1.

Kvadriranje i drugi korijen racionalnih brojeva

1.1. Kvadriranje racionalnih brojeva

Ako znaš množiti racionalne brojeve, izračunati površinu kvadrata i oplošje kocke, s lakoćom ćeš usvojiti sadržaj ove cjeline.

Provjeri svoje znanje rješavanjem zadataka:

Zadatak 1. Izračunaj:

1) $57 \cdot 86$; **2)** $35 \cdot 0.7$; **3)** $3.57 \cdot 9.6$; **4)** $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9}$;

5) $5\frac{1}{4} \cdot 0.5$.

Zadatak 2. Izračunaj površinu kvadrata, čija je duljina stranice:

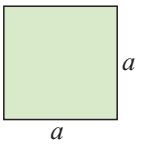
1) $2\,\text{cm}$; **2)** $0.5\,\text{dm}$; **3)** $\frac{3}{4}\,\text{m}$; **4)** $1\frac{1}{4}\,\text{km}$.

Zadatak 3. Izračunaj oplošje kocke, čija je dužina brida:

1) $2\,\text{cm}$; **2)** $0.5\,\text{dm}$; **3)** $\frac{3}{4}\,\text{m}$; **4)** $1\frac{1}{4}\,\text{km}$.

Primjer 1. Čemu je jednaka površina P kvadrata, čija je duljina stranice a?

Rješenje.



$$P = a \cdot a = a^2.$$

Umjesto $a \cdot a$, zapisano je kraće a^2 (čitaj: a na drugu ili a na kvadrat ili a kvadrat).

Kad nekom broju a izračunavaš a^2 (kvadrat broja), kaže se da je broj a **kvadriran**.

Dakle, **kvadrirati** neki broj znači uzeti ga dvaput kao faktor:

$$a^2 = a \cdot a.$$

Jedinice za mjerenje površine su kvadrati, zbog čega ih opisuje pridjev **kvadratni**, npr. kvadratni milimetar (mm^2), kvadratni centimetar (cm^2), kvadratni decimetar (dm^2), kvadratni metar (m^2), kvadratni kilometar (km^2) itd.

Primjer 2. Promotri tablicu:

x	1	-1	0	3	-3	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	-0.4	$-5\frac{2}{3}$
x^2	1	1	0	9	9	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{16}$	0.16	$\frac{289}{9}$

$1^2=1\cdot 1=1$, $(-1)^2=(-1)\cdot(-1)=1$, $0^2=0\cdot 0=0$, $3^2=3\cdot 3=9$ itd.

Rješenje. Uoči da su 0 i 1 racionalni brojevi jednaki svojim kvadratima. (Može se dokazati da su to jedini racionalni brojevi s tim svojstvom.)

> Kvadrat svakog racionalnog broja $x \neq 0$ je pozitivni racionalni broj.
>
> Kvadrati racionalnih brojeva, koji imaju jednake module, jednaki su brojevi.

Za svaki racionalan broj x vrijedi:

$$(-x)^2 = (-x)\cdot(-x) = x \cdot x = x^2 \qquad (x \in \mathbf{Q}).$$

O apsolutnoj vrijednosti ili modulu trebaš znati:

Apsolutna vrijednost ili **modul** racionalnog broja x jest broj $|x|$ koji je jednak x, ako je x veći ili jednak nuli, a jednak je $-x$ ako je x manji od nule. Kraće:

$$|x| = \begin{cases} x, \text{ ako je } x > 0 \\ 0, \text{ ako je } x = 0 \\ -x, \text{ ako je } x < 0. \end{cases}$$

Uoči da je tada:

$$\sqrt{x^2} = |x|.$$

Ako je modul racionalnog broja $x \neq 0$ manji od 1, onda je kvadrat toga broja manji od njegova modula:

$$|x| < 1 \implies x^2 < |x|.$$

Ako je modul racionalnog broja $x \neq 0$ veći od 1, onda je kvadrat toga broja veći od njegova modula:

$$|x| > 1 \implies x^2 > |x|.$$

Kvadrati racionalnih brojeva su **nenegativni racionalni brojevi**, tj. oni su elementi skupa $\mathbf{Q}_0 = \mathbf{Q}^+ \cup \{0\}$.

