TRIGONOMETRIJSKE FUNKCIJE I

I.1.

1. Odredi na brojevnoj (trigonometrijskoj) kružnici točku $E(t)$, za koju je $\sin t = -\frac{1}{2}$, $\cos t < 0$.

2. Za koje realne brojeve a postoji realan broj x takav da je $\sin x = \dfrac{1}{a-1}$?

3. Izračunaj:
$$\sin\left(-\frac{32\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{tg}\frac{17\pi}{3} - \cos\frac{11\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg}\left(-\frac{23\pi}{4}\right).$$

4. Ako je $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$, koliko je $\dfrac{1}{\sin^2 x} + \dfrac{1}{\cos^2 x}$?

5. Dokaži identitet:
$$2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x) + 1 = 0.$$

6. Riješi nejednadžbu:
$$\frac{2\cos x - 1}{5x - 3 - 2x^2} \geqslant 0, \quad x \in [0, 2\pi].$$

I.2.

1. Odredi na brojevnoj kružnici točku $E(t)$, ako je $\cos t = -\frac{1}{2}$, $\sin t > 0$.

2. Za koje realne brojeve a postoji realan broj x takav da je $\cos x = \dfrac{a+1}{a-1}$?

3. Izračunaj:
$$\cos\left(-\frac{11\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{tg}\frac{20\pi}{3} - 4\operatorname{ctg}\frac{37\pi}{4} \cdot \sin\left(-\frac{29\pi}{6}\right).$$

4. Ako je $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$, koliko je $\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{ctg}^3 x$?

5. Dokaži identitet:
$$\frac{1 - \cos^4 t}{\cos^2 t} = \sin^2 t + \operatorname{tg}^2 t, \quad t \neq (2k-1)\tfrac{\pi}{2}, \ k \in \mathbf{Z}.$$

6. Na intervalu $[-2\pi, 0]$ riješi nejednadžbu
$$\frac{2\sin x + 1}{x^2 + 3x + 2} \geqslant 0.$$

I.3.

1. U brojevnu kružnicu $(r = 1)$ upisan je pravilni peterokut $ABCDE$, tako da je $A(1, 0)$. Kojem luku kružnice, što spaja dva susjedna vrha peterokuta, pripada točka: $E(2)$, $E(-5)$, $E(10)$, $E(112)$?

2. Ako je $\operatorname{tg} x = 3 \operatorname{ctg} x$, $x \in \langle \frac{\pi}{2}, \pi \rangle$, koliko je $\sin(-x)$?

3. Izračunaj:

$$\sin\Big(-\frac{17\pi}{6}\Big) \cdot \operatorname{tg} \frac{113\pi}{4} + \cos \frac{19\pi}{6} \cdot \operatorname{ctg}\Big(-\frac{52\pi}{3}\Big).$$

4. Dokaži identitet:

$$(1 - \operatorname{ctg} x)^2 + (1 + \operatorname{ctg} x)^2 = \frac{2}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi,\ k \in \mathbf{Z}.$$

5. Riješi u skupu $\mathbf{R}$ jednadžbu

$$\frac{\sin x}{(x-4)^2} + |\sin x| = 0.$$

6. Provjeri da je $k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$, $k \neq 0$, period funkcije $f(x) = \sin 4x + \sin 6x$.

I.4.

1. Bez uporabe tablica ili računala, odgovori što je veće: $\sin 1$ ili $\sin 2$, $\cos 11$ ili $\cos 12$?

2. Ako je $\sin t + \cos t = x$, $\sin^3 t + \cos^3 t = y$, prikaži y kao funkciju od x.

3. Izračunaj:

$$\cos\Big(-\frac{19\pi}{6}\Big) \cdot \operatorname{tg} \frac{17\pi}{3} - \sin\Big(-\frac{34\pi}{3}\Big) \cdot \operatorname{ctg} \frac{19\pi}{6}.$$

4. Dokaži identitet:

$$\frac{1 - \sin^4 x - \cos^4 x}{\cos^4 x} = 2 \operatorname{tg}^2 x, \quad x \neq (2k-1)\frac{\pi}{2},\ k \in \mathbf{Z}.$$

5. Riješi jednadžbu:

$$\frac{\cos x}{(x+2)^2} - |\cos x| = 0.$$

6. Odredi temeljni period funkciji $f(x) = \cos 2x + \cos 3x$.

I.5.

1. Izračunaj:

$$\cos\left(-\frac{20\pi}{3}\right)\cdot\sin\frac{35\pi}{6}-\operatorname{tg}\frac{11\pi}{6}\cdot\operatorname{ctg}\left(-\frac{3\pi}{4}\right).$$

2. Koliko je $\operatorname{tg} x$, ako je $\cos x=-\frac{7}{25}$, $x\in\left\langle\frac{13\pi}{2},7\pi\right\rangle$.

3. Skrati razlomak

$$\frac{\sin^4 x+\cos^4 x-1}{\sin^6 x+\cos^6 x-1}\,.$$

4. Ako je $\sin x+\cos x=p$, koliko je $\sin^4 x+\cos^4 x$?

5. Riješi jednadžbu

$$\frac{|\sin x|}{\sin x}=2\cos x.$$

6. Na intervalu $[0,2\pi]$ riješi sustav nejednadžbi $\sin x<-\frac{1}{2}$ i $\cos x>-\frac{1}{2}$.

I.6.

1. Izračunaj:

$$\cos\left(-\frac{17\pi}{6}\right)\cdot\operatorname{ctg}\frac{35\pi}{3}-\sin\left(-\frac{13\pi}{2}\right)\cdot\operatorname{tg}\frac{77\pi}{4}.$$

2. Koliko je $\sin x$, ako je $\cos x=\frac{15}{17}$, $\operatorname{ctg} x<0$?

3. Pojednostavi:

$$\frac{\sin^6 x}{1-\operatorname{tg}^2 x}+\frac{\cos^6 x}{1-\operatorname{ctg}^2 x}.$$

4. Riješi jednadžbu

$$\frac{\cos x}{|\cos x|}=2\sin x.$$

5. Ako je $2\sin x+2\cos x=1$, koliko je $3\operatorname{tg} x+3\operatorname{ctg} x$?

6. Riješi na intervalu $[0,2\pi]$ sustav nejednadžbi $\sin x>-\frac{1}{2}$ i $\cos x<\frac{1}{2}$.

I.7.

