednjem vijeku svojim osvajanjima i kulturom donijeli u Europu.

Kao što se vidi iz tablice, Arapi su ove brojke naslijedili iz indijskog Brahmi sustava. To znači da su arapske brojke zapravo indijskog podrijetla, ali su ih Arapi donijeli u Europu. Iz zapadno-arapskih brojki razvile su se današnje europske brojke koje su, kao što se vidi iz tablice, još u 16. stoljeću poprimile današnji izgled.



Osvajanje arapske konjice

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Indijski Brahmi brojevi (3. st. pr. Kr.)	—	=	≡	𑀓	𑀔	𑀕	𑀖	𑀗	𑀘	𑀙
Zapadno-arapski (14.st)	1	2	3	𐌀	𐌁	𐌂	𐌃	𐌄	𐌅	𐌆
Europa (15.st)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Europa (16.st)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

RAZVOJ ARAPSKIH BROJKI

Brojke kojima se danas služimo su arapske, a sustav brojeva kojim se koristimo je **pozicijski** sustav. To znači da brojevnost što je

nosi pojedina znamenka ovisi o položaju (poziciji) u zapisu broja. Tako, primjerice, broj 333 ne znači $3 + 3 + 3$, već je $333 = 3 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 3$.

Zaključujemo da prva znamenka znači 300, druga 30, a treća 3, a vrijednost cijelog broja je $300 + 30 + 3 = 333$.

Osim pozicijskog sustava brojeva postoji i nepozicijski sustav koji ćemo поближе upoznati promatrajući rimske brojke.

2. Rimske brojke

Stari Rimljani imali su vrlo razvijenu trgovinu, a uz trgovanje se uvijek veže i baratanje brojevima. Brojke koje su uveli Rimljani (**rimske brojke**) upotrebljavale su se u Europi od vremena Rimskog carstva pa sve do početka upotrebe arapskih brojki, a i danas se koriste u nekim prilikama, npr. za imena vladara (Henrik VIII, Elizabeta II itd.), imena papa (Ivan Pavao II, Ivan XXIII itd.), za označavanje godina u datumu itd.

U rimskom zapisu brojeva koristi se sljedećih sedam velikih slova latinice: I, V, X, L, C, D i M. Njima pripadaju brojne vrijednosti prema sljedećoj tablici:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1 000

U rimskom brojevnom sustavu isti znak označava istu brojevnju vrijednost bez obzira na svoj položaj u zapisu broja. Zato kažemo da je taj sustav **nepozicijski brojevni sustav**. Tako, na primjer, broj XXX znači $XXX = 10 + 10 + 10 = 30$. Bez obzira na kojoj se poziciji u broju našao znak X on će uvijek označavati istu vrijednost.

Primjer 1. Pogledajmo kako zapisujemo rimske brojeve:

I — 1	VI — 6	XI — 11
II — 2	VII — 7	XII — 12
III — 3	VIII — 8	XIII — 13
IV — 4	IX — 9	XIV — 14
V — 5	X — 10	XV — 15



Minerva, rimska božica mudrosti, znanosti, medicine i trgovine

**RIMSKE
BROJKE**

XVI — 16	XLVIII — 48	CV — 105
XVII — 17	XLIX — 49	CX — 110
XVIII — 18	L — 50	CXX — 120
XIX — 19	LX — 60	CXC — 190
XX — 20	LXX — 70	CC — 200
XXX — 30	LXXX — 80	CCC — 300
XL — 40	XC — 90	CD — 400
XLI — 41	XCI — 91	D — 500
XLII — 42	XCIX — 99	DC — 600
XLIII — 43	C — 100	DCC — 700
XLIV — 44	CI — 101	CM — 900
XLV — 45	CII — 102	M — 1 000
XLVI — 46	CIII — 103	MDCXXXV — 1 635
XLVII — 47	CIV — 104	MCMIII — 1 903

Iz tablice primjećujemo da za zapisivanje rimskih brojeva postoje stroga pravila koja se uz malo vježbe lako pamte.