Zadatak 4. Napiši kvadrate svih jednakoznamenkastih:

1) prirodnih brojeva; **2)** cijelih brojeva.

Zadatak 5. Koliko sve znamenaka može imati kvadrat dvoznamenkastog broja?

Zadatak 6. Kvadriraj brojeve:

1) $\frac{1}{7}$; **2)** $-\frac{2}{5}$; **3)** $2\frac{1}{4}$; **4)** -1.2; **5)** 0.006.

Zadatak 7. Kvadriraj brojeve:

1) 10; **2)** 100; **3)** 1 000; **4)** 10 000;
5) 100 000; **6)** 0.1; **7)** 0.01; **8)** 0.001;
9) 0.0001; **10)** 0.00001.

Zadatak 8. Prepiši tablicu u bilježnicu, zatim je dopuni odgovarajućim brojevima:

x	5	0.5	0.05	0.005
x^2				

Zadatak 9. Izračunaj površinu kvadrata, čija stranica ima duljinu:

1) $0.1\,\mathrm{m}$; **2)** $\frac{3}{4}\,\mathrm{dm}$; **3)** $3\frac{1}{2}\,\mathrm{cm}$; **4)** $\left(0.5 + \frac{3}{4}\right)\mathrm{m}$.

Zadatak 10. Izračunaj oplošje kocke čija je duljina brida:

1) $0.1\,\mathrm{m}$; **2)** $\frac{3}{4}\,\mathrm{dm}$; **3)** $3\frac{1}{2}\,\mathrm{cm}$; **4)** $\left(0.5 + \frac{3}{4}\right)\mathrm{m}$.

Primjer 3. Dokaži da je kvadrat neparnog broja neparan broj.

Rješenje. Ako se neparan broj napiše $n = 2a + 1$, gdje je $a \in \mathbf{N}_0$, onda je:

$$n^2 = 4a^2 + 4a + 1 = 2(2a^2 + 2a) + 1.$$

Zbog neparnosti broja $2(2a^2 + 2a)$ kojemu je pribrojen neparan broj 1, kvadrat neparnog broja je neparan broj.

Zadatak 11. Dokaži da je kvadrat parnog broja paran broj.

Zadatak 12. Ako je $n^2 (n^2 \in \mathbf{N})$ paran broj, tada je i n paran broj. Dokaži.

1.2. Kvadrat zbroja dvaju racionalnih brojeva

Primjer 4. Izračunaj kvadrat zbroja dvaju racionalnih brojeva a i b.

Rješenje.

$$\begin{aligned}
(a+b)^2 &= (a+b)(a+b) && \text{– definicija kvadriranja;}\\
&= (a+b)a + (a+b)b && \text{– distributivnost množenja, s obzirom na zbrajanje;}\\
&= a \cdot a + b \cdot a + a \cdot b + b \cdot b && \text{– distributivnost množenja, s obzirom na zbrajanje;}\\
&= a^2 + a \cdot b + b \cdot a + b^2 && \text{– komutacija množenja i definicija kvadriranja;}\\
&= a^2 + ab(1+1) + b^2 && \text{– distributivnost množenja, s obzirom na zbrajanje;}\\
&= a^2 + 2ab + b^2 && \text{– komutativnost množenja.}
\end{aligned}$$

Riječima:

> Kvadrat zbroja dvaju racionalnih brojeva jednak je zbroju kvadrata tih brojeva uvećanom za dvostruki umnožak tih brojeva.

Zadatak 13. Prema rješenju iz prethodnog primjera $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ izračunaj:

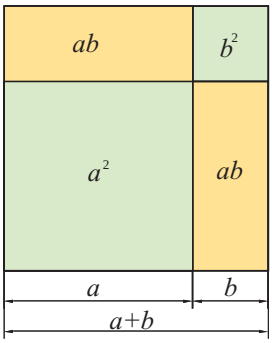
1) $(5+2)^2$; **2)** $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)^2$; **3)** $\left(0.5+2\frac{1}{2}\right)^2$; **4)** $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)^2$;
5) $(10+5)^2$; **6)** $(24+25)^2$; **7)** $(100+1)^2$; **8)** $(c+d)^2$.

