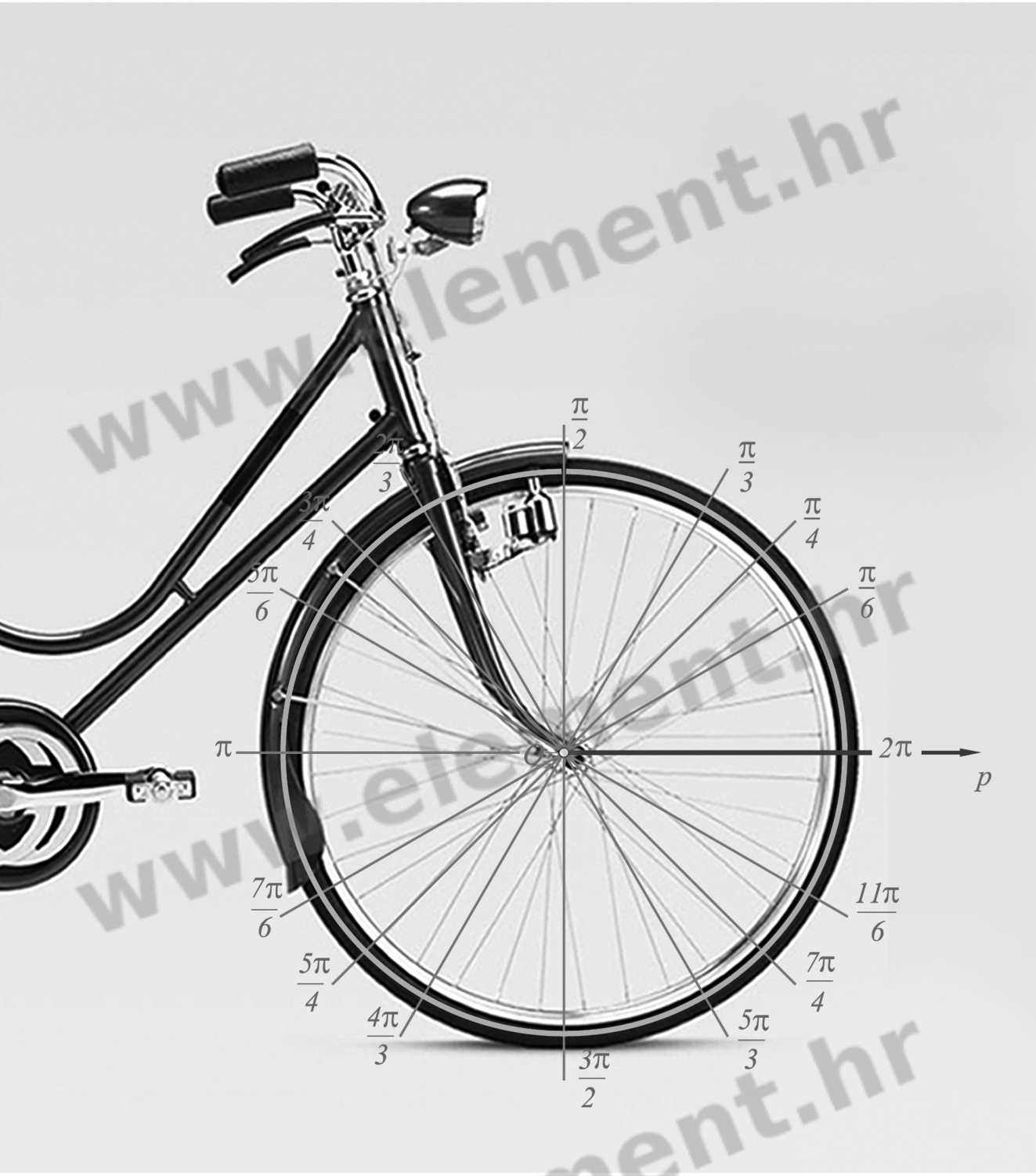


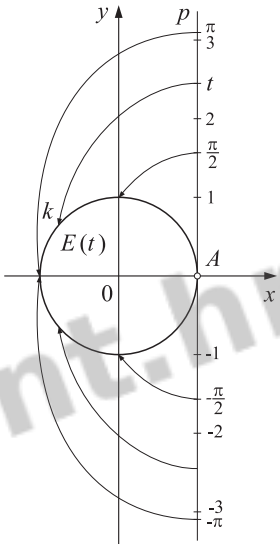
1. Trigonometrijske funkcije

www.element.hr

1.1. Ponovimo

Brojevna kružnica

Kružnicu k polumjera 1 smjestimo u koordinatnu ravninu tako da joj je središte u ishodištu. Na kružnicu k prislonimo brojevni pravac p paralelan s osi y tako da se njegovo ishodište podudara s točkom $A(1,0)$ kružnice. Zamislimo da se pravac p namata oko kružnice; dio pravca na kojem su smješteni pozitivni realni brojevi suprotno gibanju kazaljki na satu, a dio pravca na kojem su smješteni negativni realni brojevi u smjeru gibanja kazaljki na satu. Interval $[0, 2\pi\rangle$ pravca p preslikat će se na čitavu kružnicu jer je njezin opseg 2π. Isto će se dogoditi sa svakim intervalom duljine 2π. Na taj se način svaki realni broj t s brojevnog pravca p preslikava u jednu točku $E(t)$ na kružnici k. Jedinična kružnica na koju su na navedeni način smješteni realni brojevi naziva se **brojevna** ili **trigonometrijska kružnica**.



Broju 0, kao i broju 2π, pridružena je točka $(1,0)$, broju $\frac{\pi}{2}$ točka $(0,1)$, broju π točka $(-1,0)$, a broju $\frac{3\pi}{2}$ točka $(0,-1)$.

Vrijedi: $E(t+2k\pi) = E(t)$; $\forall t \in \mathbf{R}$ i $\forall k \in \mathbf{Z}$.