- Ako uz neki znak zdesna stoji znak manje ili jednake vrijednosti, vrijednosti znakova se zbrajaju (npr. XI = 10 + 1 = 11).
- Ako uz neki znak slijeva stoji znak manje vrijednosti (po pravilu: I ispred V i X, X ispred L i C, C ispred D i M), vrijednosti znakova se oduzimaju tako da se od veće vrijednosti oduzme manja (npr. IX = 10 – 1 = 9).
- Ako se neki znak nalazi između dva jednaka znaka s većom vrijednošću, taj se znak oduzima od vrijednosti desnog znaka i dodaje lijevom (npr. MCM = 1 000 + (1 000 – 100) = 1 000 + 900 = 1 900).
- Brojka nad kojom je povučena crta množi se s 1 000, a brojka nad kojom su dvije crte s 1 000 000 (npr. \overline{V} = 5 000, $\overline{\overline{V}}$ = 5 000 000).

PRAVILA ZA ZAPISIVANJE RIMSKIH BROJEVA

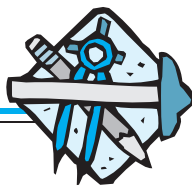
Primjer 2. Pročitaj godinu s ovog spomenika:



Rješenje. Kratica AD označava latinski izraz **Anno Domini** (godine gospodnje).

$$\text{MDCCLXXXVI} = 1\,000 + 500 + 100 + 100 + 50 + 10 + 10 + 10 + 5 + 1 = 1\,786. \quad \checkmark$$

Zadaci za vježbu



1. Zapiši pomoću arapskih brojeva:
 - a) CCCVIII;
 - b) DCCXXXIX;
 - c) MCMII;
 - d) MDCLXXVII.
2. Zapiši rimskim brojevima:
 - a) 402;
 - b) 5 007 821;
 - c) 359;
 - d) 999.
3. Napiši svoj datum rođenja koristeći rimske brojeve.
4. Spoji parove u lijevom i desnom stupcu:

296	MMLXXXIV
2084	MMDCCCXL
563	CCXCVI
536	DLXIII
2840	DXXXVI

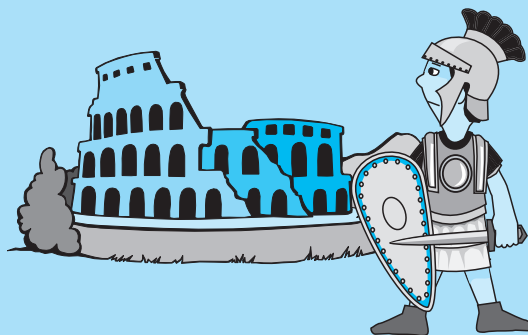
5. Koje od ovih riječi prikazuju brojeve zapsane rimskim brojkama? Nađi ih i zapiši arapskim brojkama.
IVICI, MIX, MIDI, DIM, VI, MI, MIC, LIM, CD, LIV.



RJEŠENJA

1. a) 308;
b) 739;
c) 1902;
d) 1677.
2. a) CDII;
b) $\overline{\text{V}}$ $\overline{\text{VII}}$ DCCCXXI;
c) CCCLIX;
d) CMXCIX.
4.

296	MMLXXXIV
2084	MMDCCCXL
563	CCXCVI
536	DLXIII
2840	DXXXVI
5. To su brojevi MIX = 1009, VI = 6, MI = 1001, CD = 400, LIV = 54.



3. Egipatske brojke – hijeroglifi

Oko 3000. godine pr. Kr. stari Egipat bio je vrlo moćna i bogata država. Na čelu države bili su faraoni, za koje su tisuće robova gradile veličanstvene grobnice — piramide, čiji ostaci u Egiptu i danas postoje. Stari Egipćani imali su vrlo razvijenu astronomiju, a time i matematiku. Znakovi kojima su se služili nazivaju se **hijeroglifi**, a sastoje se od raznih simbola i sličica.



Piramide u Egiptu







Egipatski faraon










**EGIPATSKI
HIJEROGLIFI**

Svaki znak egipatskog pisma imao je svoje značenje, pa tako i brojevi. Evo osnovnih znakova pomoću kojih su Stari Egipćani zapisivali brojeve:

arapski broj	oznaka	značenje
1		štapić
10	∩	potkova
100	⊙	uže
1000		lotosov cvijet
10 000		prst
100 000		gušterica, punoglavac
1 000 000		božanstvo

