

1

Mehanika fluida

Što ću naučiti?

- opisati stanja tvari
- tumačiti pojам fluida
- opisati gustoću tvari
- objasniti podrijetlo hidrostatskog, atmosferskog i hidrauličkog tlaka
- objasniti Pascalov zakon
- tumačiti Torricellijev pokus
- objasniti ponašanje tijela u fluidu (plivanje, tonjenje, lebdenje)
- primijeniti koncept uzgona na različite slučajeve



1.1. Uvod

Većinu tvari u prirodi nalazimo u krutom, tekućem i plinovitom stanju. Kada vanjske sile djeluju na kruto tijelo, ono uglavnom zadržava svoj obujam i svoj oblik, dok tekućine zadržavaju obujam, ali ne i oblik. Plinovi pri djelovanju vanjskih sila ne održavaju ni obujam niti oblik. Međutim, katkad nije sasvim lako odrediti kojoj od gornjih kategorija pripadaju poneki materijali. Staklo pri snižavanju temperature postupno prelazi iz tekućeg agregacijskog stanja u kruto. Tjesto za kruh je u nekom neobičnom međustanju. Pri visokom tlaku ili temperaturi poneki materijali prelaze iz jednog stanja u drugo ili iz jednog krutog oblika u drugi. Kada se uzme u obzir i električni naboј, tada se nabijeni plinovi u određenim uvjetima tlaka i temperature ponašaju na način koji katkad fizičare prisiljava da uvedu i četvrto agregacijsko stanje – plazmu. Ipak, kristal soli ili dijamant sigurno su čvrste tvari, voda je sigurno tekućina, a zrak koji udišemo tipični je plin.

U ovom ćemo poglavlju znanje mehanike koje smo stekli ranije, primijeniti na tekućine i plinove. Zbog niza zajedničkih svojstava oni su dobili zajednički naziv fluidi. Mehanika fluida bavi se statikom i dinamikom fluida. Danas znamo da su fluidi nakupine tvari koje se sastoje od mikroskopskih građevnih elemenata – atoma ili molekula, a oni se mogu gibati jedni u odnosu na druge. Zbog toga oni poprimaju oblik posude u kojoj se nalaze, a plinovi čak potpuno ispunjavaju posudu koja ih sadrži. Uz niz sličnosti koje su nas navele da tekućine i plinove razmatramo zajedno, postoji jedna bitna razlika među njima, a to je stlačivost: dok pri primjeni vanjske sile na površinu tekućine (što ćemo nazvati tlakom) tekućina skoro uopće ne mijenja svoj volumen, plinovi ga jako mijenjaju pa kažemo da su plinovi stlačivi. Za izučavanje mirnih fluida (statika fluida) ili za izučavanje njihovog gibanja (dinamika fluida) primijenit ćemo Newtonove zakone gibanja i zakone očuvanja energije.

Područje izučavanja i primjene fluida je golemo: od gibanja brodova i zrakoplova, naftovoda, vodovoda, brana, vjetrova, prognoze vremena, sve do disanja, toka krvi i plivanja, točenja tekućine u čašu, izljevanja meda iz žlice, kovitlanja olujnih oblaka, jedrenja, širenja cigaretnog dima itd. Mehanika fluida oduvijek je zanimala ljude. Valja se sjetiti rimske vodovoda, grčkih imena poput Arhimeda i Herona te kasnije Leonarda da Vincija, Fausta Vrančića, Isaaca Newtona, Evangelista Torricellija, Daniela Bernoullija, Gabriela Stokesa, Lorda Rayleigha i Ludwiga Prandtla. Problematika fluida vezana je uz svakodnevni život, modernu tehniku i tehnologiju, ali i uz fundamentalne probleme, od mikrofizike do astrofizike i kozmologije.

Primjenjena dinamika fluida dobila je golem zamah primjenom brzih računala kojima se može simulirati i računati ponašanje fluida u različitim situacijama, što se posebno vidi na primjeni mehanike fluida pri dizajniranju automobila, brodova, zrakoplova, ali i stvaranju modela prvobitne "juhe" od koje je stvoren svemir te modela zvijezda i međuzvjezdane tvari.