1. Koliko je $\sin x$, ako je $\operatorname{ctg} x = -\frac{5}{12}$, $x \in \langle -\frac{\pi}{2}, 0\rangle$?

2. Dokaži identitet

$$\left(\operatorname{tg} x + \frac{\cos x}{1+\sin x}\right)\left(\operatorname{ctg} x + \frac{\sin x}{1+\cos x}\right) = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}.$$

3. Što je veće $\sin(\cos x)$ ili $\cos(\sin x)$, ako je $x = \frac{4\pi}{3}$?

4. Ako je $3\sin^2 x - \cos^2 x = 5 - 8\sin x \cdot \cos x$, $x \in [0, 1\rangle$, koliko je $\operatorname{ctg} x$?

5. Na intervalu $[0, 2\pi]$ riješi nejednadžbu:

$$\sin x > \cos x.$$

6. Koliko rješenja ima jednadžba

$$|\sin \pi x| = \log_2 |x|?$$

I.8.

1. Izračunaj vrijednost izraza

$$\frac{1+\cos x}{\sin x}\left(1 + \frac{(1-\cos x)^2}{\sin^2 x}\right)$$

ako je $\cos x = -0.8$, $x \in \langle \frac{\pi}{2}, \pi\rangle$.

2. Dokaži identitet:

$$\frac{\sin x - \cos x}{1 - \operatorname{ctg}^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\sin x + \cos x} = \sin x - \cos x.$$

3. Koliko rješenja na intervalu $\langle \pi, 5\pi\rangle$ ima jednadžba

$$4^{\cos^2 x} = 1 + 2^{1-2\sin^2 x}?$$

4. Dokaži da je 6π period funkcije $f(x) = \cos x + \sin \frac{x}{3}$. Je li 6π temeljni period ove funkcije?

5. Riješi na intervalu $[0, 2\pi]$ nejednadžbu:

$$\sin x + \sqrt{3}\cos x < 0.$$

6. Prikaži grafički funkcije:

$$f(x) = \sin |x|, \quad g(x) = |\cos x|.$$

I.9.

1. Izračunaj vrijednost izraza $\dfrac{\sin x}{1+\cos x}+\dfrac{1+\cos x}{\sin x}$, ako je $x=\frac{10\pi}{3}$.

2. Ako je $\operatorname{ctg} x=\frac{2}{5}$, koliko je $\dfrac{\sin x+2\cos x}{\cos x-3\sin x}$?

3. Pojednostavi razlomak

$$\frac{(1-\sin x-\cos x)(1-\sin x+\cos x)}{\sin x(1-\sin x)}.$$

4. Riješi nejednadžbu

$$\frac{x^2-5x-6}{1-\sin x}<0.$$

5. Odredi temeljni period funkcije

$$f(x)=\sin\tfrac{3}{2}x+5\cos\tfrac{3}{4}x.$$

6. Za koje vrijednosti realnog parametra t polinom $f(x)=4x^2-8x\cdot\sin t+3$ prima pozitivne vrijednosti za svaki $x\in\mathbf{R}$?

I.10.

1. Ako je $\sin^2 x-2\cos^2 x=\sin x\cos x$, koliko je $\cos x$, $x\in[5,6]$?

2. Dokaži identitet

$$\sin^3 x(1+\operatorname{ctg} x)+\cos^3 x(1+\operatorname{tg} x)=\sin x+\cos x.$$

3. Riješi jednadžbu $(\operatorname{tg} x)^{\sin x}=(\operatorname{ctg} x)^{\cos x}$, na $[0,2\pi]$.

4. Riješi nejednadžbu

$$\frac{\cos x-2}{x^2-3x-10}>0.$$

5. Odredi sve vrijednosti realnih parametara a i b za koje je funkcija $f(x)=a\cos x+b\sin x$ neparna.

6. Prikaži grafički funkcije

$$f(x)=\sin|2x|,\quad g(x)=\left|\cos\frac{x}{2}\right|.$$

I.11.

1. Koliko je $\dfrac{2}{\sin^4 x + \cos^4 x}$, ako je $\operatorname{ctg} x = -0.5$?

2. Pojednostavi:

$$\left[\left(\frac{1+\cos x}{\sin x}\right)^2 + 1\right] : \frac{1+\cos x}{\sin^2 x}.$$

3. Izračunaj

$$\log_3 \sin \frac{2\pi}{3} + \log_{\frac{1}{3}} \cos \frac{\pi}{3}.$$

4. Odredi najmanji pozitivni period funkcije

$$f(x) = \frac{1}{2}\cos\left(1 - \frac{\pi x}{6}\right).$$

5. Da li funkcija $f(x) = \cos(\sin x)$ na intervalu $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ raste ili pada?

6. Prikaži grafički funkciju

$$f(x) = -2\sqrt{1 - \cos^2 3x}.$$

I.12.

1. Prikaži na brojevnoj kružnici rješenja sustava $\frac{1}{2} < |\sin t| \leqslant \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. Dokaži identitet:

$$\frac{1 + \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg}^2 x} = \operatorname{tg}^2 x.$$

3. Je li funkcija $f(x) = \dfrac{x^3 + \sin 3x}{\cos 3x + x^2}$ parna ili neparna?

4. Riješi jednadžbu:

$$2^{|x|} = \sin x.$$

5. Da li funkcija $f(x) = \sin(\cos x)$ na intervalu $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ raste ili pada?

6. Prikaži grafički funkciju

$$f(x) = \sqrt{1 - \cos^2 2x}.$$

I.13.

1. Konstruiraj na brojevnoj kružnici točku $E(t)$ kojoj pripada realni broj t za kojega je $\operatorname{tg} t = -\frac{2}{3}$, $\cos t < 0$.

2. Koliko je $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$, ako je $\operatorname{ctg} x = -\frac{9}{40}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$?

3. Dokaži identitet:

$$\operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x = \operatorname{tg}^2 x \cdot \sin^2 x, \quad x \neq (2k-1)\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbf{Z}.$$

4. Ako je $\operatorname{tg} x = -2$, koliko je $\dfrac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x}$?

5. Dokaži da za sve $x, x \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$ vrijedi $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x \geqslant 2$.

