



# 1

## Realni brojevi

### Nakon ovog poglavlja moći ćeš:

- ✓ primijeniti računanje pri rješavanju matematičkih problema i problema iz svakodnevnog života
- ✓ uspoređivati realne brojeve rabeći različite strategije
- ✓ procjenjivati i zaokruživati
- ✓ računati vrijednost brojevnih izraza poštujući redoslijed računskih operacija
- ✓ računati aritmetičku sredinu podataka prikazanih na različite načine
- ✓ procijeniti i računati približnu vrijednost drugog korijena
- ✓ istražiti različite strategije i pristupe u novim situacijama te između više rješenja izabrati najbolje
- ✓ procijeniti što znaš, a što još trebaš naučiti
- ✓ povezati pojedine sadržaje učenja sa svakodnevnim životom

## 1.1. Skup prirodnih brojeva

Povijesna je ljudska potreba za prebrojavanjem. Različiti narodi imali su različite oznake i različite riječi koje prate te oznake. Indijci su upotrebljavali oznake slične današnjima, a te su oznake Arapi u 10. stoljeću prenijeli u Europu.

Danas se služimo arapskim brojevima i dekadskim brojevnim sustavom, tj. s pomoću deset znamenaka zapisujemo sve brojeve.



Čovjek je prebrojenim članovima nekog skupa pridružio broj koji je nazvao **prirodnim brojem**. **Skup prirodnih brojeva** (lat. *naturalis* – priroda) označavamo slovom  $\mathbb{N}$  i prikazujemo ovako:

Skup prirodnih brojeva

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$$

U skupu prirodnih brojeva upotrebljavaju se četiri osnovne računске operacije: zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje. Operacije zbrajanja i množenja uvijek su izvedive, ali oduzimanje i dijeljenje zahtijevaju određene uvjete.

### Zbrajanje u skupu $\mathbb{N}$

$$\begin{array}{c} \textcircled{7} + \textcircled{2} = \textcircled{9} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \downarrow \\ \text{pribrojnici} \quad \quad \text{zbroj} \end{array}$$

Brojevi koje zbrajamo zovu se **pribrojnici**, a rezultat zbrajanja zovemo **zbroj** ili **suma**.

Pri zbrajanju prirodnih brojeva nije bitan redoslijed, tj. pribrojnici smiju zamijeniti svoja mjesta, pri čemu rezultat ostaje isti. Primjerice:

$$7 + 2 = 2 + 7 = 9.$$

Općenito, za svaka dva prirodna broja  $a$  i  $b$  vrijedi:

$$a + b = b + a.$$

Ovo svojstvo zbrajanja zovemo **svojstvo komutativnosti**.

Ako u brojevnom izrazu dolaze zagrade, općenito se prvo računaju operacije u zagradama. Međutim, ako za operaciju vrijedi **svojstvo asocijativnosti**, zagradi u zadatku smijemo promijeniti mjesto. I ovo svojstvo vrijedi za zbrajanje prirodnih brojeva, tj. za svaka tri prirodna broja  $a$ ,  $b$  i  $c$  vrijedi:

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Zato često u izrazu koji sadrži samo pribrojnike izostavljamo zagrade i pišemo  $a + b + c$ .



**PRIMJER 1.**

Primjenjujući svojstva zbrajanja, izračunajmo:

a)  $27 + 45 + 13 + 55$

b)  $356 + 237 + 344 + 263$ .

▶ a)  $27 + 45 + 13 + 55 = (27 + 13) + (45 + 55) = 40 + 100 = 140$

b)  $356 + 237 + 344 + 263 = (356 + 344) + (237 + 263) = 700 + 500 = 1200$ .

**▶ Oduzimanje u skupu  $\mathbb{N}$** 

$$\begin{array}{c} \textcircled{25} - \textcircled{10} = \textcircled{15} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \text{umanjenik} \quad \text{umanjitelj} \quad \text{razlika} \end{array}$$

U skupu prirodnih brojeva oduzimanje je izvedivo samo ako od većeg broja oduzimamo manji. Broj od kojeg oduzimamo zovemo **umanjenik**, a broj koji oduzimamo zovemo **umanjitelj**. Rezultat oduzimanja zovemo **razlika** ili **diferencija**.

