

# 1.

## Trigonometrijske funkcije

### 1.1. Trigonometrija pravokutnoga trokuta

- 1.1. Neka je  $ABC$  pravokutan trokut kojemu su katete  $a = 4$  cm i  $b = 6$  cm. Odredi vrijednosti trigonometrijskih funkcija šiljastog kuta  $\alpha$  nasuprot kateti  $a$ .
- 1.2. Neka je  $ABC$  pravokutan trokut kojemu je duljina hipotenuze  $c = 10$  cm i duljina katete  $a = 6$  mm. Odredi vrijednosti trigonometrijskih funkcija šiljastog kuta  $\beta$  uz katetu  $a$ .
- 1.3. Kolika je duljina hipotenuze  $c$  pravokutnoga trokuta  $ABC$  kojemu je  $a = 5$  cm duljina katete nasuprot šiljastom kutu  $\alpha$  i  $\sin \alpha = 0.8$ ?
- 1.4. Neka su  $a$  i  $b$  duljine kateta, a  $c$  duljina hipotenuze pravokutnoga trokuta  $ABC$ . Odredi vrijednost trigonometrijskih funkcija šiljastih kutova  $\alpha$  i  $\beta$  tog trokuta, ako je kut  $\alpha$  nasuprot kateti kojoj je duljina  $a$  i ako je:
- a)  $a = \frac{21}{5}$  cm,  $b = 40$  mm;      b)  $a = 2\frac{3}{4}$  cm,  $c = \frac{22}{4}$  cm;
- c)  $b = 38$  mm,  $c = 0.54$  dm.
- 1.5. Neka su  $\alpha$  i  $\beta$  šiljasti kutovi, a  $c$  hipotenuza pravokutnoga trokuta  $ABC$ . Odredi katete  $a$  i  $b$  toga trokuta ako je kut  $\alpha$  nasuprot kateti  $a$  i ako je:
- a)  $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ ,  $c = 80$  mm;      b)  $\cos \beta = \frac{12}{13}$ ,  $c = 1.3$  dm;
- c)  $\sin \beta = 0.96$ ,  $c = 25$  cm.
- 1.6. Konstruiraj (bez računanja) šiljasti kut  $\alpha$  za koji je  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{5}$ .
- 1.7. Konstruiraj (bez računanja) šiljasti kut  $\alpha$  za koji je  $\cos \alpha = \frac{5}{7}$ .

- 1.8.** Dokaži da za pravokutni trokut kojemu su  $\alpha$  i  $\beta$  šiljasti kutovi vrijedi:  
**a)**  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta = \sin \gamma$ ;      **b)**  $\operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \beta = \operatorname{ctg} \gamma$ .
- 1.9.** Izračunaj:  
**a)**  $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$ ;      **b)**  $\operatorname{tg} 60^\circ - \cos 30^\circ$ ;  
**c)**  $\operatorname{ctg} 45^\circ + \cos 60^\circ$ .
- 1.10.** Izračunaj:  
**a)**  $3 \operatorname{tg} 30^\circ - 2 \cos 30^\circ$ ;      **b)**  $5 \operatorname{tg} 45^\circ + 4 \sin 30^\circ$ ;  
**c)**  $\operatorname{ctg} 30^\circ - 2 \sin 60^\circ$ .
- 1.11.** Izračunaj:  
**a)**  $\frac{6 \cos 45^\circ}{\sin 30^\circ + \cos 60^\circ}$ ;      **b)**  $\frac{5 \operatorname{tg} 45^\circ - (\cos 30^\circ)^2}{\sin 60^\circ}$ .
- 1.12.** Pojednostavi izraz:  $\frac{(a \cos 0^\circ)^2 - (b \operatorname{ctg} 45^\circ)^2}{2a^2 \cos 60^\circ - 2ab \cos 0^\circ + b^2 \operatorname{tg} 45^\circ}$ .
- 1.13.** Usporedi ove brojeve a da ne izračunavaš vrijednosti trigonometrijskih funkcija sinus i kosinus:  
**a)**  $\sin 30^\circ$ ,  $\sin 40^\circ$ ;    **b)**  $\cos 30^\circ$ ,  $\cos 50^\circ$ ;    **c)**  $\sin 27^\circ 58'$ ,  $\sin 25^\circ 37'$ .
- 1.14.** Usporedi ove brojeve a da ne izračunavaš vrijednosti trigonometrijskih funkcija tangens i kotangens:  
**a)**  $\operatorname{tg} 39^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 89^\circ$ ;      **b)**  $\operatorname{ctg} 48^\circ 26' 26''$ ,  $\operatorname{ctg} 48^\circ 46'$ ;  
**c)**  $\operatorname{ctg} 35^\circ$ ,  $\operatorname{ctg} 29^\circ 36'$ .
- 1.15.** Odredi:  
**a)**  $\sin 55^\circ$ ;      **b)**  $\sin 38^\circ 27'$ ;      **c)**  $\sin 25^\circ 59' 37''$ .
- 1.16.** Odredi:  
**a)**  $\cos 62^\circ$ ;      **b)**  $\cos 49^\circ 25'$ ;      **c)**  $\cos 5^\circ 29' 51''$ .
- 1.17.** Odredi:  
**a)**  $\operatorname{tg} 42^\circ$ ;      **b)**  $\operatorname{tg} 12^\circ 6'$ ;      **c)**  $\operatorname{tg} 84^\circ 33' 35''$ .
- 1.18.** Odredi:  
**a)**  $\operatorname{ctg} 32^\circ$ ;      **b)**  $\operatorname{ctg} 20^\circ 50'$ ;      **c)**  $\operatorname{ctg} 69^\circ 36' 21''$ .
- 1.19.** Odredi:  
**a)**  $\cos 38^\circ 59' 2''$ ; **b)**  $\operatorname{tg} 48^\circ 50''$ ;    **c)**  $\operatorname{ctg} 1^\circ 38' 30''$ ; **d)**  $\sin 29^\circ 4' 58''$ .
- 1.20.** Odredi:  
**a)**  $\operatorname{tg} 84^\circ 27' 3''$ ;      **b)**  $\sin 39^\circ 23' 35''$ ;  
**c)**  $\cos 18^\circ 36''$ ;      **d)**  $\operatorname{ctg} 6^\circ 5' 4''$ .
- 1.21.** Odredi šiljasti kut  $\alpha$  ako je:  
**a)**  $\sin \alpha = 0.47392$ ;      **b)**  $\sin \alpha = 0.28103$ ;  
**c)**  $\cos \alpha = 0.37482$ ;      **d)**  $\cos \alpha = 0.46$ .