1.2. Fluidi i tlak

Ključni pojmovi



- tlak
- hidrostatski tlak
- Pascalov princip
- atmosferski tlak
- uzgon
- Arhimedov zakon
- jednadžba kontinuiteta
- Bernoullijeva jednadžba

U uvodu smo kazali da se fluidi sastoje od atoma ili molekula koje se gibaju jedni u odnosu na druge. Ubrzo ćemo naučiti izračunati da se, primjerice, u časi vode nalazi oko $7 \cdot 10^{24}$ molekula vode. S obzirom na tako golem broj čestica fluida, nemoguće je opisati njegovo gibanje s pomoću drugog Newtonova zakona za svaku pojedinu česticu te riješiti takav sustav međudjelujućih čestica uz neke zadane početne uvjete. Zato umjesto sile ovdje uvodimo silu na jediničnu površinu S , odnosno uvodimo fizikalnu veličinu **tlak**, p :

$$p = \frac{F_{\perp}}{S},$$

gdje je F_{\perp} iznos okomite komponente sile na površinu S . Tlak, čija je jedinica paskal, skalarna je veličina, $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N m}^{-2}$.

Tlak je omjer okomite komponente sile na površinu i iznosa površine.

mjesto	tlak / Pa
neutronska zvijezda (u središtu)	$1 \cdot 10^{38}$
Sunce (u središtu)	$2 \cdot 10^{16}$
Zemlja (u središtu)	$4 \cdot 10^{11}$
ocean (na dnu)	$1,1 \cdot 10^8$
vrh šiljaste pete ženske cipele	$\approx 10^7$
atmosfera	
– Venera (na površini)	$90 \cdot 10^5$
– Zemlja (na površini)	$1 \cdot 10^5$
– Mars (na površini)	≈ 700
atmosfera – Zemlja	
– (na visini 1 km)	$90 \cdot 10^3$
– (na visini 10 km)	$26 \cdot 10^3$
– (na visini 100 km)	0,1

Tablica 1. Vrijednosti tlaka za različita mesta

Konceptualni zadatak 1.

Tlak se opisuje (definira) kao sila na površinu. Jedinica za tlak je paskal, a ona zamjenjuje sljedeću kombinaciju osnovnih jedinica:

- a) kg m^{-2} b) $\text{kg m}^2 \text{s}^{-2}$ c) $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$ d) $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-2}$.

Konceptualni zadatak 2.

Oštrica rezača kamena ima površinu od $0,50 \text{ cm}^2$. Ako se na rezač dje luje silom od 450 N , koliki je tlak na kamen koji se želi odrezati?

- a) 9000 Pa b) 90000 Pa c) 450000 Pa
 d) 9000000 Pa e) 4500000 Pa .

Konceptualni zadatak 3.

Unutar zrakoplova održava se vrijednost tlaka od $1,00 \cdot 10^5$ Pa. Kolika sila djeluje na vrata zrakoplova visine 2,00 m i širine 1,00 m ako je tlak izvan zrakoplova jednak $0,30 \cdot 10^5$ Pa?

- a) 140 N b) 7 000 N c) 14 000 N
 d) 140 000 N e) 70 000 N.

Primjer 1.

Kolika je ukupna masa Zemljine atmosfere ako pretpostavimo da je svuda na površini Zemlje tlak jednak $1,00 \cdot 10^5$ Pa? Polumjer Zemlje je 6400 km.

► Tlak je jednak omjeru okomite komponente sile i površine na koju djeluje ta sila. Površina je u ovom primjeru površina Zemlje koju tlači težina atmosfere. Dakle, iz definicije tlaka dobit ćemo silu $F = Sp$ ili $mg = Sp$, gdje je S oplošje kugle $S = 4\pi R_Z^2$ pa je masa jednaka:

$$m = \frac{4\pi R_Z^2 \cdot p}{g} = \frac{4\pi \cdot (6,4 \cdot 10^6 \text{ m})^2 \cdot 10^5}{9,81 \text{ m s}^{-2}} = 5,25 \cdot 10^{18} \text{ kg.}$$