Rezultat dobiven oduzimanjem možemo provjeriti tako da zbrojimo razliku i umanjitelja. Račun je točan ako je zbroj razlike i umanjitelja jednak umanjeniku. U ovom primjeru je  $10 + 15 = 25$ .

**PRIMJER 2.**

Izračunajmo  $465 - 231 - 47$ .

▶  $465 - 231 - 47 = 234 - 47 = 187$ .

**▶ Množenje u skupu  $\mathbb{N}$** 

$$\begin{array}{c} \textcircled{2} \cdot \textcircled{7} = \textcircled{14} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \downarrow \\ \text{faktori} \quad \quad \text{umnožak} \end{array}$$

Brojevi koji se množe zovu se **faktori**, a rezultat množenja zovemo **umnožak** ili **produkt**.

Ako faktori pri množenju zamijene svoja mjesta, umnožak se neće promijeniti. Primjerice:

$$2 \cdot 7 = 7 \cdot 2 = 14.$$

Dakle, za množenje prirodnih brojeva vrijedi **svojstvo komutativnosti**, tj. za svaka dva prirodna broja  $a$  i  $b$  vrijedi:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

Kao i kod zbrajanja i za množenje vrijedi **svojstvo asocijativnosti**, tj. za svaka tri prirodna broja  $a$ ,  $b$  i  $c$  vrijedi:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Umnožak prirodnog broja  $a$  i broja 1 je broj  $a$ . To znači da je broj 1 **neutralan element** za množenje.

Sljedeće svojstvo povezuje operacije zbrajanja i množenja, a zove se **svojstvo distributivnosti** množenja prema zbrajanju:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c,$$

gdje su  $a$ ,  $b$  i  $c$  bilo koja tri prirodna broja. Isto svojstvo vrijedi i za oduzimanje:

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c.$$

### PRIMJER 3.

Primjenjujući svojstva množenja, izračunajmo:

a)  $2 \cdot 25 \cdot 5 \cdot 4$                       b)  $4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 25 \cdot 125$ .

a) Jedan od načina primjene svojstava množenja je ovaj:

$$2 \cdot 25 \cdot 5 \cdot 4 = (2 \cdot 5) \cdot (25 \cdot 4) = 10 \cdot 100 = 1000$$

$$\text{b) } 4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 25 \cdot 125 = (4 \cdot 25) \cdot (4 \cdot 50) \cdot (8 \cdot 125) = 100 \cdot 200 \cdot 1000 = (100 \cdot 1000) \cdot 200 = 100\,000 \cdot 200 = 20\,000\,000.$$

### PRIMJER 4.

Marija je kupila 3 kg slatkih i 4 kg reskih jabuka. Cijena kilograma objiju vrsta jabuka bila je 5 kn. Koliko je Marija platila te jabuke?

Možemo računati na dva načina. U prvom načinu prvo ćemo izračunati koliko je platila za slatke jabuke ( $3 \cdot 5$ ), zatim koliko je platila za reske ( $4 \cdot 5$ ), pa ćemo zbrojiti:

$$3 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 15 + 20 = 35 \text{ kn.}$$

U drugom načinu iskoristit ćemo činjenicu da obje vrste jabuka imaju istu cijenu, pa je ukupno bilo  $3 + 4 = 7$  kg jabuka i Marija je platila  $7 \cdot 5 = 35$  kn.



### Dijeljenje u skupu $\mathbb{N}$

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{18} & : & \textcircled{2} = \textcircled{9} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{djeljenik} & & \text{djelitelj} \end{array} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{količnik} \\ \text{ili kvocijent} \end{array}$$

Broj koji dijelimo zove se **djeljenik** ili **dividend**. Broj kojim dijelimo zove se **djelitelj** ili **divizor**. Rezultat dijeljenja zove se **količnik**, **omjer** ili **kvocijent**.

Rezultat dijeljenja možemo provjeriti tako da pomnožimo količnik i djelitelj. Rezultat mora biti jednak djeljeniku.

Očito je da dijeljenje nije uvijek izvedivo u skupu  $\mathbb{N}$ . Ne vrijede ni svojstva komutativnosti ni asocijativnosti.