1.22. Odredi šiljasti kut  $\alpha$  ako je:

a)  $\operatorname{tg} \alpha = 0.57337$ ;

b)  $\operatorname{tg} \alpha = 6.3934$ ;

c)  $\operatorname{ctg} \alpha = 0.4823$ ;

d)  $\operatorname{ctg} \alpha = 5$ .

1.23. Odredi šiljasti kut  $\beta$  ako je:

a)  $\sin \beta = 0.289$ ;

b)  $\cos \beta = 0.1905$ ;

c)  $\operatorname{tg} \beta = 4.0693$ ;

d)  $\operatorname{ctg} \beta = 1.967$ .

1.24. Odredi šiljasti kut  $\alpha$  ako je:

a)  $\operatorname{ctg} \alpha = 8.0696$ ;

b)  $\sin \alpha = 0.2106$ ;

c)  $\cos \alpha = 0.1502$ ;

d)  $\operatorname{tg} \alpha = 1.912$ .

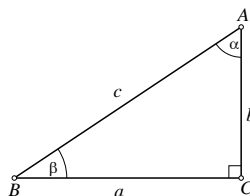
1.25. Neka su  $a$  i  $b$  duljine kateta, a  $c$  duljina hipotenuze pravokutnoga trokuta  $ABC$ . Neka su  $\alpha$  i  $\beta$  šiljasti kutovi toga trokuta pri čemu je je kut  $\alpha$  nasuprot kateti kojoj je duljina  $a$  (sl. 1.1.). Odredi nepoznate elemente (duljine stranica, mjere šiljastih kutova) toga trokuta ako je:

a)  $b = 12 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 22^\circ 37' 11''$ ;

b)  $c = 25 \text{ mm}$ ,  $\beta = 73^\circ 44' 23''$ ;

c)  $a = 9 \text{ mm}$ ,  $b = 4 \text{ cm}$ ;

d)  $a = 8 \text{ cm}$ ,  $\beta = 36^\circ 52' 11''$ .



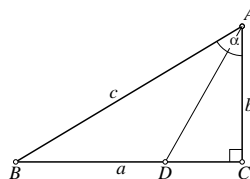
Sl. 1.1.

1.26. Odredi nepoznate elemente (duljine stranica, mjere šiljastih kutova) pravokutnoga trokuta  $ABC$  (sl. 1.1.) ako je duljina visine  $v_c$  iz vrha  $C$  na hipotenuzu  $v_c = 11 \text{ mm}$  i  $\alpha = 11^\circ 19' 41''$ .