tvar	stanje	gustoća / kg m ⁻³
zrak	plinovito	1,3
helij	plinovito	0,17
amonijak	plinovito	0,75
butan	plinovito	2,6
klor	plinovito	3,2
kisik	plinovito	1,4
CO	plinovito	1,2
CO ₂	plinovito	2,0
živa	tekuće	$13,6 \cdot 10^3$
voda	tekuće	$1,0 \cdot 10^3$
aceton	tekuće	$0,8 \cdot 10^3$
glicerin	tekuće	$1,3 \cdot 10^3$
morska voda	tekuće	$1,03 \cdot 10^3$
krv	tekuće	$1,06 \cdot 10^3$
led	kruto	$0,92 \cdot 10^3$
aluminij	kruto	$2,7 \cdot 10^3$
željezo	kruto	$7,8 \cdot 10^3$
bakar	kruto	$8,9 \cdot 10^3$
ollovo	kruto	$11,3 \cdot 10^3$
zlato	kruto	$19,3 \cdot 10^3$
osmij	kruto	$22,6 \cdot 10^3$

Tablica 2. Agregacijska stanja i gustoće nekih tvari (pri 0°C i tlaku od 10^5 Pa)

Važan podatak o fluidu njegova je gustoća. Ulogu sile na određen će način preuzeti tlak (kao sila na površinu), a gustoća će preuzeti ulogu

mase. Primjerice, ako uzmemo različite komade željeza, oni će imati različite mase. Međutim, ako uočimo da veći komadi imaju veću masu od manjih, onda činjenicu da su svi ti komadi od istog materijala možemo iskoristiti tako da uvedemo omjer mase i obujma pojedinog komada. Ustanovit ćemo da je taj omjer uvijek stalan. Time je definirana **gustoća**

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Jedinica za gustoću je kg m^{-3} .

Gustoća je omjer mase i obujma.

Ako materijal nije homogen, odnosno ako nije jednolike gustoće, onda je gustoća funkcija položaja i ovisi o mjestu s kojeg uzimamo uzorak materijala kojem određujemo gustoću, a gustoću možemo definirati s pomoću djelića mase Δm i malog obujma ΔV :

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}.$$

Prethodni izraz za gustoću vodi na srednju gustoću materijala mase m i obujma V . Tako, primjerice, Zemlja nije homogena jer njezina kora ima različitu gustoću od duboke unutrašnjosti.

Konceptualni zadatak 4.

Predmet je načinjen od dvaju metala. Jedan ima gustoću $2,000 \text{ kg m}^{-3}$, a drugi $6,000 \text{ kg m}^{-3}$. Ako predmet sadrži jednakе mase metala, kolika je (prosječna) gustoća predmeta?

- a) $3\,000 \text{ kg m}^{-3}$
- b) $4\,000 \text{ kg m}^{-3}$
- c) $5\,000 \text{ kg m}^{-3}$
- d) $4\,400 \text{ kg m}^{-3}$
- e) $2\,800 \text{ kg m}^{-3}$.

Konceptualni zadatak 5.

Ako komad plastelina razrežemo na dva jednakaka dijela, tada vrijedi (dva su točna odgovora)

- a) volumeni su jednakci, mase su jednakice.
- b) mase su jednakice, gustoće su se smanjile na polovinu.
- c) volumeni su jednakci, gustoće su se smanjile na polovinu.
- d) gustoće su jednakice, mase su se smanjile na polovinu.

Konceptualni zadatak 6.

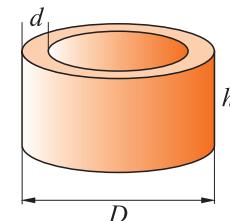
U uporabi za gustoću je i jedinica g cm^{-3} . Ako je gustoća žive $13\,600 \text{ kg m}^{-3}$, njena gustoća u jedinicama g cm^{-3} iznosi

- a) 1,360
- b) 0,0735
- c) 13,60
- d) 136,0.

Konceptualni zadatak 7.