## ▶ Redosljed računskih operacija

Pri izvođenju više različitih računskih operacija vrijede sljedeća pravila:

1. Ako su u brojevnom izrazu zadane zagrade, prvo se izračunava unutarnja (“najdublja”) zagrada, a zatim iznutra prema van ostale.
2. Ako u brojevnom izrazu nema zagrada, prvo se računaju operacije višeg prioriteta: množenje i dijeljenje, tek onda zbrajanje i oduzimanje.
3. Ako nema zagrada, a operacije su istog prioriteta, izvode se slijeva nadesno, osim kad primjena svojstava komutativnosti i asocijativnosti olakšava računanje.

### PRIMJER 5.

Izračunajmo:  $90 : 6 : 3$ .

$$90 : 6 : 3 = 15 : 3 = 5$$

**ispravno**

$$90 : 6 : 3 = 90 : 2 = 45$$

**neispravno**

### ZADATCI 1.1.

1. Izračunaj:
 

<b>a</b> $756 + 244$	<b>b</b> $356 + 644$	<b>c</b> $837 + 163$
<b>d</b> $945 + 255$	<b>e</b> $1235 + 1765$	<b>f</b> $1891 + 1109$ .
2. Procijeni pa izračunaj:
 

<b>a</b> $358 + 472 + 35$	<b>b</b> $800 + 256 + 435$	<b>c</b> $1257 + 1000 + 363$
<b>d</b> $250 + 494 + 250$	<b>e</b> $9999 + 728 + 1$	<b>f</b> $4568 + 201 + 32$ .
3. Izračunaj primjenjujući svojstva zbrajanja:
 

<b>a</b> $12 + 35 + 18 + 75$	<b>b</b> $37 + 12 + 43 + 28$
<b>c</b> $135 + 225 + 47 + 163$	<b>d</b> $1234 + 278 + 6 + 2$ .
4. Prema popisu stanovništva iz 2001. godine, hrvatski otoci s najviše stanovnika bili su: Krk – 17 860 stanovnika, Korčula – 16 182 stanovnika, Brač – 14 031 stanovnika, Hvar – 11 103 stanovnika, Rab – 9 480 stanovnika, Pag – 8 398 stanovnika. Procijeni, a potom i izračunaj ukupan broj stanovnika na svim tim otocima.
5. Izračunaj:
 

<b>a</b> $37 \cdot 25$	<b>b</b> $42 \cdot 99$	<b>c</b> $75 \cdot 67$	<b>d</b> $29 \cdot 123$	<b>e</b> $458 \cdot 897$	<b>f</b> $4591 \cdot 337$ .
------------------------	------------------------	------------------------	-------------------------	--------------------------	-----------------------------
6. Izračunaj:
 

<b>a</b> $27 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 3$	<b>b</b> $25 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2$	<b>c</b> $142 \cdot 7 \cdot 50$	<b>d</b> $3 \cdot 100 \cdot 4 \cdot 100$ .
--	---------------------------------------	---------------------------------	--

7. Izračunaj primjenjujući svojstva množenja:

**a**  $11 \cdot 2 \cdot 5$

**b**  $37 \cdot 15 \cdot 2$

**c**  $4 \cdot 327 \cdot 25$

**d**  $25 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 3$

**e**  $8 \cdot 7 \cdot 75 \cdot 10$

**f**  $125 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 26$ .

8. Izračunaj koristeći se svojstvima zbrajanja i množenja:

**a**  $173 \cdot 10 + 28 \cdot 10$

**b**  $72 \cdot 15 + 72 \cdot 19$

**c**  $451 \cdot 23 + 451 \cdot 57$

**d**  $99 \cdot 27 + 121 \cdot 27$

**e**  $3 \cdot 17 + 14 \cdot 17 + 15 \cdot 17$

**f**  $34 \cdot 21 + 20 \cdot 21 + 21 \cdot 86$ .

9. Ante je radio 3 dana po 8 sati na dan, Jurica 4 dana po 7 sati dnevno, dok je Miro radio 5 dana po 10 sati dnevno. Ako je cijena jednog radnog sata 14 kuna, koliko su ukupno kuna zaradili?