1.27. Odredi površinu pravokutnoga trokuta ako kateta toga trokuta duljine  $a = 5.6 \text{ cm}$  određuje s njegovom hipotenuzom kut  $\beta = 47^\circ 38' 33''$ .

1.28. Opseg je pravokutnoga trokuta  $97 \text{ cm}$ , a duljina je hipotenuze  $c$  toga trokuta  $42.1 \text{ cm}$ . Odredi šiljaste kutove toga trokuta.

1.29. Kolika je duljina simetrale kuta  $s_\alpha = |AD|$  pravokutnoga trokuta  $ABC$  (sl. 1.2.) ako je  $b = 35 \text{ dm}$  i  $\alpha = 66^\circ$ ?

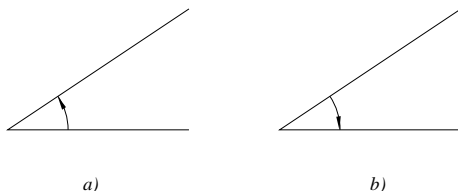


Sl. 1.2.

- 1.30. Odredi šiljasti kut  $\delta$  što ga čine težišnica  $t_b$  i kateta  $b$  pravokutnoga trokuta ako je druga kateta  $a = 8$  cm, a hipotenuza toga trokuta  $c = 10$  cm.
- 1.31. Izračunaj bez određivanja šiljastoga kuta  $\alpha$  vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija toga kuta ako je:  
 a)  $\sin \alpha = 0.256$ ;    b)  $\cos \alpha = 0.227$ ;    c)  $\sin \alpha = 0.474$ .
- 1.32. Koliki je  $\sin 48^\circ 59' 35''$  ako je  $\cos 41^\circ 25'' = 0.75643$ ?
- 1.33. Izračunaj bez određivanja šiljastoga kuta  $\beta$  vrijednosti trigonometrijskih funkcija toga kuta ako je  $\cos(90^\circ - \beta) = 0.809$ .
- 1.34. Odredi duljinu visine  $v_c$  na hipotenuzu pravokutnoga trokuta  $ABC$  kojemu je zadana duljina katete  $a$  i mjera kuta  $\alpha$  nasuprot toj kateti.
- 1.35. Odredi duljinu hipotenuze pravokutnoga trokuta  $ABC$  ako simetrala kuta nasuprot stranici duljine  $a$  čini s tom stranicom šiljasti kut  $\delta$ .

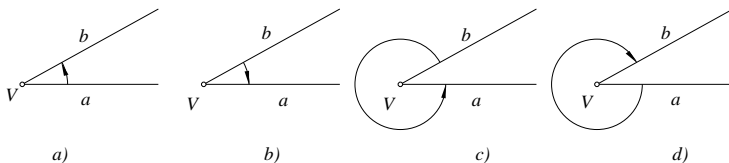
## 1.2. Kut

- 1.36. Koji od kutova na slici 1.3. prikazuje pozitivno orijentirani kut?



Sl. 1.3.

- 1.37. Koji od kutova na slici 1.4. prikazuje negativno orijentirani kut  $\sphericalangle bVa$ ?



Sl. 1.4.

- 1.38. Koji kut iz prvog punog okreta odgovara kutu od:  
 a)  $392^\circ$ ;    b)  $584^\circ$ ;    c)  $2842^\circ 48'$ ;    d)  $3762^\circ 37'$ ?
- 1.39. Koji kut iz prvog punog okreta odgovara kutu od:  
 a)  $-476^\circ$ ;    b)  $-1984^\circ$ ;    c)  $-624^\circ 45'$ ;    d)  $-3523^\circ 35'$ ?

- 1.40. Koji kut iz prvog punog okreta odgovara kutu od:  
 a)  $2136^{\circ}10'33''$ ;      b)  $-1210^{\circ}22'7''$ ;      c)  $4744^{\circ}37'10''$ ?

### 1.3. Brojevnica kružnica

- 1.41. Odredi na istoj brojevnoj kružnici točke koje su pridružene realnim brojevima  $-\pi$ ,  $\frac{\pi}{3}$ ,  $-\frac{\pi}{4}$ .
- 1.42. Koliko je različitih točaka brojevnice kružnice pridruženo brojevima  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{3\pi}{2}$ ,  $3\pi$ ,  $-\frac{\pi}{4}$ ,  $-\frac{\pi}{2}$ ,  $-\pi$ ?
- 1.43. Napiši tri realna broja kojima je pridružena ona točka brojevnice kružnice koja je pridružena broju  $-2$ .