Za pozitivne racionalne brojeve a i b može se kvadrat zbroja

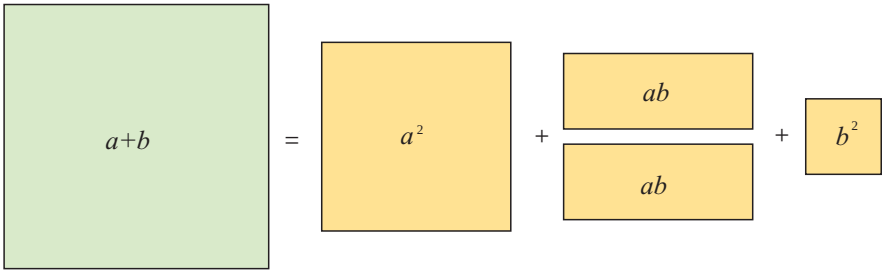
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

geometrijski predstaviti.

Uoči dijelove kvadrata, duljine stranica $a+b$, istaknute na slici:



Površina kvadrata, duljine stranice $a+b$, je:



Primjer 5. Izračunaj: $\left(\frac{1}{4}a+1\right)^2$.

Rješenje.

$$\left(\frac{1}{4}a+1\right)^2 = \left(\frac{1}{4}a\right)^2 + 2\cdot\frac{1}{4}a\cdot 1 + 1$$
$$= \frac{1}{16}a^2 + \frac{1}{2}a + 1.$$

Zadatak 14. Izračunaj:

1) $(4a+5b)^2$; **2)** $\left(\frac{1}{4}x+3y\right)^2$; **3)** $\left(\frac{2}{5}u+\frac{5}{4}v\right)^2$;

4) $(10p+12q)^2$; **5)** $\left(\frac{1}{5}+15x\right)^2$; **6)** $\left(0.5a+\frac{1}{2}b\right)^2$.

Vrijedi i obrnuto:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2.$$

Zadatak 15. Napiši u obliku kvadrata zbroja:

1) $9+42+49$; **2)** $\frac{1}{4}+\frac{4}{3}+\frac{16}{9}$;

3) $9a^2+36ab+36b^2$; **4)** $\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{2}x+1$;

5) $\frac{1}{100}+\frac{1}{10}z+\frac{1}{4}z^2$; **6)** $\frac{9}{16}a^2+2ab+\frac{16}{9}b^2$.

1.3. Kvadrat razlike dvaju racionalnih brojeva

Primjer 6. Izračunaj kvadrat razlike dvaju racionalnih brojeva a i b.

Rješenje. Sjećaš li se što znači od broja a oduzeti broj b? To je isto što i broju a pribrojiti suprotan broj $(-b)$.

$$a-b=a+(-b).$$

Sada ti ne bi trebalo biti teško pomoću kvadriranja zbroja kvadrirati razliku dvaju racionalnih brojeva:

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a+(-b))^2\\ &= a^2+2a(-b)+(-b)^2\\ &= a^2-2ab+b^2.\end{aligned}$$

Riječima:

> Kvadrat razlike dvaju brojeva jednak je zbroju kvadrata tih brojeva umanjenom za dvostruki umnožak tih brojeva.

Zadatak 16. Prema rješenju iz prethodnog primjera, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, izračunaj:

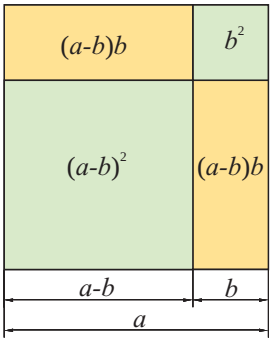
1) $(5-2)^2$; **2)** $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\right)^2$; **3)** $\left(2\frac{1}{2}-0.5\right)^2$; **4)** $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)^2$;
5) $(25-24)^2$; **6)** $(49-40)^2$; **7)** $(100-1)^2$; **8)** $(c-d)^2$.