6. Prikaži grafički funkciju $f(x) = -\frac{1}{2}\cos(2x + \frac{\pi}{3})$.

I.14.

1. Konstruiraj na brojevnoj kružnici točku $E(t)$ kojoj pripada realni broj t za kojega je $\operatorname{ctg} t = \frac{2}{3}$, $\sin t < 0$.

2. Koliko je $\operatorname{ctg}(x - 2\pi)$, ako je $\cos x = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$, $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$?

3. Dokaži identitet:

$$\operatorname{ctg}^2 x - \cos^2 x = \operatorname{ctg}^2 x \cdot \cos^2 x, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbf{Z}.$$

4. Ako je $\sin x = \frac{3}{5}$, koliko je $\dfrac{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x}{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}$?

5. Dokaži da za sve realne brojeve x, $x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$, vrijedi nejednakost $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x \geqslant 2$.

6. Prikaži grafički funkciju $f(x) = \frac{3}{2}\sin(3x - \frac{\pi}{2})$.

I.15.

1. Prikaži na brojevnoj kružnici skup rješenja nejednadžbe $2|\sin x| > 1$.

2. Koliko je $\mathrm{tg}(\frac{3\pi}{2} + x)$, ako je $\sin x = \frac{7}{25}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$?

3. Dokaži identitet:

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \sin x \cdot \cos x} = \sin x - \cos x.$$

4. Dokaži da je $\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} - \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}} = -2\,\mathrm{tg}\, x$, ako je $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

5. Koje sve vrijednosti prima funkcija $f(x) = \frac{\sin^2(\pi - x)}{1 + \sin(\frac{\pi}{2} - x)}$ ako je $\frac{\pi}{2} < x < \pi$?

6. Prikaži grafički funkciju $f(x) = -\cos\left[(x-1)\pi\right]$.

I.16.

1. Prikaži na brojevnoj kružnici skup rješenja nejednadžbe $2\cos^2 x \leqslant 1$.

2. Koliko je $\cos(\pi - x)$, ako je $\sin x = -0.8$, $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$?

3. Dokaži identitet:

$$\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{1 - \sin x \cdot \cos x} = \sin x + \cos x.$$

4. Dokaži da je $\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} - \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}} = 2\,\mathrm{ctg}\, x$, ako je $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.

5. Koje sve vrijednosti prima funkcija $f(x) = \frac{\cos^2(\pi + x)}{1 - \cos(\frac{\pi}{2} + x)}$ ako je $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$?

6. Prikaži grafički funkciju $f(x) = 2\sin\left[(x+1)\pi\right]$.

I.17.

1. Izračunaj: $\sin \frac{77\pi}{6} \cdot \cos\left(-\frac{58\pi}{3}\right)$.

2. Na brojevnoj kružnici naznači skup svih realnih brojeva x za koje je $|\operatorname{tg} x| \leqslant \frac{3}{2}$.

3. Dokaži identitet:

$$\frac{\operatorname{tg} x \cdot \sin x}{\operatorname{tg} x + \sin x} = \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\operatorname{tg} x \cdot \sin x}, \quad x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbf{Z}.$$

4. Ako je $\cos t = \frac{7}{25}$, $t \in \left\langle -4\pi, -\frac{7\pi}{2} \right\rangle$, koliko je $\operatorname{tg}(-t)$?

5. Razlomak $\dfrac{\sin x + \operatorname{tg} x}{\cos x + \operatorname{ctg} x}$ uvijek je pozitivan, za svaku vrijednost realnog broja x za koji je $\cos x + \operatorname{ctg} x \neq 0$. Dokaži ovu tvrdnju.

6. Odredi temeljni period funkcije $f(x) = \sin \pi x + \cos \dfrac{\pi x}{3}$.

I.18.

1. Izračunaj: $\sin\left(-\frac{46\pi}{3}\right) \cdot \cos \frac{55\pi}{6}$.

2. Na brojevnoj kružnici naznači skup svih realnih brojeva x za koje je $|\operatorname{ctg} x| \geqslant \frac{1}{2}$.

3. Dokaži identitet:

$$1 - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 x}, \quad x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbf{Z}.$$

4. Ako je $\operatorname{ctg} t = -\frac{7}{24}$, $t \in \left\langle -\frac{7\pi}{2}, -3\pi \right\rangle$, koliko je $\sin(-t)$?

5. Ako je $x = \sin\alpha + \cos\alpha$, $y = \sin\alpha \cdot \cos\alpha$, prikaži y kao funkciju od x.

6. Odredi temeljni period funkcije $f(x) = \cos \dfrac{\pi x}{2} + \sin \dfrac{\pi x}{3}$.

I.19.

1. Koliko je $\sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{tg}\frac{5\pi}{3} - \cos\frac{40\pi}{3} \cdot \operatorname{ctg}\left(-\frac{7\pi}{6}\right)$?

2. Na brojevnoj kružnici naznači skup svih realnih brojeva x za koje je $|\operatorname{tg} x| \geqslant \frac{2}{3}$.

3. Dokaži identitet:

$$\left(\operatorname{tg} x + \frac{\cos x}{1+\sin x}\right) \cdot \left(\operatorname{ctg} x + \frac{\sin x}{1+\cos x}\right) = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}.$$

4. Izračunaj $\operatorname{tg}\frac{19\pi}{12}$, ako znaš da je $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}}{12}(1+\sqrt{3})$.

5. Pojednostavni $\sin x - \sqrt{\operatorname{ctg}^2 x - \cos^2 x}$, ako je $\pi < x < 2\pi$.

6. Odredi temeljni period funkcije $f(x) = \cos\dfrac{\pi x}{4} - \sin\dfrac{\pi x}{3}$.

I.20.

1. Koliko je $\cos\left(-\frac{22\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{tg}\frac{11\pi}{6} - \sin\left(-\frac{23\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{ctg}\frac{17\pi}{3}$?