- 1.44. Popuni tablicu:

|           |                   |               |               |              |                   |                   |                  |
|-----------|-------------------|---------------|---------------|--------------|-------------------|-------------------|------------------|
| stupnjevi |                   | $-36^{\circ}$ | $-18^{\circ}$ | $15^{\circ}$ |                   |                   |                  |
| radijani  | $-\frac{2\pi}{9}$ |               |               |              | $\frac{2\pi}{15}$ | $\frac{3\pi}{10}$ | $\frac{5\pi}{9}$ |

- 1.45. Izrazi u radijanima:  
 a)  $50^{\circ}48'$ ;      b)  $48^{\circ}9'$ ;      c)  $329^{\circ}58''$ .
- 1.46. Izrazi u radijanima:  
 a)  $-19^{\circ}28'$ ;      b)  $-35^{\circ}30'3''$ ;      c)  $-58^{\circ}20'14''$ .
- 1.47. Izrazi u radijanima:  
 a)  $2174^{\circ}48''$ ;      b)  $1996^{\circ}8'6''$ ;      c)  $-472^{\circ}37'37''$ .
- 1.48. Izrazi u stupnjevima, minutama i sekundama:  
 a)  $\frac{4\pi}{5}$  rad;      b)  $\frac{7\pi}{8}$  rad;      c) 6 rad.
- 1.49. Izrazi u stupnjevima, minutama i sekundama:  
 a)  $-\frac{2\pi}{7}$  rad;      b)  $-10$  rad;      c)  $-4.5$  rad.
- 1.50. Izrazi u stupnjevima, minutama i sekundama:  
 a)  $\frac{24\pi}{13}$  rad;      b) 31.48 rad;      c)  $-82.7$  rad.



- 1.61.** Za koje je od ovih kutova vrijednost funkcije sinus pozitivna:  
 a)  $58^{\circ}52'$ ;                      b)  $197^{\circ}7'34''$ ;                      c)  $-100^{\circ}$  ?
- 1.62.** Za koje je od ovih kutova vrijednost funkcije kosinus negativna:  
 a)  $5.387$  rad;                      b)  $-6$  rad;                      c)  $-\frac{\pi}{3}$  rad ?
- 1.63.** Je li vrijednost funkcije tangens ovih kutova pozitivna:  
 a)  $460^{\circ}46'36''$ ;                      b)  $-372^{\circ}25''$ ;                      c)  $3101^{\circ}12'2''$  ?
- 1.64.** Je li vrijednost funkcije kotangens ovih kutova negativna:  
 a)  $\frac{13\pi}{3}$  rad;                      b)  $-7$  rad;                      c)  $-45.373$  rad ?
- 1.65.** Odredi je li vrijednost ovoga izraza pozitivna ili negativna:  
 a)  $\frac{\cos 100^{\circ} \operatorname{tg} 150^{\circ}}{\sin 200^{\circ} \operatorname{ctg} 250^{\circ}}$ ;                      b)  $\frac{\sin 300^{\circ} \cos(-350^{\circ})}{\operatorname{tg}(-50^{\circ}) \operatorname{ctg} 100^{\circ}}$ .
- 1.66.** Odredi je li vrijednost ovoga izraza pozitivna ili negativna:  
 a)  $\frac{\sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{7}}{\operatorname{tg} \frac{32\pi}{7} \cdot \operatorname{ctg} \left(-\frac{5\pi}{8}\right)}$ ;                      b)  $\frac{\operatorname{ctg} \frac{26\pi}{5} \cdot \operatorname{tg} \frac{32\pi}{29} \cdot \sin \left(-\frac{23\pi}{4}\right)}{\cos^2 \frac{384\pi}{17}}$ .
- 1.67.** Odredi je li vrijednost ovoga izraza pozitivna ili negativna:  
 a)  $\frac{\sin 5 \cdot \cos 4}{\operatorname{tg} 8 \cdot \sin(-6)}$ ;                      b)  $\frac{\sin 26 \cdot \operatorname{ctg} 72}{\cos(-8) \cdot \cos 25}$ .
- 1.68.** Odredi je li za  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  vrijednost ovoga izraza pozitivna ili negativna:  
 a)  $\sin x \cdot \cos(2\pi - x) \cdot \operatorname{tg}(-x)$ ;  
 b)  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \operatorname{ctg}(\pi + x)$ .
- 1.69.** Odredi je li za  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  vrijednost ovoga izraza pozitivna ili negativna:  
 a)  $\sin(-x) \cdot \operatorname{tg}(2\pi - x) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ ;  
 b)  $\sin^2(2x - \pi) \cdot \cos^2\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ .
- 1.70.** Usporedi brojeve:  
 a)  $\sin 1^{\circ}$  i  $\sin 1$ ;                      b)  $\operatorname{tg} 2^{\circ}$  i  $\operatorname{tg} 2$ ;                      c)  $\cos 3^{\circ}$  i  $\cos 3$ .
- 1.71.** Usporedi brojeve:  
 a)  $\sin 10^{\circ}$  i  $\sin(-10)^{\circ}$ ;                      b)  $-\operatorname{ctg} 100^{\circ}$  i  $\operatorname{ctg}(-100^{\circ})$ .