Za pozitivne brojeve a i b i $a > b$ može se kvadrat razlike

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

geometrijski predstaviti.

Uoči kvadrat duljine stranice a, odnosno $(a-b)+b$ i njegove dijelove. Za površine likova istaknutih na slici:



vrijedi:

$$(a-b)^2 + (a-b)b + (a-b)b + b^2 = a^2$$
$$(a-b)^2 + ab - b^2 + ab + b^2 = a^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - ab - ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Primjer 7. Izračunaj: $\left(\frac{1}{4}a - 1\right)^2$.

Rješenje.

$$\left(\frac{1}{4}a - 1\right)^2 = \left(\frac{1}{4}a\right)^2 - 2\cdot\frac{1}{4}a\cdot 1 + 1^2$$
$$= \frac{1}{16}a^2 - \frac{1}{2}a + 1.$$

Zadatak 17. Izračunaj:

1) $(4a-5b)^2$; **2)** $\left(\frac{1}{4}x-3y\right)^2$; **3)** $\left(\frac{2}{5}u-\frac{5}{4}v\right)^2$;

4) $(10p-12q)^2$; **5)** $\left(\frac{1}{5}-15x\right)^2$; **6)** $\left(0.5a-\frac{1}{2}b\right)^2$.

Vrijedi i obrnuto:

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2.$$

Zadatak 18. Napiši u obliku kvadrata razlike:

1) $9-42+49$; **2)** $\frac{1}{4}-\frac{4}{3}+\frac{16}{9}$; **3)** $9a^2-36ab+36b^2$;

4) $\frac{1}{16}x^2-\frac{1}{2}x+1$; **5)** $\frac{1}{100}-\frac{1}{10}z+\frac{1}{4}z^2$; **6)** $\frac{9}{16}a^2-2ab+\frac{16}{9}b^2$.

Usporedi primjere i zadatke unutar tema *Kvadrat zbroja dvaju racionalnih brojeva* i *Kvadrat razlike dvaju racionalnih brojeva*. Možes zaključiti:

Kvadrat zbroja jednak je zbroju kvadrata tih brojeva **uvećanom** za njihov dvostruki umnožak, a kvadrat razlike također je jednak zbroju kvadrata tih brojeva, ali **umanjenom** za njihov dvostruki umnožak.

Dakle, za racionalne brojeve a i b vrijedi:

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2.$$

Kvadrat zbroja i kvadrat razlike dvaju racionalnih brojeva često se rabi u skraćenom računanju, npr.

1) $$\begin{aligned}208^2=(200+8)^2&=200^2+2\cdot 200\cdot 8+8^2\\&=40\,000+3\,200+64=43\,264;\end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned}298^2=(300-2)^2&=300^2-2\cdot 300\cdot 2+2^2\\&=90\,000-1\,200+4=88\,804.\end{aligned}$$

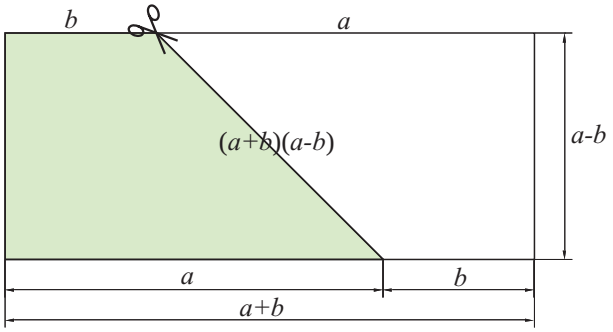
Zadatak 19. Izračunaj:

1) 503^2; **2)** $1\,025^2$; **3)** 495^2; **4)** 997^2;

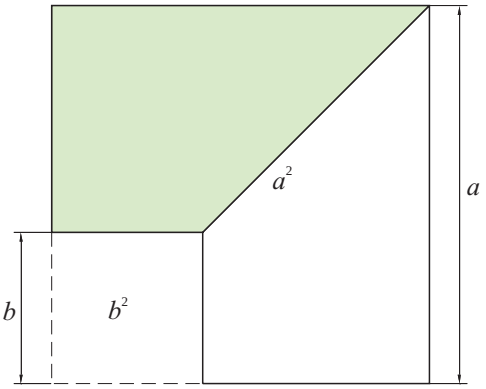
5) $1\,001^2$; **6)** $9\,999^2$.