Komadić metala ima oblik šupljeg valjka promjera $D = 5,60 \text{ cm}$ i visine $h = 4,80 \text{ cm}$, prema slici. Debljina stijenke valjka je $d = 1,20 \text{ cm}$, a njegova je masa $m = 640,0 \text{ g}$. Kolika je gustoća materijala od kojeg je izliven taj šuplji valjak? (jedan točan odgovor)

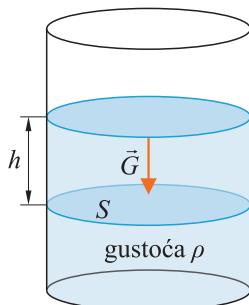
- a) $\rho = 6,40 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
- b) $\rho = 7,92 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
- c) $\rho = 5,41 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
- d) $\rho = 8,04 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.



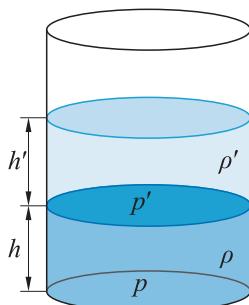
Zadatci 1.2.

1. Efektivna je površina čovjeka koji stoji $4,0 \text{ dm}^2$, gledano odozgo. Kolikom silom čovjeka pritišće stupac atmosfere koji je iznad njega?
2. Ulaz glavne vodovodne cijevi u kuću nalazi se u prizemlju. Tlak u cijevi iznosi $1,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.
 - a) Koliki je tlak u cijevi na drugom katu, $8,0 \text{ m}$ iznad prizemlja?
 - b) Na kojoj visini voda prestaje istjecati iz slavina, čak i kad su otvorene?
3. Tijelo leži na dnu posude s vodom i pritišće dno posude silom F_p . Ako na tijelo stavimo drugo tijelo, koje ima dvostruko manji obujam, ali dvostruko veću gustoću, sila na dno naraste tri puta, odnosno naraste na $3F_p$. Kolika je gustoća prvog tijela?
4. Marijanska brazda nalazi se na dnu Tihog oceana, na dubini od otprilike $11\,000 \text{ m}$. Gustoća morske vode je 1025 kg m^{-3} .
 - a) Kad bi podvodno vozilo istraživalo toliku dubinu, kojom bi silom voda djelovala na kružni prozor polumjera $0,100 \text{ m}$?
 - b) Usporedite silu vode iz zadatka a) s težinom putničkog zrakoplova mase 100 tona.

1.3. Hidrostatski tlak



Sl. 1.1. Hidrostatski tlak u tekućini na dubini h



Sl. 1.2. Hidrostatski tlak na granici dviju tekućina

Zbog težine fluida javlja se sila na određenom mjestu, odnosno na određenu površinu. Prema slici 1.1 tlak fluida na površini S koja se nalazi na dubini h jednak je sili koju proizvodi težina fluida G iznad te površine podijeljenoj s površinom S . Sila koja pritiše površinu je težina fluida gustoće ρ i obujma V , što je jednak obujmu valjka površine baze S i visine h

$$V = hS.$$

Iz definicije gustoće dobiva se masa: $m = \rho V = \rho hS$ pa je težina fluida:

$$G = \rho ghS.$$

Prema tome je tlak u fluidu na dubini h :

$$p = \frac{G}{S} = \frac{\rho ghS}{S}$$

$$p = \rho gh.$$

Dobili smo izraz za **hidrostatski tlak** homogenog fluida gustoće ρ na dubini h koji dolazi od težine tekućine, gdje h predstavlja visinu stupca fluida iznad točke u kojoj mjerimo tlak $p(h)$ i odgovara težini stupca tog fluida obujma $V = Sh$.

Ako se, kao na slici 1.2, na površini razmatranog fluida nalazi još jedan fluid gustoće ρ' i visine stupca h' (a fluidi se ne miješaju), onda će na granici dvaju fluida vladati tlak p' jednak $p' = \rho'gh'$, a tlak na dubini h u donjem fluidu jednak je

$$p = \rho'gh' + \rho gh.$$

Hidrostatski tlak nastaje zbog težine fluida.

Konceptualni zadatak 8.

Voda se u bazenu nalazi do razine od 6,00 m. Neka se točka A nalazi na 1,00 m od dna, a točka B na 2,00 m od dna. Tada za tlak p_A u točki A i za tlak p_B u točki B vrijedi (jedan točan odgovor).