2. Na brojevnoj kružnici naznači skup svih realnih brojeva x za koje je $|\operatorname{ctg} x| \geqslant \frac{1}{2}$.

3. Dokaži identitet:

$$\frac{\sin^2 x}{\cos x \cdot (\operatorname{tg} x - 1)} + \frac{\cos^2 x}{\sin x \cdot (\operatorname{ctg} x - 1)} = \sin x + \cos x.$$

4. Izračunaj $\operatorname{ctg}\frac{29\pi}{8}$, ako je $\sin\frac{\pi}{8} = \frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$.

5. Pojednostavni $\sqrt{\left(\dfrac{1}{\cos^2 x} - 1\right)(1-\sin^2 x)}$, ako je $\pi < x < \frac{5\pi}{4}$.

6. Odredi temeljni period funkcije $f(x) = \operatorname{tg}\pi x + \operatorname{ctg}\dfrac{\pi x}{3}$.

I.21.

1. Ako je $\operatorname{ctg} x = 3 \operatorname{tg} x$, $x \in \langle -3\pi, -\frac{5\pi}{2} \rangle$, koliko je $\sin(-x)$?

2. Dokaži identitet:

$$\left(\sin x + \frac{1}{\sin x}\right)^2 + \left(\cos x + \frac{1}{\cos x}\right)^2 = 7 + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x.$$

3. Ako je $\cos t = \frac{7}{25}$, $t \in \langle -4\pi, -\frac{7\pi}{2} \rangle$, koliko je $\operatorname{tg}(-t)$?

4. Pojednostavni:

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + t\right)}{\operatorname{ctg}(t - 2\pi)} + \frac{\sin(-t)}{\operatorname{ctg}\left(t - \frac{3\pi}{2}\right)}.$$

5. Ako je $\sin x + \cos x = \frac{2}{3}$, koliko je $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$?

6. Odredi na brojevnoj kružnici skup točaka kojima pridruženi realni brojevi x zadovoljavaju nejednakost $\sin x - \sqrt{3} \cos x < 0$.

I.22.

1. Ako je $\operatorname{tg} x = 3 \operatorname{ctg} x$, $x \in \langle -4\pi, -\frac{7\pi}{2} \rangle$, koliko je $\cos(-x)$?

2. Dokaži identitet:

$$\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x - 2}{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + 2} = \left(\frac{\operatorname{tg} x - 1}{\operatorname{tg} x + 1}\right)^2.$$

3. Ako je $\operatorname{ctg} t = \frac{7}{24}$, $t \in \langle -\frac{7\pi}{2}, -3\pi \rangle$, koliko je $\sin(-t)$?

4. Pojednostavni:

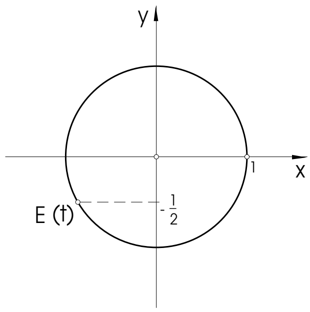
$$[\sin(\tfrac{\pi}{2} - \alpha) + \sin(\pi + \alpha)]^2 + [\cos(2\pi - \alpha) - \cos(\tfrac{3\pi}{2} - \alpha)]^2.$$

5. Ako je $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 4$, koliko je $\sin x + \cos x$?.

6. Odredi na brojevnoj kružnici skup točaka kojima pridruženi realni brojevi x zadovoljavaju nejednakost $\cos x + \sqrt{3} \sin x > 0$.

I.1.

1.



Točka je na kružnici u III. kvadrantu, te je $\sin t = -\frac{1}{2}$ za $t = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$, uz uvjet $\cos t < 0$.

2. Funkcija $f(x) = \sin x$ je omeđena, $|\sin x| \leqslant 1$. Stoga valja riješiti nejednadžbu
$$\left|\frac{1}{a-1}\right| \leqslant 1,$$
odnosno $|a-1| \geqslant 1$. Ova je nejednadžba ekvivalentna sustavu $a - 1 \leqslant -1$ ili $a - 1 \geqslant 1$, što daje rješenje $a \leqslant 0$ ili $a \geqslant 2$.

3. Redom:
$$\begin{aligned}
\sin\left(\frac{-32\pi}{3}\right) &= -\sin\frac{32\pi}{3} = -\sin\left(\frac{2\pi}{3} + 10\pi\right)\\
&= -\sin\frac{2\pi}{3} = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2},\\
\operatorname{tg}\frac{17\pi}{3} &= \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{3} + 5\pi\right) = \operatorname{tg}\frac{2\pi}{3}\\
&= -\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3},\\
\cos\frac{11\pi}{3} &= \cos\left(-\frac{\pi}{3} + 4\pi\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\\
&= \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2},\\
\operatorname{ctg}\left(-\frac{23\pi}{4}\right) &= -\operatorname{ctg}\frac{23\pi}{4} = -\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{4} + 5\pi\right)\\
&= -\operatorname{ctg}\frac{3\pi}{4} = 1.
\end{aligned}$$

Sada je $-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-\sqrt{3}) - \frac{1}{2} \cdot 1 = 1$.

4. Najprije imamo iz
$$\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3,$$
$$\begin{aligned}
\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} &= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x}\\
&= \frac{1}{\sin x \cos x} = 3.
\end{aligned}$$

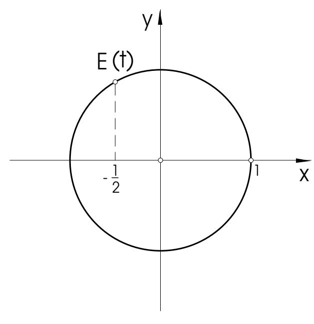
Zatim,
$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} &= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x}\\
&= \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} = 9.
\end{aligned}$$

5. Primijeti kako je
$$\begin{aligned}
\sin^6 x + \cos^6 x &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3\\
&\quad - 3\sin^2 x \cos^2 x(\sin^2 x + \cos^2 x)\\
&= 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x,
\end{aligned}$$
te slično,
$$\begin{aligned}
&\sin^4 x + \cos^4 x\\
&\quad = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x\\
&\quad = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x.
\end{aligned}$$
Uvrštavanjem, izravno se dokazuje identitet.