1.72. Izračunaj:

a)  $\sin \frac{5\pi}{6} \cdot \cos \left(-\frac{\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$ ;

b)  $5 \operatorname{ctg}^2 \frac{3\pi}{4} + \sin^2 \frac{2\pi}{3}$ .

1.73. Izračunaj vrijednost izraza  $4 \sin 3x + 5 \cos 3x - 2 \sin x$  ako je:

a)  $x = 0$ ;                      b)  $x = \frac{\pi}{6}$ ;                      c)  $x = \frac{\pi}{3}$ .

1.74. Pojednostavni izraz:  $\frac{\left(a \sin \frac{\pi}{2}\right)^4 - \left(b \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4}\right)^4}{(a \cos 6\pi)^2 - \left(b \sin \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)^2}$ .

1.75. Pojednostavni izraz:  $\frac{2\left(a \sin \frac{\pi}{4}\right)^2 + b^2 \cos 9\pi}{\frac{4}{3}\left(a \sin \frac{2\pi}{3}\right)^2 + 4ab \cos \left(-\frac{7\pi}{3}\right) + \left(b \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}\right)^2}$ .

1.76. Izračunaj, a da ne određuješ kut  $\alpha$ , vrijednost ostalih trigonometrijskih funkcija toga kuta ako je:

a)  $\sin \alpha = 0.748$ , a  $\alpha$  je u prvom kvadrantu;

b)  $\sin \alpha = 0.406$ , a  $\alpha$  je u drugom kvadrantu;

c)  $\sin \alpha = -0.624$ , a  $\alpha$  je u trećem kvadrantu.

1.77. Izračunaj, a da ne određuješ kut  $\alpha$ , vrijednost ostalih trigonometrijskih funkcija toga kuta ako je:

a)  $\cos \alpha = -0.456$ , a  $\alpha$  je u drugom kvadrantu;

b)  $\cos \alpha = -0.808$ , a  $\alpha$  je u trećem kvadrantu;

c)  $\cos \alpha = 0.256$ , a  $\alpha$  je u četvrtom kvadrantu.

1.78. Izračunaj vrijednost ostalih trigonometrijskih funkcija kuta  $\alpha$  ako je:

a)  $\sin \alpha = \frac{1}{4}(\sqrt{2} + \sqrt{6})$ , a  $450^\circ < \alpha < 540^\circ$ ;

b)  $\cos \alpha = -\frac{1}{4}(1 + \sqrt{5})$ , a  $540^\circ < \alpha < 630^\circ$ .

1.79. Pojednostavni izraz:

a)  $\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x + \cos^2 x$ ;                      b)  $\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \operatorname{tg} x$ .

1.80. Pojednostavni izraz:

a)  $\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ ;                      b)  $(1 + \operatorname{tg} x)^2 - (1 - \operatorname{tg} x)^2$ .

1.81. Pojednostavni izraz:

a)  $\sin^2 x + \cos^4 x - \sin^4 x$ ;                      b)  $(1 - \sin y)(\operatorname{tg} y + \operatorname{ctg} y)(1 + \sin y)$ .



**1.82.** Je li jednakost

$$\operatorname{ctg}^2 x - \cos^2 x = \operatorname{ctg}^2 x \cdot \cos^2 x$$

istinita za svaki realni broj  $x$  za koji je definirana?

**1.83.** Pokaži da izraz  $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$  ne ovisi o realnom broju  $x$ .

**1.84.** Pokaži da izraz  $\sin^2 x \sin^2 y + \sin^2 x \cos^2 y + \cos^2 x$  ne ovisi o realnim brojevima  $x$  i  $y$ .

**1.85.** Pokaži da izraz  $\cos x + \sin x \operatorname{tg} x - \frac{1}{\cos x}$  ne ovisi o realnom broju  $x$ .

**1.86.** Izračunaj vrijednost izraza (a da ne izračunaš broj  $x$ )

$$\frac{5 \cos x + 6 \sin x}{3 \sin x - 7 \cos x}$$

ako je  $\operatorname{tg} x = \frac{1}{3}$ .