- a) $p_A = 2p_B$ b) $5p_A = 4p_B$ c) $4p_A = 5p_B$ d) $2p_A = 3p_B$.

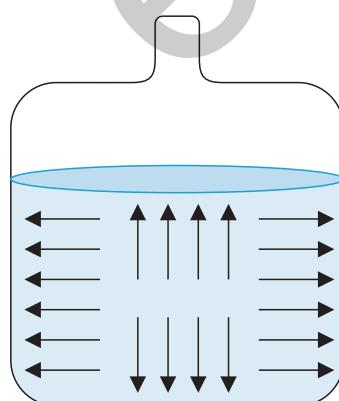
Pascalov princip

Pascalov princip (katkad zvan i Pascalovim zakonom) kaže da ako se u nekoj točki nestlačivog, mirnog fluida tlak promjeni za neki iznos, onda se tlak promjeni svuda u fluidu za taj isti iznos. Prema Pascalovu smo principu zato mogli napisati da je zbog dodatnog sloja fluida (vidi sliku 1.2), tlak na dubini h jednak:

$$p(h) = \rho gh + p',$$

što je dalje jednak $p(h) = \rho gh + \rho'gh'$.

Dručija formulacija Pascalova principa kaže da je tlak u istom fluidu na istoj razine svuda jednak (slika 1.3).

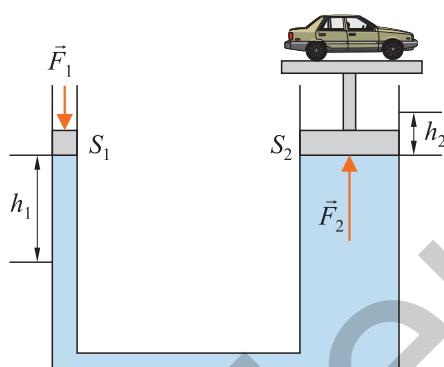


Sl. 1.3. Tlok vanjske sile širi se jednako na sve strane.

Fizičari



Blaise Pascal (1623. – 1663.) francuski je matematičar, fizičar i filozof. Istraživao je plinove i tekućine te objasnio pojam tlaka. Jedinica SI za tlak njemu je u čast nazvana paskal. Zalagao se za primjenu znanstvene metode u istraživanju.



Sl. 1.4. Primjena Pascalova principa na hidrauličku dizalicu

Pascalov princip: ako se tlak promjeni u nekoj točki nestlačivog fluida, tada se on promjeni u cijelom fluidu.

Hidraulička preša (tjesak)

Iz definicije tlaka, a na temelju Pascalova principa i zakona očuvanja energije, možemo razumjeti kako radi *hidraulička preša*, odnosno uređaji koji rade na njezinom principu.

Uredaj na slici 1.4 prikazuje posudu s fluidom (tekućinom) s dva dijela različitih presjeka u kojima se nalaze klipovi – pomični čepovi površina presjeka S_1 i S_2 . Kada na lijevi klip djeluje sila F_1 , u fluidu se javi tlak p_1 jednak $p_1 = \frac{F_1}{S_1}$.

Po Pascalovu principu, taj se tlak prenosi u svaku točku fluida pa tako tlak djeluje na stijenke posude, ali i na površinu S_2 drugog klipa. Ondje se javlja sila F_2 , čiji je iznos jednak $F_2 = p_2 S_2$, a $p_1 = p_2$ pa se dobiva:

$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1},$$

iz čega je očito $F_2 > F_1$ jer je omjer površina veći od jedan. Sila F_2 je statička sila, no ako se klip S_1 pomakne za Δx_1 , onda sila F_1 izvrši rad jednak $W_1 = F_1 \Delta x_1$, a taj rad, po zakonu očuvanja energije, mora biti jednak radu W_2 koji će izvršiti sila F_2 na putu Δx_2 :

$$W_1 = F_1 \Delta x_1 = W_2 = F_2 \Delta x_2$$

jer je fluid nestlačiv pa se cijeli rad W_1 pretvori u W_2 .