6. Iz sustava $\cos x \geqslant \frac{1}{2}$ i $5x - 3 - 2x^2 > 0$ dobivamo $x \in \langle 1, \frac{\pi}{3}]$, a iz sustava $\cos x \leqslant \frac{1}{2}$ i $5x - 3 - 2x^2 < 0$, $x \in \langle \frac{3}{2}, \frac{5\pi}{3}]$. Rješenje nejednadžbe je svaki x, $x \in \langle 1, \frac{\pi}{3}] \cup \langle \frac{3}{2}, \frac{5\pi}{3}]$.

I.2.

1. Vidi sliku.



2. $a \in \langle -\infty, 0]$.

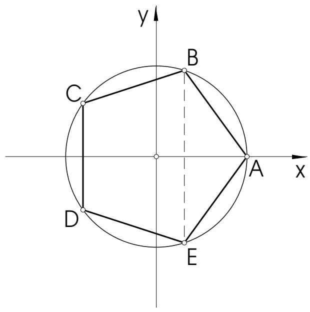
3. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-\sqrt{3}) - 4 \cdot 1 \cdot (-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.

4. $\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{ctg}^3 x = 18$.

6. $x \in [-2\pi, -\frac{5\pi}{6}] \cup \langle -2, -1\rangle \cup [-\frac{\pi}{6}, 0]$.

I.3.

1. Vidi sliku.



$E(2)\in BC\,,\ E(-5)\in BC\,,\ E(10)\in CD\,,$
$E(112)\in EA\,.$

2. $\sin(-x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}\,.$

3. $-\frac{1}{2}\cdot 1+(-\frac{\sqrt{3}}{2})\cdot(-\frac{\sqrt{3}}{3})=0\,.$

5. $x=5$ ili $x=k\pi\,,\ k\in\mathbf{Z}\,.$

I.4.

1. $\sin 2>\sin 1\,,\ \cos 12>\cos 11\,.$

2. $y=-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x\,.$

3. $-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot(-\sqrt{3})-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}=0\,.$

5. $x=-1$ ili $x=(2k-1)\frac{\pi}{2}\,,\ k\in\mathbf{Z}\,.$

6. $P=2\pi\,.$

I.5.

1. $(-\frac{1}{2})\cdot(-\frac{1}{2})-(-\frac{\sqrt{3}}{3})\cdot 1=\frac{3+4\sqrt{3}}{12}\,.$

2. $\operatorname{tg}x=-\frac{24}{7}\,.$

3. $\frac{2}{3}\,.$

4. $\dfrac{-p^4+2p^2+1}{2}\,.$

5. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi\,,\ k\in\mathbf{Z}\,.$

6. $x\in\langle\,\frac{4\pi}{3},\frac{11\pi}{6}\rangle\,.$

I.6.

1. $-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot(-\frac{\sqrt{3}}{3})-(-1)\cdot 1=\frac{3}{2}\,.$

2. $-\frac{8}{17}\,.$

3. $-\sin^2 x\cdot\cos^2 x\,.$

4. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi\,,\ k\in\mathbf{Z}\,.$

5. $-8\,.$

6. $\langle\,\frac{\pi}{3},\frac{7\pi}{6}\rangle\,.$

I.7.

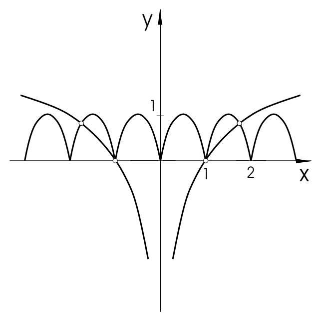
1. $-\frac{12}{13}\,.$

3. $\sin(\cos\frac{4\pi}{3})<\cos(\sin\frac{4\pi}{3})\,.$

4. $\operatorname{ctg}x=1\,.$

5. $x\in\langle\,\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\rangle\,.$

6. Jednadžba ima 4 rješenja. Vidi sliku.



I.8.

1. $\frac{2}{\sin x} = \frac{10}{3}$.

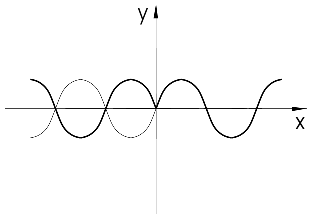
3. 8 rješenja.

4. Da, 6π je temeljni period funkcije.

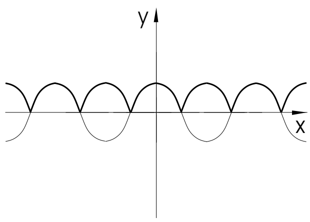
5. $x \in \langle \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \rangle$.

6.

$$\sin|x| = \begin{cases} \sin x, & x \geqslant 0, \\ -\sin x, & x < 0. \end{cases}$$



$$|\cos x| = \begin{cases} \cos x, & \cos x \geqslant 0, \\ -\cos x, & \cos x < 0. \end{cases}$$



I.9.

1. $\frac{2}{\sin x} = \frac{2}{\sin \frac{4\pi}{3}} = \frac{2}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

2. $\frac{1 + 2\operatorname{ctg} x}{\operatorname{ctg} x - 3} = -\frac{9}{13}$.

3. -2 .

4. Primijeti kako je $1 - \sin x \geqslant 0$, za svaki $x \in \mathbf{R}$. Stoga je nejednadžba ekvivalentna nejednadžbi $x^2 - 5x - 6 < 0$ uz uvjet $\sin x \neq 1$. Odatle je $x \in \langle -1, 6 \rangle$, $x \neq \frac{\pi}{2}$.

5. $P = \frac{8}{3}\pi$. Pretpostavimo da je P , $P > 0$ period od f , tj. da za svaki $x \in \mathbf{R}$ vrijedi

$$\sin \frac{3}{2}(x+P) + 5\cos \frac{3}{4}(x+P)$$
$$= \sin \frac{3}{2}x + 5\cos \frac{3}{4}x.$$

Uvrstimo li za vrijednost nepoznanice $x = 0$ i $x = -P$, dobit ćemo sustav

$$\sin 1.5P + 5\cos 0.75P = 5$$
$$-\sin 1.5P + 5\cos 0.75P = 5$$

iz kojeg slijedi $\cos \frac{3}{4}P = 1$ ili $P = \frac{8n\pi}{3}$, $n \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}$. Za $n = 1$ imamo $P = \frac{8\pi}{3}$, temeljni period.