1.4. Razlika kvadrata dvaju racionalnih brojeva

Nacrtaj sliku pravokutnika duljine osnovice $a+b$, duljine visine $a-b$, zatim ga izreži iz papira i podijeli na dva sukladna trapeza kao na slici:



Složi ta dva sukladna trapeza ovako:



Je li površina dobivenog lika $a^2 - b^2$?

Dobro zaključuješ:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

ili

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

Riječima:

> Razlika kvadrata $a^2 - b^2$ dvaju racionalnih brojeva a i b jednaka je umnošku zbroja $a + b$ i razlike $a - b$ tih brojeva.

Ili:

> Umnožak zbroja $a+b$ i razlike $a-b$ dvaju racionalnih brojeva a i b jednak je razlici kvadrata $a^2 - b^2$ brojeva a i b.

Da je umnožak zbroja i razlike $(a + b)(a - b)$ dvaju racionalnih brojeva a i b jednak razlici njihovih kvadrata $a^2 - b^2$ može se lako provjeriti množenjem (distributivnost množenja s obzirom na zbrjanje):

$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) &= (a + b)a - (a + b)b \\ &= a^2 + \cancel{ab} - \cancel{ab} - b^2 = a^2 - b^2.\end{aligned}$$

Zadatak 20. Napiši u obliku umnoška zbroja i razlike:

1) $8^2 - 2^2$; **2)** $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2$; **3)** $(3a)^2 - (2a)^2$;

4) $49x^2 - 36x^2$; **5)** $100x^2 - 1$; **6)** $1 - a^2b^2$.

Zadatak 21. Napiši umnožak u obliku razlike kvadrata:

1) $(3a + 2)(3a - 2)$; **2)** $\left(\frac{1}{4}x + 3\right)\left(\frac{1}{4}x - 3\right)$;

3) $\left(3\frac{1}{2}a + 1\right)\left(3\frac{1}{2}a - 1\right)$; **4)** $\left(0.5u + \frac{1}{2}v\right)\left(0.5u - \frac{1}{2}v\right)$;

5) $(abc + 0.1)(abc - 0.1)$; **6)** $(0.01 + xy)(0.01 - xy)$.

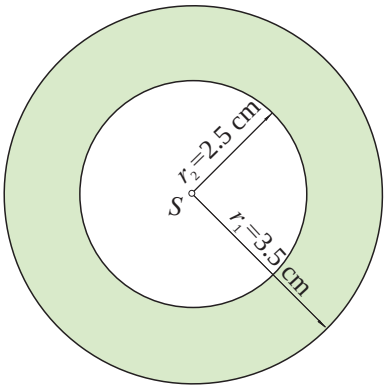
Zadatak 22. Izračunaj:

1) $8^2 - 6^2$; **2)** $98^2 - 97^2$; **3)** $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$;

4) $\left(2\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2$; **5)** $0.85^2 - 0.15^2$; **6)** $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - 0.75^2$;

7) $1\,250^2 - 750^2$; **8)** $999^2 - 1$.

Primjer 8. Izračunaj površinu kružnog vijenca prema dimenzijama sa slike.



Rješenje. Površina kružnog vijenca P jednaka je razlici površine P_1, kruga duljine polumjera r_1 i površine P_2, kruga duljine polumjera r_2:

$$P = P_1 - P_2 = r_1^2\pi - r_2^2\pi = (r_1^2 - r_2^2)\pi.$$

Nakon zamjene $r_1 = 3.5\,\text{cm}$ i $r_2 = 2.5\,\text{cm}$ slijedi:

$$P = (3.5^2 - 2.5^2)\pi = (3.5 + 2.5)(3.5 - 2.5)\pi = 6 \cdot 1\pi = 6\pi.$$

Površina kružnog vijenca je $6\pi\,\text{cm}^2$.