10. U zgradi postoje tri jednosobna stana površine  $45 \text{ m}^2$ , pet dvosobnih stanova od  $54 \text{ m}^2$ , te dva trosobna stana površine  $76 \text{ m}^2$ . Ako je mjesečna cijena grijanja  $1 \text{ m}^2$  stana 8 kuna, koliki je mjesečni račun za grijanje cijele zgrade?

11. Prosječna mjesečna potrošnja vode po osobi je 4000 litara. Ako u zgradi živi 10 dvočlanih obitelji, 12 tročlanih, 7 četveročlanih i jedna šesteročlana obitelj, kolika je prosječna mjesečna potrošnja vode u toj zgradi?

12. Automobil troši 8 litara benzina na 100 km. Izračunaj koliko je litara benzina potrebno za put od 1200 km. Koliko je kilometara moguće prijeći s 48 litara benzina?



13. Bazen se puni trima cijevima. Kroz jednu cijev protječe  $143 \text{ m}^3$  vode u jednom satu, kroz drugu  $83 \text{ m}^3$  vode u satu, a kroz treću  $121 \text{ m}^3$  vode u satu. Koliko je  $\text{m}^3$  vode u bazenu nakon 7 sati punjenja? Koliko je  $\text{m}^3$  vode u bazenu nakon 10 sati punjenja ako kroz prve dvije cijevi voda utječe u bazen, a trećom istječe?