6. Iz $D < 0$ slijedi $|\sin t| < \frac{\sqrt{3}}{2}$, te je $t \in \langle -\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi \rangle$, $k \in \mathbf{Z}$.

I.10.

1. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

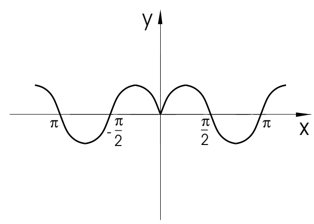
3. $x = \frac{3\pi}{4}$ ili $x = \frac{7\pi}{4}$.

4. $x \in \langle -2, 5 \rangle$.

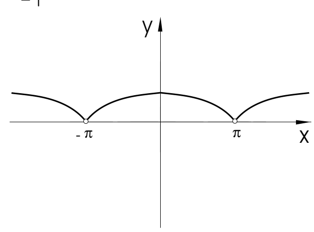
5. $a = 0$, $b \in \mathbf{R}$.

6.

$\sin|2x|$



$\left|\cos \frac{x}{2}\right|$



I.11.

1. $\frac{50}{17}$.

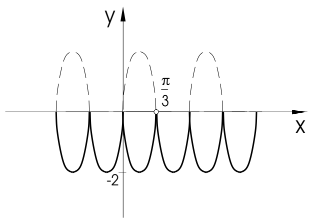
2. 2

3. $\frac{1}{2}$.

4. $P_0 = 12$.

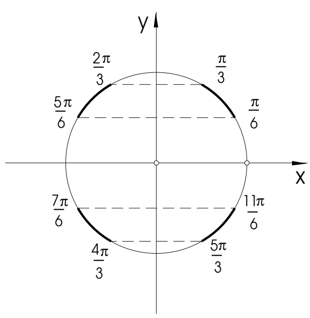
5. Raste.

6. $f(x) = -2|\sin 3x|$.



I.12.

1.



3. Neparna.

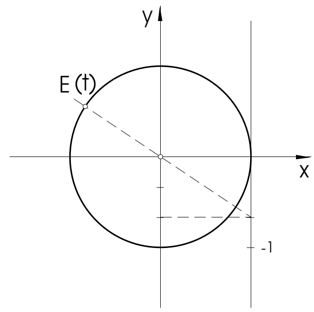
4. Primijeti kako je $2^{|x|} \geqslant 1$, za sve $x \in \mathbf{R}$. Samo za $x = 0$ vrijedi $2^0 = 1$, ali $\sin 0 = 0$. Jednadžba nema rješenja.

5. Raste.

6. $f(x) = |\sin 2x|$.

I.13.

1. Vidi sliku.



2. $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos x = \frac{9}{41}$.

3. $\operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x = \dfrac{\sin^2 x - \sin^2 x \cdot \cos^2 x}{\cos^2 x}$
$= \dfrac{\sin^4 x}{\sin^2 x} = \operatorname{tg}^2 x \cdot \sin^2 x$.

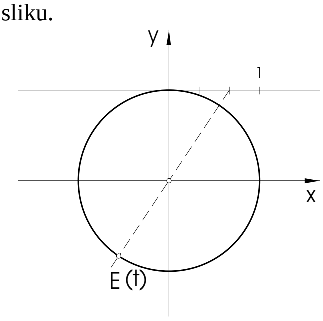
4. Nakon dijeljenja brojnika i nazivnika danog razlomka s $\cos x$ dobije se $\dfrac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} = -\dfrac{1}{3}$.

5. Primjenom nejednakosti aritmetičke i geometrijske sredine dvaju pozitivnih brojeva a i b $(a+b \geqslant 2\sqrt{a \cdot b})$ imamo: $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x \geqslant 2\sqrt{\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x} = 2$.

6. Temeljni je period $P_0 = \pi$, nultočke su brojevi $\frac{\pi}{12} + k \cdot \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$.

I.14.

1. Vidi sliku.



2. $\operatorname{ctg}(x - 2\pi) = -\operatorname{ctg}(2\pi - x) = \operatorname{ctg} x = \frac{4\sqrt{2}}{7}$.

3. $\operatorname{ctg}^2 x - \cos^2 x = \dfrac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \cos^2 x$
$= \dfrac{\cos^2 x(1 - \sin^2 x)}{\sin^2 x} = \dfrac{\cos^4 x}{\sin^2 x} = \operatorname{ctg}^2 x \cdot \cos^2 x.$

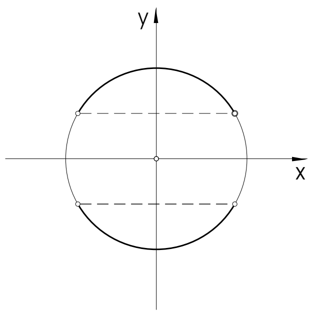
4. $\dfrac{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x}{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x} = \dfrac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \dfrac{1}{2\sin^2 x - 1}$
$= -\dfrac{25}{7}$.

5. Vidi rješenje zadatka 5. u prethodnoj zadaći.

6. Možemo pisati: $f(x) = -\frac{3}{2}\sin(\frac{\pi}{2} - 3x) = -\frac{3}{2}\cos 3x$. Temeljni je period $P_0 = \frac{2\pi}{3}$, nultočke su brojevi $x_0 = \frac{\pi}{6} + k \cdot \frac{\pi}{3}$, $k \in \mathbf{Z}$.

I.15.

1. Vidi sliku.



Iz $|\sin x| > \frac{1}{2}$ slijedi $\sin x < -\frac{1}{2}$ ili $\sin x > \frac{1}{2}$.

2. $\operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2} + x) = -\operatorname{ctg} x = \frac{24}{7}$.

3. $\dfrac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \sin x \cdot \cos x}$
$= \dfrac{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cdot \cos x)}{1 + \sin x \cdot \cos x} = \sin x - \cos x$.