**1.87.** Izračunaj vrijednost izraza (a da ne izračunaš broja  $x$ )

$$\frac{5 \sin x + 6 \cos x}{\cos x - \sin x}$$

ako je  $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{2}$ .

**1.88.** Izračunaj vrijednost izraza (a da ne izračunaš broj  $x$ )

$$\frac{4 \sin x - \cos x}{\cos x - 4 \sin x}$$

ako je  $\operatorname{ctg} x$  neodređen.

**1.89.** Izračunaj vrijednost izraza (a da ne izračunaš broj  $x$ ):

**a)**  $\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin^3 x - \cos^3 x}$ ;

**b)**  $\frac{\sin^3 x - 2 \cos^3 x + 3 \cos x}{3 \sin x + 2 \cos x}$

ako je  $\operatorname{tg} x = 2$ .

**1.90.** Izračunaj vrijednost izraza (a da ne izračunaš broj  $x$ ):

**a)**  $\frac{\sin^2 x - 3 \cos^2 x}{2 \sin^2 x - 1}$ ;

**b)**  $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin^6 x - \cos^6 x}$

ako je  $\operatorname{tg} x = 3$ .

**1.91.** Ako je  $\operatorname{tg} x = \frac{2b}{a-c}$ , ( $a \neq c$ ), koliko je:

**a)**  $a \cos^2 x + 2b \sin x \cos x + c \sin^2 x$ ;

**b)**  $a \sin^2 x - 2b \sin x \cos x + c \cos^2 x$ ?

**1.92.** Dokaži da je  $\frac{1 - \sin x}{\cos x} = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ .

1.93. Dokaži da je:

$$\text{a) } \frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{2}{\sin x};$$

$$\text{b) } \frac{\sin^2 y}{\sin y - \cos y} + \frac{\sin y + \cos y}{1 - \operatorname{tg}^2 y} = \sin y + \cos y;$$

$$\text{c) } \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 x} = 1.$$

1.94. Dokaži da je:

$$\text{a) } \frac{\operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} y + \operatorname{ctg} y} = \sin^2 y;$$

$$\text{b) } \cos x(\sin x + \cos x)(1 - \operatorname{tg} x) = \cos^4 x - \sin^4 x.$$

1.95. Dokaži da je:

$$\text{a) } 2(\cos^6 x + \sin^6 x) - 3(\cos^4 x + \sin^4 x) = -1;$$

$$\text{b) } (\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x)^2 - \frac{1}{2}(\sin^8 x + \cos^8 x) = \frac{1}{2}.$$

1.96. Dokaži da je:

$$\text{a) } \sin^4 x + \cos^4 x - 1 = -2 \sin^2 x \cos^2 x;$$

$$\text{b) } \frac{\sin^2 x + 2 \cos^2 x - 1}{\operatorname{ctg}^2 x} = \sin^2 x;$$

$$\text{c) } \frac{2 \cos^2 x - 1}{1 - 2 \sin x \cos x} - \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = \frac{4 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}.$$

1.97. Koliko je  $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$  ako je  $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$ ?

1.98. Koliko je  $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$  ako je  $\sin x \cos x = \frac{3}{7}$ ?

### 1.5. Parnost kosinusa, neparnost sinusa

1.99. Primjenom svojstva parnosti kosinusa odnosno neparnosti sinusa izračunaj:

$$\text{a) } \cos(-\pi) \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right);$$

$$\text{b) } 2 \cos(-2\pi) \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right).$$

1.100. Izračunaj:

$$\text{a) } \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) - 2 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right);$$

$$\text{b) } \cos^3\left(-\frac{\pi}{3}\right) - \operatorname{ctg}^3\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sin^3\left(-\frac{\pi}{6}\right).$$

- 1.101.** Izračunaj vrijednost izraza  $\sin x + \sin 2x + \sin 3x$  za  $x = -\frac{\pi}{6}$ .
- 1.102.** Je li ova funkcija parna ili neparna:  
 a)  $f(x) = \sin x \cdot \cos x$ ;                      b)  $f(x) = \sin^2 x \cdot \cos x$ ;  
 c)  $f(x) = \sin x - 2 \cos x$ ?
- 1.103.** Je li ova funkcija parna ili neparna:  
 a)  $f(x) = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$ ;                      b)  $f(x) = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$ ;  
 c)  $f(x) = 2 \operatorname{tg} x - \sin x \cos x$ ?
- 1.104.** Je li ova funkcija parna ili neparna:  
 a)  $f(x) = x + \sin x$ ;    b)  $f(x) = \frac{x - \sin x}{x^2}$ ;    c)  $f(x) = \cos x \cdot \frac{2x}{\operatorname{tg}^2 x}$ ?