14. Izračunaj:

**a**  $729 - 12$

**b**  $458 - 34$

**c**  $1228 - 729$

**d**  $991 - 199$

**e**  $357 - 142$

**f**  $2873 - 1999$ .

15. Izračunaj koristeći distributivnost:

**a**  $123 \cdot 10 - 75 \cdot 10$

**b**  $291 \cdot 15 - 105 \cdot 15$

**c**  $457 \cdot 11 - 327 \cdot 11$

**d**  $221 \cdot 29 - 29 \cdot 101$

**e**  $257 \cdot 27 - 133 \cdot 27 + 27 \cdot 42$

**f**  $394 \cdot 123 + 451 \cdot 123 - 700 \cdot 123$ .

16. Izračunaj:

**a**  $6 + 9 \cdot 12 + 5$

**b**  $(6 + 9) \cdot 12 + 5$

**c**  $6 + 9 \cdot (12 + 5)$

**d**  $(6 + 9) \cdot (12 + 5)$

**e**  $4 \cdot 7 + 8 \cdot 11$

**f**  $4 \cdot (7 + 8) \cdot 11$ .

17. Izračunaj:

**a**  $5 + 3 \cdot 5$

**b**  $3 \cdot 7 - 5 \cdot 2$

**c**  $(3 + 7) \cdot 5 - 2$

**d**  $5 + 3 \cdot (5 - 3)$

**e**  $(7 - 2) \cdot (7 - 3)$

**f**  $17 - 2 \cdot 7 + 3$

**g**  $10 + 9 \cdot 2 + 7$

**h**  $(10 + 9) \cdot (2 + 7)$

**i**  $10 + 9 \cdot (2 + 7)$ .

18. Izračunaj:

**a**  $(4 + 5) \cdot 8 + 12 \cdot (15 + 11)$

**c**  $4 + (5 \cdot 8 + 12) \cdot 15 + 11$

**e**  $(9 + 17) \cdot 21 + 35 \cdot (63 + 79)$

**g**  $9 + (17 \cdot 21 + 35) \cdot 63 + 79$

**b**  $4 + 5 \cdot 8 + 12 \cdot 15 + 11$

**d**  $4 + 5 \cdot (8 + 12 \cdot 15) + 11$

**f**  $9 + 17 \cdot 21 + 35 \cdot 63 + 79$

**h**  $9 + 17 \cdot (21 + 35 \cdot 63) + 79.$

19. Izračunaj:

**a**  $(163 - 142) \cdot 5 + 3 \cdot (19 - 11)$

**c**  $400 - 100 \cdot 3 + 5 \cdot (125 - 3 \cdot 32)$

**e**  $(299 + 135) \cdot 7 + 29 \cdot (423 - 399)$

**g**  $(299 - 13 \cdot 7 + 29) \cdot 423 - 399$

**b**  $163 - 14 \cdot 5 + 3 \cdot 19 - 11$

**d**  $35 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot (18 - 17)$

**f**  $299 - 13 \cdot 7 + 29 \cdot 423 - 399$

**h**  $387 - 15 \cdot (35 - 27) + 15 - 15 \cdot 14.$

20. Izračunaj:

**a**  $20 \cdot (14 + 5 \cdot (20 + 17))$

**c**  $((17 + 8 \cdot 3) + 3) \cdot 14 \cdot 10$

**b**  $(12 + (4 \cdot 5 + 3) \cdot 8) \cdot 15$

**d**  $7 \cdot ((3 + 12) + 17) + 3 \cdot 11.$

21. Izračunaj:

**a**  $457 - 2 \cdot 38 - 3 \cdot (27 - 8)$

**c**  $(359 - 31) \cdot 2 - 359 - 31$

**b**  $(945 - 45 \cdot 7) - (123 - 6 \cdot 12)$

**d**  $(1243 - 243 \cdot 2) + 18 \cdot (20 - 2).$

22. Izračunaj:

**a**  $13 \cdot 7 + 15 \cdot 7$

**c**  $151 \cdot 19 + 19 \cdot 140 - 19 \cdot 23$

**b**  $23 \cdot 9 + 23 \cdot 11 + 23 \cdot 14$

**d**  $230 \cdot 12 - 140 \cdot 12 + 28 \cdot 12.$

23. Procijeni pa izračunaj:

**a**  $8888 : 8$

**b**  $123\,400 : 10$

**c**  $2456 : 2$

**d**  $728 : 4$

**e**  $56\,781 : 9$

**f**  $2500 : 100.$

24. Procijeni pa izračunaj:

**a**  $414 : 18$

**b**  $1645 : 47$

**c**  $1845 : 15$

**d**  $28\,416 : 111$

**e**  $20\,868 : 564$

**f**  $14\,916 : 12.$

25. Izračunaj:

**a**  $945 : 5 - 5$

**b**  $945 : 1 + 5$

**c**  $320 : 2 + 8$

**d**  $320 : (2 + 8).$

26. Izračunaj:

**a**  $(189 : 3 - 27) : 6$

**c**  $(324 : (36 : 2)) : (3 \cdot 3)$

**e**  $(392 : 7 - 12) : 4 + 6$

**g**  $1024 : 256 + 128 \cdot 2 : 32$

**b**  $(225 : 9 + 15) : 10$

**d**  $1000 - (10\,000 : 100) \cdot 9$

**f**  $298 - (1440 : 12 - 10) : 11$

**h**  $1 + 999 : 3 - 2 \cdot 49 : 7.$

27. 4096 litara soka treba razdijeliti u dvolitrene boce. Koliko je boca potrebno?

28. U paketu čija je vrijednost 320 kn nalazi se 64 komada čokolade. Kolika je vrijednost jedne čokolade?
29. Kamionom je iz Mađarske u Hrvatsku prevezeno 12 istovrsnih paleta građevinskog materijala. Ukupna carina iznosila je 5808 kn. Koliko iznosi carina za jednu paletu?
30. Anita je riješila nekoliko zadataka. Provjeri njezina rješenja i ako postoji greška u računu ispravi je.
- a**  $71 \cdot 11 + 71 + 71 \cdot 49 = 71 \cdot (11 + 49) = 71 \cdot 60 = 4260$     **b**  $33 - 33 \cdot 5 = 0 \cdot 5 = 0$
- c**  $46 + 54 \cdot 2 = 46 + 108 = 154$     **d**  $128 : 32 : 4 = 128 : (32 : 4) = 128 : 8 = 16.$
31. Osmisli zadatak pri čijem se rješavanju pojavljuje izraz:
- a**  $15 \cdot 432$     **b**  $120 + 56 \cdot 125.$



## 1.2. Skup cijelih brojeva

Razlika prirodnih brojeva ne mora uvijek biti prirodan broj. Naime, ako je umanjnik manji od umanjitelja, primjerice  $5 - 9$ , tada to oduzimanje nije izvedivo u skupu prirodnih brojeva. Stoga skup  $\mathbb{N}$  proširujemo do skupa cijelih brojeva u kojem je i operacija oduzimanja uvijek izvediva.