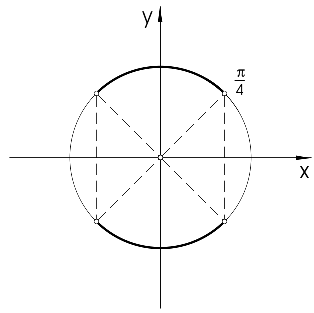
4. Lijeva strana jednakosti jednaka je $\dfrac{1 + \sin x}{|\cos x|} - \dfrac{1 - \sin x}{|\cos x|} = \dfrac{1 + \sin x - 1 + \sin x}{-\cos x} = -2\operatorname{tg} x$.

5. $f(x) = \dfrac{\sin^2 x}{1 + \cos x} = \dfrac{1 - \cos^2 x}{1 + \cos x} = 1 - \cos x$. Skup vrijednosti funkcije f je interval $\langle 1, 2\rangle$.

6. $f(x) = -\cos(\pi - \pi x) = \cos \pi x$. Temeljni je period funkcije $P_0 = 2$, nultočke su brojevi $x_0 = k + \frac{1}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$.

I.16.

1. Vidi sliku.



Iz $\cos^2 x \leqslant \frac{1}{2}$ slijedi $|\cos x| \leqslant \frac{\sqrt{2}}{2}$, odnosno $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leqslant \cos x \leqslant \frac{\sqrt{2}}{2}$.

2. $\cos(\pi - x) = -\cos x = 0.6$.

3. $\dfrac{\sin^3 x + \cos^3 x}{1 - \sin x \cdot \cos x}$
$= \dfrac{(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cdot \cos x)}{1 - \sin x \cdot \cos x} = \sin x + \cos x$.

4. Lijeva strana jednakosti jednaka je $\dfrac{1 - \cos x}{|\sin x|} - \dfrac{1 + \cos x}{|\sin x|} = \dfrac{1 - \cos x - 1 - \cos x}{-\sin x} = 2\operatorname{ctg} x$.

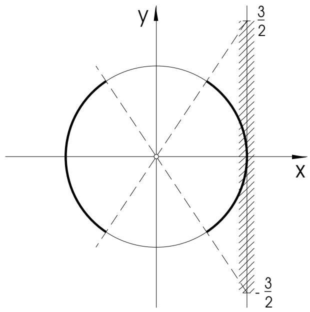
5. $f(x) = \dfrac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \dfrac{1 - \sin x}{1 + \sin^2 x} = 1 - \sin x$. Područje vrijednosti funkcije f je interval $\langle 1, 2\rangle$.

6. $f(x) = 2\sin(\pi x + \pi) = -2\sin \pi x$. Temeljni je period $P_0 = 2$, nultočke su brojevi $x_0 = k$, $k \in \mathbf{Z}$.

I.17.

1. $\sin\frac{77\pi}{6} = \sin(\frac{5\pi}{6} + 12\pi) = \sin\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $\cos(-\frac{58\pi}{3}) = \cos\frac{58\pi}{3} = \cos(\frac{4\pi}{3} + 18\pi) = \cos\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}$; konačno, $\frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4}$.

2. Iz $|\operatorname{tg} x| \leqslant \frac{3}{2}$ slijedi $-\frac{3}{2} \leqslant \operatorname{tg} x \leqslant \frac{3}{2}$. Vidi sliku.



3. Identitet je ekvivalentan sa $\mathrm{tg}^2 x \cdot \sin^2 x = \mathrm{tg}^2 x - \sin^2 x$. Lijeva strana ove jednakosti jednaka je $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \sin^2 x = \frac{\sin^2 x(1-\cos^2 x)}{\cos^2 x} = \mathrm{tg}^2 x - \sin^2 x$.

4. $\mathrm{tg}(-t) = -\mathrm{tg}\, t = -\frac{24}{7}$.

5. Uoči da dani razlomak možemo zapisati u obliku

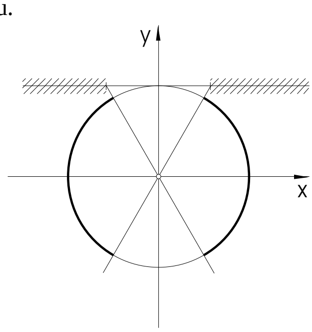
$$\frac{\sin^2 x(1+\cos x)}{\cos^2 x(1+\sin x)}.$$

6. Neka je P_1 temeljni period funkcije $\sin \pi x$, a P_2 temeljni period funkcije $\cos \frac{\pi x}{3}$. tada je $P_1 = 2$, $P_2 = 6$, te je $\frac{P_1}{P_2} = \frac{1}{3}$. Konačno je period od f jednak $P = 3P_1 = P_2 = 6$.

I.18.

1. $\sin(-\frac{46\pi}{3}) = -\sin\frac{46\pi}{3} = -\sin(\frac{4\pi}{3} + 14\pi) = -\sin\frac{4\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{55\pi}{6} = \cos(\frac{7\pi}{6} + 8\pi) = \cos\frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ i konačno, $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -\frac{3}{4}$.

2. Iz $|\,\mathrm{ctg}\, x| \geqslant \frac{1}{2}$ slijedi $\mathrm{ctg}\, x \leqslant -\frac{1}{2}$ ili $\mathrm{ctg}\, x \geqslant \frac{1}{2}$. Vidi sliku.



3. $1 - \frac{1}{1+\mathrm{tg}^2 x} = \frac{1+\mathrm{tg}^2 x - 1}{1+\mathrm{tg}^2 x} =$ (zamijeni $\mathrm{tg}\, x = \frac{1}{\mathrm{ctg}\, x}$) $= \frac{1}{1+\mathrm{ctg}^2 x}$.

4. $\sin(-t) = -\sin t = -\frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{ctg}^2 t}} = -\frac{24}{25}$.

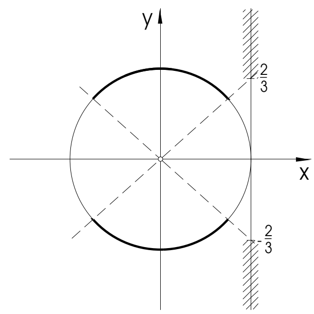
5. $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$.

6. Neka je P_1 temeljni period funkcije $\cos\frac{\pi x}{2}$, a P_2 temeljni period funkcije $\sin\frac{\pi x}{3}$. Tada je $P_1 = 4$, $P_2 = 6$, te je $\frac{P_1}{P_2} = \frac{2}{3}$. Konačno je period od f jednak $P = 3P_1 = 2P_2 = 12$.