Postoje i objašnjenja zašto su Egipćani za brojeve koristili baš ove oznake prikazane u tablici. Za broj 10 koristio se znak ∩ koji je označavao potkovu, jer je svaka potkova na sebi imala 10 rupica. Za broj 100 koristio se znak ⊙ koji je označavao mjerno uže od 100 lakata duljine. Dalje, broj 1 000 prikazan je lotosovim cvijetom koji je “u tisućama” prekrivao močvare oko Nila, broj 10 000 savijenim prstom, a broj 100 000 guštericom koje se poslije poplava Nila “u stotinama tisuća” moglo naći po muljevitim obalama. Za broj 1 000 000 korišten je znak  koji prikazuje čovjeka ruku raširenih prema nebu koji kao da govori: “toliko je zvijezda na nebu” ili “toliko je Bog”.


Ovako su stari Egipćani pisali i slagali brojeve služeći se osnovnim znakovima:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
∩	∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩	∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩
100	200	1000	1110	2000	2100	3000	1000000	2000000
⊙	⊙⊙		 ⊙∩					

Primjer 3. Zapiši egipatskim pismom:
 a) 125; b) 1 973; c) 620 375.

Rješenje. Služeći se osnovnim znakovima egipatskog pisma prikazanim u gornjim tablicama, dobivamo rješenja:

a) 

b) 

c) 

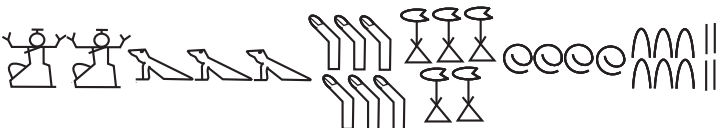


IMAM ^^||| ŽENE,
 @^^^||| MAČAKA
 I ^^^ @@@ @^^^||| ROBOVA!




Primjer 4. Ove hijeroglife zapiši arapskim brojkama:

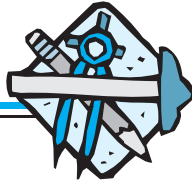
a) 

b) 

Rješenje. Vrijednost svakog znaka pročitamo iz gornje tablice pa dobivamo rješenja:

a) 2 123; b) 2 365 466. 

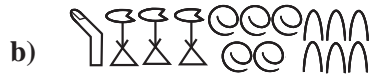
Zadaci za vježbu



1. Zapiši hijeroglifima:

- a) 344;
- b) 862;
- c) 3 835 129.

2. Zapiši arapskim brojkama:




3. Popuni tablicu:

arapski	egipatski	rimski
125		
692		
894		
1 346		

4. Prevedi:

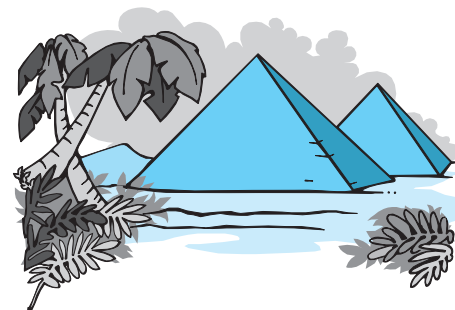
arapski	rimski	egipatski
526		
	MCMXXVIII	
		⊙⊙⊙⊙⊙
	CMLIX	
5 244		

5. Prepiši tekst koristeći arapske brojke:

Egipatsko pismo naziva se hijeroglifi, a datira još iz  godine prije Krista. Hijeroglifima se prikazivala veličina Egipta:

 robova,  grla stoke,

 koza.





RJEŠENJA

1. a)

b)

c)

2. a) 287;
b) 13 560;
c) 2 235 102.

3.

arapski	egipatski	rimski
125		CXXV
692		DCXCII
894		DCCCXCIV
1346		MCCCXLVI

4.

arapski	rimski	egipatski
526	DXXVI	
1928	MCMXXVIII	
413	CDXIII	
959	CMLIX	
5244	V̄CCXLIV	

5. Egipatsko pismo naziva se hijeroglifi, a datira još iz 3400. godine prije Krista. Hijeroglifima se prikazivala veličina Egipta: 120 000 robova, 400 000 grla stoke i 1 422 000 koza.



DAKLE, DR. KAMENKO, IZGLEDA DA SMO USLI U SLIJEPU ULICU! NE ZNAM PREVEŠTI OVE HIJEROGLIFE, A BEZ NJIH NIKADA NEĆEMO NAĆI SKRIVENU SOBU!!!