**Skup cijelih brojeva** označavamo sa  $\mathbb{Z}$  i simbolima predstavljamo ovako:

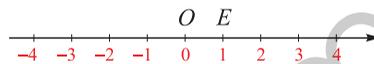
$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}.$$

Negativne brojeve susrećemo u prirodi. Temperatura je u hladnim zimskim danima ispod nule. Razine nekih jezera su ispod srednje razine mora (nule). Račun u banci može biti “u minusu” ako štediša potroši više novca nego što je imao na računu.

Svaki cijeli broj možemo smjestiti na **brojevni pravac**. Pravac postaje brojevni ako mu označimo **ishodište** (točku  $O$ ) i **jediničnu dužinu**  $\overline{OE}$ . Točku  $E$  kojoj je pridružen broj 1 nazivamo **jedinična točka**.



Sada na taj pravac možemo smjestiti svaki cijeli broj. Smjestimo ih nekoliko:



Pogledajmo što imaju zajedničko brojevi 3 i  $-3$  na brojevnom pravcu. Brojevi 3 i  $-3$  imaju jednake udaljenosti od ishodišta. Te udaljenosti zovemo **apsolutnim vrijednostima** ili **modulima** cijelih brojeva. Brojeve 3 i  $-3$  nazivamo međusobno **suprotnim** brojevima.

### Apsolutna vrijednost

**Apsolutna vrijednost** ili modul cijelog broja  $x$  je udaljenost točke kojoj je pridružen broj  $x$  od ishodišta brojevnog pravca i označavamo je sa  $|x|$ .



Tako je  $|5| = 5$ ,  $|-5| = -(-5) = 5$ ,  $|0| = 0$ .

Uočimo da je  $|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ .

## ► Zbrajanje cijelih brojeva

Zbrajanje cijelih brojeva nasljeđuje svojstvo komutativnosti i asocijativnosti iz skupa  $\mathbb{N}$ , ali dobiva i dva nova svojstva.

Nula je **neutralni element za zbrajanje** cijelih brojeva, tj. za svaki cijeli broj  $a$  vrijedi:

$$a + 0 = a.$$

Svaki cijeli broj  $a$  ima svoj **suprotan broj**  $-a$ . Zbroj dvaju suprotnih brojeva je nula, tj. za svaki cijeli broj  $a$  vrijedi:

$$a + (-a) = -a + a = 0.$$

### PRIMJER 1.

Izračunajmo:

a)  $2 + 7$       b)  $-2 - 7$       c)  $-2 + 7$       d)  $2 - 7$ .

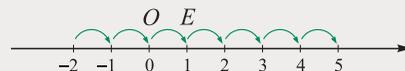
a)  $2 + 7 = 9$



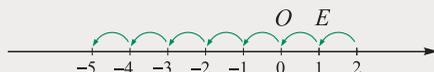
b)  $-2 - 7 = -9$



c)  $-2 + 7 = 5$



d)  $2 - 7 = -5$



Uočimo da u prva dva zadatka zbrajamo cijele brojeve istih predznaka, a u druga dva zadatka cijele brojeve suprotnih predznaka.

- I. Cijele brojeve istih predznaka zbrajamo tako da apsolutne vrijednosti brojeva zbrojimo, a predznak prepisemo.
- II. Cijele brojeve suprotnih predznaka zbrajamo tako da apsolutne vrijednosti oduzmemo (od veće oduzmemo manju), a predznak broja s većim modulom prepisemo.

## ► Množenje i dijeljenje cijelih brojeva

I za množenje u skupu  $\mathbb{Z}$  vrijedi komutativnost, asocijativnost i distributivnost.

Opišimo još množenje nulom. Svaki cijeli broj pomnožen nulom daje nulu:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

**PRIMJER 2.**

Izračunajmo:

a)  $2 \cdot 7$       b)  $-2 \cdot (-7)$       c)  $-2 \cdot 7$       d)  $2 \cdot (-7)$ .