Zadatak 23. Izračunaj površinu kružnog vijenca koji je omeđen kružnicama duljine polumjera:

1) $r_1 = 38\,\text{dm}$, $r_2 = 12\,\text{dm}$; **2)** $r_1 = 26\,\text{m}$, $r_2 = 25\,\text{m}$.

1.5. Graf funkcije kvadriranje

Funkcija $(q : Q \to Q)$ koja svakom racionalnom broju $x (x \in \mathbf{Q})$ pridružuje racionalni broj $x^2 (x \mapsto x^2)$ naziva se **kvadriranje** u skupu racionalnih brojeva $\mathbf{Q}$.

Funkciju kvadriranja možeš grafički predočiti u koordinatnoj ravnini, tako da proizvoljno odabranim vrijednostima racionalnih brojeva x izračunaš pridružene im racionalne brojeve x^2, zatim svakom tako uređenom paru brojeva (x, x^2) pridružiš točke ravnine, s obzirom na koordinatni sustav u ravnini.

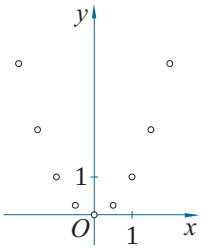
Sve te točke čine krivulju koja se zove **parabola**[1], a predočuje graf funkcije **kvadriranja**. Kao što je u 7. razredu pravac bio graf linearne funkcije $f(x) = ax + b$, a $y = ax + b$ jednadžba pravca, tako je graf funkcije kvadriranja $f(x) = x^2$ parabola, a $y = x^2$ jednadžba parabole.

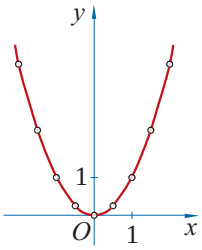
Primjer 9. Predoči grafički u koordinatnom sustavu funkciju kvadriranja $f(x) = x^2$.

Rješenje. U tablici su unesene proizvoljno odabrane vrijednosti x i odgovarajuće izračunate vrijednosti x^2:

x	-3	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	3
x^2	9	4	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	4	9

Svim uređenim parovima oblika (x, x^2): $(-3, 9)$, $(-2, 4)$, $\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$, $(-1, 1)$, $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$, $(0, 0)$, $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$, $(1, 1)$, $\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$, $(2, 4)$, $(3, 9)$, ... pridruži točke ravnine s obzirom na odabrani koordinatni sustav.





Odrediš li veći broj uređenih parova (x, x^2), možeš im pridruživati veći broj točaka koordinatne ravnine i uvjeriti se da sve točke pripadaju krivulji hiperboli.

Zadatak 24. Precrtaj tablicu iz primjera 9, zatim je dopuni uređenim parovima (x, x^2) za vrijednosti broja x iz sljedećeg skupa racionalnih brojeva:

$$\left\{-2\frac{1}{2}, -1\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, 1\frac{3}{4}, 2\frac{1}{2}\right\}.$$

[1] Parabola, grčki naziv $\pi\alpha\rho\alpha\beta\sigma\lambda\eta$ znači odstupanje, zastranjivanje, hrvatski naziv hitnica.

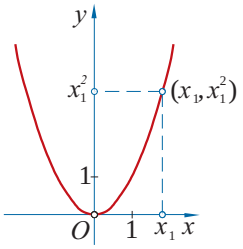
Zadatak 25. Koji od uređenih parova racionalnih brojeva: $(-6, 12)$, $(-5.5, 30.25)$, $\left(-3\frac{1}{4}, \frac{169}{16}\right)$, $(-0.1, -0.2)$, $(0.2, 0.04)$, $\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{16}\right)$, $\left(2\frac{1}{2}, \frac{25}{4}\right)$, $(10, 20)$ i $(100, 10\,000)$ pripada grafu funkcije kvadriranja $f(x) = x^2$?