## 1.6. Periodičnost trigonometrijskih funkcija

- 1.105.** Koristeći periodičnost trigonometrijske funkcije, odredi odgovarajući kut  $\alpha$  iz prvog okreta takav da je:  
 a)  $\sin \alpha = \sin \frac{19\pi}{4}$ ;                      b)  $\sin \alpha = \sin\left(-\frac{134\pi}{3}\right)$ .
- 1.106.** Koristeći periodičnost trigonometrijske funkcije, odredi odgovarajući realni broj  $x$ ,  $0 \leq x < 2\pi$ , takav da je:  
 a)  $\cos x = \cos \frac{36\pi}{7}$ ;                      b)  $\cos x = \cos\left(-\frac{42\pi}{5}\right)$ .
- 1.107.** Koristeći periodičnost trigonometrijske funkcije, odredi realni broj  $x$ ,  $0 \leq x < \pi$ , takav da je:  
 a)  $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \frac{37\pi}{2}$ ;                      b)  $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg}\left(-\frac{17\pi}{5}\right)$ .
- 1.108.** Koristeći periodičnost trigonometrijske funkcije, odredi realni broj  $x$ ,  $0 \leq x < \pi$ , takav da je:  
 a)  $\operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} \frac{94\pi}{6}$ ;                      b)  $\operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg}\left(-\frac{398\pi}{15}\right)$ .
- 1.109.** Koristeći periodičnost trigonometrijske funkcije, odredi odgovarajući realni broj  $x$ ,  $8\pi \leq x < 10\pi$ , takav da je:  
 a)  $\sin x = \sin \frac{218\pi}{3}$ ;                      b)  $\cos x = \cos \frac{37\pi}{21}$ .

**1.110.** Koristeći periodičnost trigonometrijske funkcije, odredi realni broj  $x$ ,  $-7\pi \leq x < -6\pi$ , takav da je:

**a)**  $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \frac{21\pi}{5}$ ;      **b)**  $\operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} \left(-\frac{473\pi}{12}\right)$ .

**1.111.** Pojednostavni izraz:

**a)**  $\sin^2(8\pi - x) + \sin^2(10\pi + x)$ ;      **b)**  $\sin^2(2\pi + x) + \cos^2(6\pi - x) + 1$ .

**1.112.** Pojednostavni izraz:

**a)**  $\frac{\cos(6\pi + y) \operatorname{tg}(3\pi - y)}{\sin(10\pi - y) \operatorname{ctg}(y - 7\pi)}$ ;      **b)**  $\frac{\operatorname{tg}(2\pi + x) + \operatorname{ctg}(9\pi - x)}{\operatorname{tg}(x - \pi) - \operatorname{ctg}(x + \pi)}$ ;

**1.113.** Dokaži da je  $\frac{\cos^2(4\pi - y)}{\operatorname{tg}^2(5\pi + y) + 1} = \cos^4 y$ .

**1.114.** Odredi temeljni period funkcije:

**a)**  $f(x) = \sin x + \cos x$ ;      **b)**  $f(x) = \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$ ;  
**c)**  $f(x) = \sin x + \operatorname{tg} x$ .

**1.115.** Je li ova funkcija periodična:

**a)**  $f(x) = 1 + \cos x$ ;      **b)**  $f(x) = x - \sin x$ ;      **c)**  $f(x) = \frac{\cos x - 1}{\sin x + 2}$ ?

## 1.7. Određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija

**1.116.** Odredi:

**a)**  $\sin 48^\circ 28' 26''$ ;      **b)**  $\sin 138^\circ 37' 34''$ ;      **c)**  $\sin 240^\circ 30''$ ;  
**d)**  $\sin 305^\circ 15' 6''$ .

**1.117.** Odredi:

**a)**  $\cos 294^\circ 34' 12''$ ;      **b)**  $\cos 184^\circ 58' 13''$ ;      **c)**  $\cos 100^\circ 10'$ .

**1.118.** Odredi:

**a)**  $\operatorname{tg} 318^\circ 34' 52''$ ;      **b)**  $\operatorname{tg} 149^\circ 6' 32''$ ;      **c)**  $\operatorname{tg} 246^\circ 33' 35''$ .

**1.119.** Odredi:

**a)**  $\operatorname{ctg} 104^\circ 47' 7''$ ;      **b)**  $\operatorname{ctg} 307^\circ 46'$ ;      **c)**  $\operatorname{ctg} 195^\circ 52' 25''$ .