► U prva dva zadatka množimo cijele brojeve istih predznaka, a u druga dva zadatka cijele brojeve suprotnih predznaka. Pravila za množenje cijelih brojeva su:

- I.** Umnožak cijelih brojeva istih predznaka je pozitivan broj i jednak je umnošku apsolutnih vrijednosti faktora.
- II.** Umnožak cijelih brojeva suprotnih predznaka je negativan broj čija je apsolutna vrijednost jednaka umnošku apsolutnih vrijednosti faktora.

a)  $2 \cdot 7 = 14$       b)  $-2 \cdot (-7) = 14$       c)  $-2 \cdot 7 = -14$       d)  $2 \cdot (-7) = -14$ .

Pri dijeljenju cijelih brojeva postupak s predznacima je isti. Kao i u skupu  $\mathbb{N}$  dijeljenje u skupu  $\mathbb{Z}$  je izvedivo ako je djeljеник виšekratnik djelitelja.

Za dijeljenje cijelih brojeva važno je uočiti da dijeljenje nulom nije moguće.

**PRIMJER 3.**Izračunajmo  $5 - (3 - 7 - 5)$  uklanjanjem zagrada.

►  $5 - (3 - 7 - 5) = 5 + (-1) \cdot (3 - 7 - 5) = 5 - 3 + 7 + 5 = 14$ .

U ovom primjeru uočavamo pravilo: ako je ispred zagrade “-”, uklanjanjem se zagrade mijenjaju predznaci svih brojeva unutar zagrada.

**PRIMJER 4.**

Izračunajmo:

$$7 + 3 \cdot \left\{ 2 - [2 \cdot (-14) - 3 \cdot (-18 - 4)] \cdot 2 - 5 \right\} + 100.$$

► Sredimo prvo unutarnje zagrade.

$$\begin{aligned} & 7 + 3 \cdot \left\{ 2 - [2 \cdot (-14) - 3 \cdot (-18 - 4)] \cdot 2 - 5 \right\} + 100 \\ &= 7 + 3 \left\{ 2 - [-28 - 3 \cdot (-22)] \cdot 2 - 5 \right\} + 100 \\ &= 7 + 3 \{ 2 - [-28 + 66] \cdot 2 - 5 \} + 100 \\ &= 7 + 3 \{ 2 - 38 \cdot 2 - 5 \} + 100 = 7 + 3 \{ 2 - 76 - 5 \} + 100 \\ &= 7 + 3 \cdot \{-79\} + 100 = 7 - 237 + 100 \\ &= -130. \end{aligned}$$

## ZADATCI 1.2.

- Napiši s pomoću cijelih brojeva brojeve koji se pojavljuju u rečenicama:
  - Temperatura zraka je  $10^{\circ}\text{C}$  ispod nule.
  - Leo je parkirao na drugoj razini ispod prizemlja.
  - Za vrijeme oseke more se povuče 40 cm ispod prosječne razine, a za vrijeme jake plime more se podigne i 80 cm iznad prosječne razine.
  - Vodostaj Drave je jedan metar ispod prosječne razine.
- Napiši pet neparnih negativnih cijelih brojeva.
- Nastavi niz s još 3 člana:
  - 9, 6, 3...
  - 10, -8, -6...
  - 15, 10, 5...
- Na pravcu nacrtaj točke  $O$  i  $E$  tako da je  $|OE| = 1\text{ cm}$ . Odredi točke pridružene brojevima 2, 4, 6, 8, -2, -4, -6, -8.
- Na pravcu nacrtaj točke  $O$  i  $E$ ,  $|OE| = 1.5\text{ cm}$ , te odredi točke pridružene brojevima -4, -3, -2.
- Poredaj zadane brojeve po veličini od najmanjeg prema najvećem:
  - 0, -3, 2, -5
  - 100, -200, -300, -400
  - 5, -5, 6, -6
  - 14, 0, -14, -28.
- Napiši dva cijela broja koja su manja od:
  - 4
  - 2
  - 11
  - 1000.
- Napiši sve cijele brojeve za koje vrijedi:
  - $-3 < x < 5$
  - $-5 < x \leq 0$
  - $-10 \leq x \leq -6$ .
- Izračunaj:
  - $|10|$
  - $|0|$
  - $|-11|$
  - $|-121|$
  - $|58|$
  - $|-43|$ .
- Izračunaj:
  - $|10| + |-5|$
  - $|-11| - |-7|$
  - $2 \cdot |-6| + 3 \cdot |7|$
  - $4 \cdot |-5| - 2 \cdot |-1|$ .
- Brojevima 17, -21, 123, 457, -1000, 23 528 napiši suprotne brojeve.
- Koja dva broja imaju apsolutnu vrijednost jednaku 12?
- Koja dva broja imaju apsolutnu vrijednost 175?
- Za koje brojeve  $x$  vrijedi:
  - $|x| = 9$
  - $|x| = 497$
  - $|x| = 0$
  - $|x| = -12?$
- Izračunaj:
  - $-6 + 2$
  - $-10 + 4$
  - $5 + (-10)$
  - $7 + (-11)$
  - $21 + (-9)$
  - $-42 + 30$
  - $-28 + 25$
  - $-11 + 81$ .