I.19.

1. $\sin(-\frac{11\pi}{6}) = \frac{1}{2}$, $\mathrm{tg}\frac{5\pi}{3} = -\sqrt{3}$, $\cos\frac{40\pi}{3} = -\frac{1}{2}$, $\mathrm{ctg}(-\frac{7\pi}{6}) = -\sqrt{3}$. Konačni rezultat je $-\sqrt{3}$.

2. Iz $|\,\mathrm{tg}\, x| \geqslant \frac{2}{3}$ slijedi $\mathrm{tg}\, x \leqslant -\frac{2}{3}$ ili $\mathrm{tg}\, x \geqslant \frac{2}{3}$. Vidi sliku.



3. Lijeva je strana jednakosti jednaka:

$$\begin{aligned} &\frac{\sin x + \sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x(1+\sin x)} \cdot \frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x(1+\cos x)} \\ &= \frac{1+\sin x}{\cos x(1+\sin x)} \cdot \frac{1+\cos x}{\sin x(1+\cos x)} \\ &= \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}. \end{aligned}$$

4. $\mathrm{tg}\,\frac{19\pi}{12} = \mathrm{tg}\,\frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$.

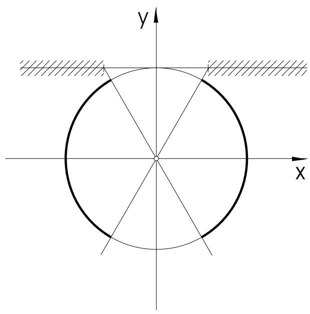
5. $$\sin x - \sqrt{\frac{\cos^4 x}{\sin^2 x}} = \sin x - \frac{\cos^2 x}{|\sin x|} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x} = \frac{1}{\sin x}.$$

6. Neka je P_1 temeljni period funkcije $\cos\frac{\pi x}{4}$, a P_2 temeljni period funkcije $\sin\frac{\pi x}{3}$. Tada je $P_1 = 8$, $P_2 = 6$, te je $\frac{P_1}{P_2} = \frac{4}{3}$. Konačno je period od f jednak $P = 3P_1 = 4P_2 = 24$.

I.20.

1. $\cos(-\frac{22\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$, $\operatorname{tg}\frac{11\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\sin(-\frac{23\pi}{6}) = \frac{1}{2}$, $\operatorname{ctg}\frac{17\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$. Konačni rezultat je $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

2. Iz $|\operatorname{ctg} x| \geqslant \frac{1}{2}$ slijedi $\operatorname{ctg} x \leqslant -\frac{1}{2}$ ili $\operatorname{ctg} x \geqslant \frac{1}{2}$. Vidi sliku.



3. Lijeva je strana jednakosti jednaka:

$$\frac{\sin^2 x}{\sin x - \cos x} + \frac{\cos^2 x}{\cos x - \sin x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin x - \cos x} = \sin x + \cos x.$$

4. $\operatorname{ctg}\frac{29\pi}{8} = \operatorname{ctg}(\frac{5\pi}{8} + 3\pi) = \operatorname{ctg}\frac{5\pi}{8} = \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}) = -\operatorname{tg}\frac{\pi}{8} = 1 - \sqrt{2}$.

5. $\sqrt{\dfrac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x} \cdot \cos^2 x} = |\sin x| = -\sin x$.

6. Neka je P_1 temeljni period funkcije $\operatorname{tg}\pi x$, a P_2 temeljni period funkcije $\operatorname{ctg}\frac{\pi x}{3}$. Tada je $P_1 = 1$, $P_2 = 3$, te je period od f jednak $P = 3$.

I.21.

1. Iz $\operatorname{ctg} x = 3\operatorname{tg} x$ slijedi $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$, te je $\sin(-x) = -\sin x = \frac{1}{2}$.

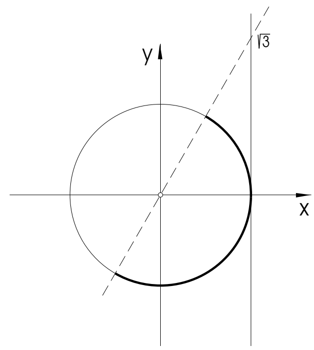
2. Nakon kvadriranja na lijevoj strani dobit ćemo $\sin^2 x + \cos^2 x + 4 + \dfrac{1}{\sin^2 x} + \dfrac{1}{\cos^2 x} = 5 + 1 + \operatorname{ctg}^2 x + 1 + \operatorname{tg}^2 x = 7 + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x$.

3. $\operatorname{tg}(-t) = -\operatorname{tg} t = -\frac{24}{7}$.

4. $-\sin t + \cos t$.

5. $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \dfrac{1}{\sin x \cdot \cos x} = -\frac{18}{5}$.

6. Iz $\sin x < \sqrt{3}\cos x$ imamo:
(1) za $\cos x > 0$, $\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$,
(2) za $\cos x < 0$, $\operatorname{tg} x > \sqrt{3}$.



I.22.

1. Iz $\operatorname{tg} x = 3\operatorname{ctg} x$ slijedi $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$, te je $\cos(-x) = \cos x = \frac{1}{2}$.

2. Na lijevoj strani imamo redom:

$$\frac{\operatorname{tg} x + \dfrac{1}{\operatorname{tg} x} - 2}{\operatorname{tg} x + \dfrac{1}{\operatorname{tg} x} + 2} = \frac{(\operatorname{tg} x - 1)^2}{(\operatorname{tg} x + 1)^2} = \left(\frac{\operatorname{tg} x - 1}{\operatorname{tg} x + 1}\right)^2.$$

3. $\sin(-t) = -\sin t = -\frac{24}{25}$.

4. $(\cos\alpha - \sin\alpha)^2 - (\cos\alpha + \sin\alpha)^2 = 2$.

5. $\sin x + \cos x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

6. Iz $\cos x > -\sqrt{3}\sin x$ imamo:
(1) za $\sin x > 0$, $\operatorname{ctg} x > -\sqrt{3}$,
(2) za $\sin x < 0$, $\operatorname{ctg} x < -\sqrt{3}$.