Iz zakona očuvanja energije i Pascalovog principa može se povezati odnos pomaka klipova i odnos površina klipova:

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 \frac{F_1}{F_2} = \Delta x_1 \frac{S_1}{S_2}.$$

Uređaji su napravljeni tako da je, primjerice, kod kočnica Δx_1 reda veličine centimetra, a mala sila F_1 odgovara sili vozačeve noge. Pomak Δx_2 je reda veličine milimetra, a velika sila F_2 djeluje na kočne diskove i lako zaustavlja automobil.

Pogled u biologiju



Tlok očnog fluida, koji se sastoji od želatinozne mase i očne vodice, može se mjeriti uređajem koji se zove tonometar. Očni tlak je važno kontrolirati jer se može dogoditi da zbog povećanog tlaka u dubini oka, kod mrežnice i očnog živca dođe do trajnog oštećenja (glaukom) koje rezultira gubljenjem vida. Tonometar mjeri tlak u prednjem dijelu oka, jer mjerjenje tlaka u pozadini nije izvedivo, no po Pascalovom principu taj se tlak širi po cijelom fluidu te se tim mjerjenjem određuje i tlak na pozadinu oka.

Pogled u matematiku



Površina presjeka cijevi polumjera r je: $S = r^2\pi$.

Površinu možemo izraziti i preko promjera cijevi $d = 2r$: $S = \frac{d^2}{4}\pi$.

Konceptualni zadatak 9.

Automobil težine 15 000 N nalazi se na hidrauličkoj dizalici. Pomični cilindar (klip) ima polumjer od 20,0 cm. Drugi cilindar (klip) na koji mora djelovati mehaničar što podiže automobil ima polumjer od 4,00 cm. Kolikom se silom mora djelovati na klip (manjeg polumjera) da bi se podigao automobil?

- a) 15 000 N b) 7 500 N c) 3 750 N d) 600 N
e) 1 500 N.

Primjer 2.

Hidraulička dizalica koja radi na Pascalovu principu ima promjer malog klipa jednak 14,0 mm. Silu na njega proizvede čovjek mase 80,0 kg koji stane na vanjsku stranu klipa. Koliki mora biti promjer velikog klipa ako želimo podići automobil mase 1500 kg? Koliki će rad izvršiti čovjek ako želi podići automobil za 60,0 cm? Duž kolikog puta mora djelovati sila F_1 da bi se obavio taj rad?

► Pritiskom na manji klip površine $S = r_1^2\pi = (7 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 \cdot 3,14 = 1,54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ u fluidu će nastati tlak:

$$p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{80 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m s}^{-2}}{1,54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 5,096 \cdot 10^6 \text{ Pa.}$$

Taj se tlak kroz tekućinu prenosi na klip površine S_2 , a $S_2 = r_2^2\pi$. Ondje želimo proizvesti silu

$$F_2 = m_2 g = 1500 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m s}^{-2} = 1,47 \cdot 10^4 \text{ N.}$$

Površina potrebna za takvu силу je: $S_2 = \frac{F_2}{p} = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$.

Traženi promjer je: $d_2 = 2r_2 = 6,1 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 6,1 \text{ cm}$.

Dakle, promjer d_2 je oko 4,4 puta veći od promjera d_1 .

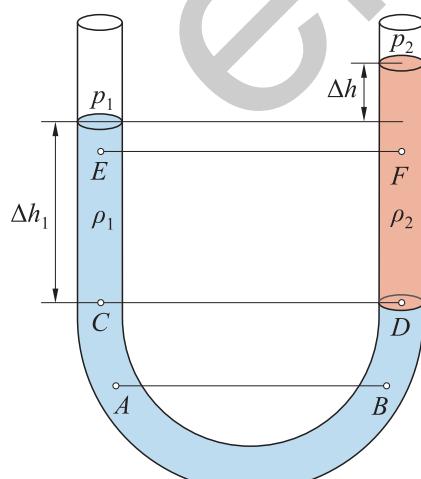
Podizanjem automobila na visinu od 60 cm mora se izvršiti rad jednak:

$$W = mgh_2 = 1500 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m s}^{-2} \cdot 0,6 \text{ m} = 8,83 \cdot 10^3 \text{ J.}$$