16. Izračunaj:

**a**  $-5 + (-8)$

**b**  $-8 + (-12)$

**c**  $-23 + (-42)$

**d**  $-20 - 30$

**e**  $-28 - 42$

**f**  $-100 - 225$

**g**  $-123 - 99$

**h**  $-27 - 435$ .

17. Izračunaj:

**a**  $14 + (-22) + 28$

**b**  $-32 + (-10) - 21$

**c**  $13 - (-14) - 1$

**d**  $39 + (-24) - 10$

**e**  $-28 + (-50) + (-75)$

**f**  $-20 - 33 - 44$ .

18. Izračunaj:

**a**  $10 + (-22) + 28 + (-48)$

**b**  $-27 - 45 + (-82) + (-21)$

**c**  $-35 - (-37) + 42 + (-81)$

**d**  $21 + (-25) - 32 + 29$ .

19. Izračunaj  $a + b$  ako je:

**a**  $a = 20, b = 45$

**b**  $a = -23, b = -14$

**c**  $a = 28, b = -48$ .

20. Izračunaj  $m - n$  ako je:

**a**  $m = 21, n = 41$

**b**  $m = 10, n = -12$

**c**  $m = -100, n = -250$ .

21. Izračunaj  $|a - b| - |a + b|$  ako je:

**a**  $a = 5, b = 7$

**b**  $a = 20, b = -31$

**c**  $a = -100, b = -20$ .

22. Za koliko trebaš povećati broj  $-15$  da dobiješ:

**a** 0

**b** 10

**c**  $-5$ ?

23. Alkohol ima ledište na  $-112^{\circ}\text{C}$ , a vrelište na  $78^{\circ}\text{C}$ . Za koliko je temperatura ledišta manja od temperature vrelišta?

24. Jutarnja temperatura zraka jednog zimskog dana bila je  $-5^{\circ}\text{C}$ . Do podneva se temperatura povisila za  $14^{\circ}\text{C}$ , a nakon toga je padala. Do večeri se spustila za  $16^{\circ}\text{C}$ . Kolika je bila temperatura u podne, a kolika navečer?

25. Banka svom stalnom štediši odobrava dopušteno prekoračenje od 2000 kn na tekućem računu. 1. 12. stanje računa bilo je 502 kn. 2. 12. štediša je na bankomatu podigao 1000 kn. Kakvo mu je stanje računa nakon te transakcije? Koliko štediša mora položiti kuna na banku da mu stanje računa bude 0?

26. Danas za nultu razinu temperature uzimamo ledište vode. Kad je osmislio svoju ljestvicu, Celsius je za nultu razinu uzeo vrelište vode. Tek se nakon njegove smrti počelo temperaturu označavati na današnji način. Prepiši i dopuni tablicu.

	temperatura ljudskog tijela	ledište alkohola	talište žive	najviša izmjerena temperatura u Sahari	najniža temperatura na Marsu
temperatura izražena u današnjim $^{\circ}$	36	-114			-143
temperatura izražena u originalnim $^{\circ}$	-64		-139	-43	

Pronađi još neke temperaturne ljestvice koje su se koristile ili se još uvijek koriste.

27. Postoje li najmanji i najveći cijeli broj?