Zadatak 26. Koja od točaka $A(-4, -16)$, $B(-3, 9)$, $C(-2, 4)$, $D(-1, -1)$, $E\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$, $F\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{16}\right)$, $G(0, 0)$, $H\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{16}\right)$, $I\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $J(2, 4)$, $K(4, -16)$, $M(0.1, 0.01)$ i $N(-0.1, 0.01)$ ne pripada grafu funkcije kvadriranja $f(x) = x^2$?

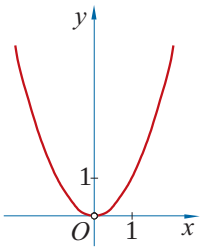
Zadatak 27. U istom koordinatnom sustavu nacrtaj parabole koje pripadaju funkcijama: $f(x) = x^2$ i $f(x) = -x^2$.

Zadatak 28. U istom koordinatnom sustavu nacrtaj parabole koje pripadaju funkcijama: $f(x) = 2x^2$, $f(x) = x^2$ i $f(x) = \frac{1}{2}x^2$.

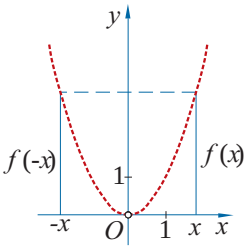
1.6. Svojstva funkcije kvadriranje



Parabola predočuje graf funkcije kvadriranje i omogućuje da za svaki racionalni broj x (apscisa točke parabole) odrediš racionalni broj x^2 (ordinata točke parabole).

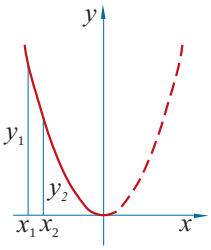


1. Iz grafičkog prikaza funkcije $f(x) = x^2$ uoči da su vrijednosti funkcije, za bilo koji racionalni broj $x \neq 0$, pozitivne. Za $x = 0$ je $x^2 = 0$, tj. $f(x) = 0$.



2. Za suprotne brojeve x i $-x$ vrijednosti funkcije kvadriranja su jednake: $f(x) = f(-x)$.

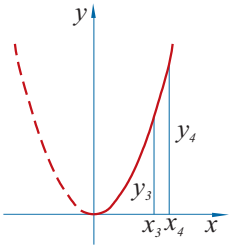
3. Većem od dva negativna racionalna broja funkcija kvadriranje pridružuje manju vrijednost.



$$x_1 < x_2 < 0,$$
$$f(x_1) > f(x_2),$$

odnosno

$$y_1 > y_2 \text{ ili } x_1^2 > x_2^2.$$



4. Većem od dva pozitivna racionalna broja funkcija kvadriranje pridružuje veću vrijednost.

$$0 < x_3 < x_4,$$
$$f(x_3) < f(x_4),$$

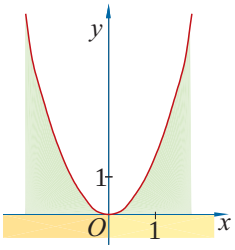
odnosno

$$y_3 < y_4 \text{ ili } x_3^2 < x_4^2.$$

Uoči u tablici vrijednost x i odgovarajuće vrijednosti $f(x) = x^2$, odnosno, kako se mijenja $f(x) = x^2$, kad se mijenja x.

x	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
$f(x) = x^2$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Na idućoj slici možeš na zoran način shvatiti sadržaj prethodne tablice.



Za vrijednosti x, lijevo do ishodišta, vrijednosti funkcije kvadriranje $(f(x) = x^2)$ se smanjuju – padaju prema ishodištu $(\searrow)$.

Za vrijednosti x, desno od ishodišta, vrijednosti funkcije kvadriranje $(f(x) = x^2)$ se povećavaju – rastu od ishodišta $(\nearrow)$.

Važnije funkcije kvadriranja koje trebaš znati su: $P(a) = a^2$, površina kvadrata duljine stranice a; $O(a) = 6a^2$, oplošje kocke duljine brida a i $P(a) = r^2\pi$, površina kruga duljine polumjera r.