Sila F_1 izvršit će rad duž puta h_1 : $W = F_1 \cdot h_1$ pa znajući rad, možemo izračunati put

$$h_1 = \frac{W}{F_1} = \frac{8,83 \cdot 10^3 \text{ J}}{784,8 \text{ N}} = 11,3 \text{ m.}$$

Takov se put postigne uzastopnim potiskivanjem (pumpanjem) malog klipa reda veličine desetak centimetara čime dobijemo pomak od 11,3 m. To znači da mali klip moramo pritisnuti oko 110 puta.

**U-cijev**

Svojevrsno poopćenje Pascalova principa daje nam zakonitost po kojoj je tlak u istom fluidu na istoj razini svuda jednak. Možemo razmotriti položaj fluida u tzv. U-cijevi, kao što je prikazano na slici 1.5.

Imamo različite fluide gustoće ρ_1 i ρ_2 koji se ne mijesaju, kao što su, primjerice, ulje i voda. Onda je

$$p_A = p_B$$

$$p_C = p_D$$

$$p_E \neq p_F.$$

Za tlakove u točki C , odnosno D vrijedi:

$$p_C = \Delta h_1 \rho_1 g + p_1 \quad i \quad p_D = (\Delta h_1 + \Delta h) \rho_2 g + p_2,$$

Sl. 1.5. Tlakovi u U-cijevi u tekućinama koje se međusobno ne mijesaju

gdje su p_1 i p_2 tlakovi na površinama lijevog, odnosno desnog kraka "U" cijevi i oni su jednaki. Zatim iz druge jednadžbe možemo napisati da je $\Delta h_1 \rho_1 = (\Delta h_1 + \Delta h) \rho_2$. Poznavajući gustoću ρ_1 , lako je neposrednim mjerjenjem visina i razlika razina odrediti gustoću ρ_2

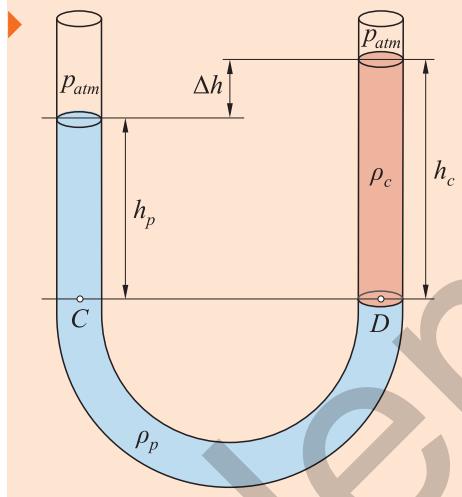
$$\rho_2 = \rho_1 \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 + \Delta h}.$$

Tu je Δh_1 visina stupca poznate tekućine ρ_1 iznad granice (točke D), a Δh je visina stupca tekućine 2 iznad razine tekućine 1.

Za točku D možemo kazati da je istodobno u obje tekućine pa na nju djeluje jedna sila odozgo zbog druge tekućine, odnosno druga sila odozdo zbog prve tekućine. Točka D je na miru, što znači da su sile jednake pa su i tlakovi jednaki.

Primjer 3.

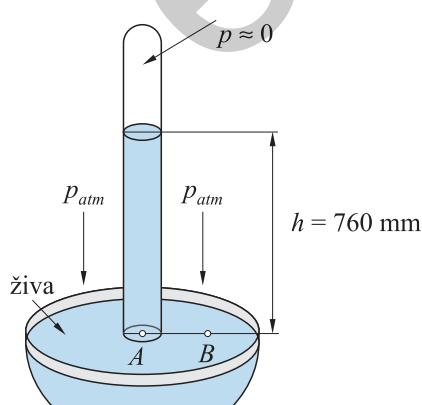
U U-cijevi nalazi se plava tekućina gustoće $1,02 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$. U cijev se pažljivo ulije crvena tekućina nepoznate gustoće. Mjerjenjem razina tekućina dobiveni su sljedeći rezultati: $h_c = 7,9 \text{ cm}$ i $h_p = 7,0 \text{ cm}$. Kolika je gustoća crvene tekućine?