**1.120.** Odredi:

**a)**  $\sin 1029^\circ 6' 6''$ ;      **b)**  $\operatorname{ctg} 398^\circ 42' 15''$ ;      **c)**  $\operatorname{tg}(-392^\circ 46'')$ .

**1.121.** Odredi:

**a)**  $\cos 3722^\circ 47' 7''$ ;      **b)**  $\operatorname{tg} 1632^\circ 53' 53''$ ;      **c)**  $\sin(-936^\circ 46' 25'')$ .

1.122. Odredi:

a)  $\operatorname{ctg}(-521^{\circ}35'46'')$ ; b)  $\cos(-824^{\circ}57')$ ; c)  $\operatorname{tg} 1952^{\circ}36'23''$ .

1.123. Odredi:

a)  $\sin \frac{36\pi}{7}$ ; b)  $\operatorname{tg} \frac{183\pi}{20}$ ; c)  $\cos \frac{98\pi}{3}$ .

1.124. Odredi:

a)  $\operatorname{ctg} \frac{43\pi}{7}$ ; b)  $\cos\left(-\frac{64\pi}{5}\right)$ ; c)  $\operatorname{tg}\left(-\frac{102\pi}{5}\right)$ .

1.125. Odredi:

a)  $\sin 18$ ; b)  $\operatorname{ctg} 19.35$ ; c)  $\cos(-1)$ .

1.126. Odredi (u stupnjevima, minutama i sekundama) tupi kut  $\alpha$  ako je:

a)  $\cos \alpha = -0.18174$ ; b)  $\operatorname{tg} \alpha = -0.47833$ ; c)  $\sin \alpha = 0.99751$ .

1.127. Odredi (u radijanima) tupi kut  $\alpha$  ako je:

a)  $\sin \alpha = 0.99957$ ; b)  $\operatorname{ctg} \alpha = -0.45766$ ; c)  $\cos \alpha = -0.97096$ .

1.128. Odredi kut  $\beta$  iz prvog okreta za koji je  $\cos \beta = 0.374$  i  $\operatorname{ctg} \beta < 0$ .

1.129. Odredi kut  $\alpha$  iz trećeg kvadranta ako je  $\operatorname{tg} \alpha = 3.84$ .

1.130. Odredi kut  $\alpha$  koji je:

a) u prvom kvadrantu, b) u drugom kvadrantu,  
c) u trećem kvadrantu, d) u četvrtom kvadrantu

i za koji je  $|\sin \alpha| = 0.735$ .

1.131. Odredi realni broj  $x$ ,  $\pi \leq x < 2\pi$ , ako je  $\operatorname{ctg} x = 5$ . U kojem se kvadrantu nalazi odgovarajući kut?

1.132. Odredi realni broj  $x$ ,  $0 \leq x < 2\pi$ , za koji je  $\cos x = -0.472$  i  $\operatorname{ctg} x > 0$ .

1.133. Odredi realni broj  $x$ ,  $4\pi \leq x < 5\pi$ , ako je  $\cos x = 0.383$ .

1.134. Odredi realni broj  $x$ ,  $-3\pi \leq x < -2\pi$ , ako je  $\operatorname{tg} x = 3.5$ .

1.135. Odredi realni broj  $x$ ,  $-\pi \leq x < 0$ , za koji je  $\sin x = -0.73$  i  $\operatorname{tg} x < 0$ .

1.136. Izračunaj ne koristeći ni tablice ni računalo:

a)  $2 \sin 750^{\circ} - 3 \cos 900^{\circ} + \operatorname{tg} 405^{\circ}$ ;

b)  $\operatorname{tg}(-135^{\circ}) - \operatorname{tg} 225^{\circ}$ .

1.137. Izračunaj ne koristeći ni tablice ni računalo:

a)  $\sin 1860^{\circ} \cdot \operatorname{tg} 2910^{\circ} + \operatorname{tg} 765^{\circ} \cdot \sin 3270^{\circ}$ ;

b)  $\sin(-1755^{\circ}) \cdot \cos 1485^{\circ} + \frac{\operatorname{tg} 1110^{\circ}}{\operatorname{ctg}(-2460^{\circ})}$ .

1.138. Izračunaj ne koristeći ni tablice ni računalo:

$$\frac{\sin 2070^{\circ} \cdot \operatorname{tg}(-570^{\circ}) \cdot \cos(-225^{\circ})}{\operatorname{ctg} 240^{\circ} \sin(-1590^{\circ}) \operatorname{tg} 135^{\circ}}.$$