Prema opisu pokusa razine su tekućina takve da drže u ravnoteži stupce crvene i plave tekućine. Iz jednakosti tlakova na istoj razine u plavoj tekućini dobijemo da je $\rho_c g h_c = \rho_p g h_p$ pa je:

$$\rho_c = \rho_p \frac{h_p}{h_c} = 1,02 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3} \cdot \frac{7,0 \text{ cm}}{7,9 \text{ cm}} = 0,90 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}.$$

Gustoća nepoznate tekućine odgovara gustoći strojnog ulja.



Sl. 1.6. Manometar

Atmosferski tlak

Zrak je fluid određene gustoće, stoga, naravno, ima težinu. Uzmemo li to u obzir, možemo zaključiti da se u "posudi" koju zovemo Zemlja, odnosno Zemljina atmosfera, također javlja hidrostatski tlak i da se on ponaša po istim zakonitostima koje smo pronašli za fluide u posudi.

Torricelli je prvi došao na ideju mjerjenja **atmosferskog tlaka**. On je uzeo (neobično dugu) epruvetu od 1 m, napunio je živom, zatvorio, uronio u posudu sa živom otvorom prema dolje i odčepio. Živa se spustila za dvadesetak centimetara. Točnije, zaustavila se na visini od oko 760 mm. Na temelju tog je podatka Torricelli izračunao atmosferski tlak.

Atmosferski tlak približno odgovara hidrostatskom tlaku zbog težine zraka.

Napomena

Jedinica SI za mjerjenje tlaka je paskal, Pa, no u medicini se krvni tlak ponekad izražava u milimetrima žive, mmHg. Tako je atmosferski tlak jednak 760 mmHg, a tlak 120 mmHg jednak 16009,9 Pa.

Objašnjenje rezultata Torricellijeva pokusa nalazi se u Pascalovu principu: tlak je u točkama A i B jednak (slika 1.6). No, dok točku B tlači čitava atmosfera, odnosno $p_B = p_{atm}$, iznad točke A je samo stupac žive. S obzirom na to da su tlakovi u točkama A i B jednaki, odnosno $p_A = p_B$ i kako je $p_A = \rho_{Hg}gh = \rho_{Hg}g \cdot 760 \text{ mm}$, dobiva se vrijednost atmosferskog tlaka (kada je stupac visok 760 mm), odnosno:

$$p_{atm} = \rho_{Hg}gh = 13,5955 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3} \cdot 9,80636 \text{ m s}^{-2} \cdot 0,7600 \text{ m},$$

što za tu "standardnu" visinu stupca žive daje vrijednost atmosferskog tlaka:

$$p_{atm} = 101\,325 \text{ Pa.}$$

Koliku bi duljinu morala imati epruveta kada bi se umjesto sa živom Torricellijev pokus napravio s vodom? Ako umjesto gustoće žive uvrstimo podatak za gustoću vode ($\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg m}^{-3}$), za istu ćemo vrijednost atmosferskog tlaka dobiti visinu stupca vode oko 10,13 m.

Zanimljivost

Postojanje vakuuma pokazao je njemački znanstvenik Otto von Guericke u pokusu u kojem je između dvije tjesno priljubljene polukugle od bakra veličine oko 50 cm isisao zrak. Te su kugle poznate pod imenom magdeburške kugle, po gradu Magdeburgu gdje je von Guericke bio gradonačelnik, a pokus je prvi put izveden u Regensburgu 1654. godine. Tako je stvorio vrlo dobar vakuum i u javnom je pokusu pokazao da je polukugle teško rastaviti. To je uspio postići tek s više konjskih zaprega. Pokazao je da vakuum postoji i da on sam po sebi ne uvlači tvar, nego se javlja sila zbog postojanja tlaka u okolnom zraku te nije točno da priroda ne podnosi vakuum, kao što govori latinska izreka *horror vacui* iz srednjeg vijeka. Čak je i Galilei bio pristalica nepostojanja vakuma. Danas se mogu kupiti mali modeli magdeburških kugli (internetska prodaja).