Pretvorba stupnjeva u radijane i obrnuto

$$\alpha \text{ rad} = \frac{\alpha^\circ}{180^\circ} \cdot \pi$$

$$\alpha^\circ = \frac{\alpha \text{ rad}}{\pi} \cdot 180^\circ$$

Radijani	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
Stupnjevi	0	30	45	60	90	120	135	150	180	210	225	240	270	300	315	330	360

www.element.hr

Glavna mjera kuta

Glavna mjera α' kuta s mjerom α određuje se iz formule:

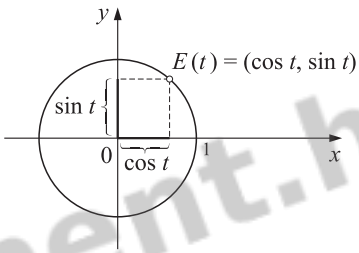
$$\alpha' = \alpha - \left\lfloor \frac{\alpha}{360} \right\rfloor \cdot 360^\circ, \qquad \alpha' = \alpha - \left\lfloor \frac{\alpha}{2\pi} \right\rfloor \cdot 2\pi$$

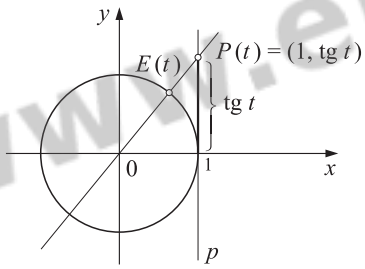
pri čemu $\lfloor x \rfloor$ označuje najveći cijeli broj, manji ili jednak od broja x, $0 \leqslant \alpha' < 360^\circ$, $0 \leqslant \alpha' < 2\pi$. $k = \left\lfloor \frac{\alpha}{360} \right\rfloor$ je broj punih okretaja, tj. "namotaja" pravca na brojevnu kružnicu.

Definicije trigonometrijskih funkcija

Neka je t po volji odabran realan broj, a $E(t)$ njemu pridružena točka brojevne kružnice. Tada je $E(t) = (\cos t, \sin t)$.

Apscisa točke $E(t)$ naziva se **kosinus** broja t i označuje se s $\cos t$. Ordinata točke $E(t)$ naziva se **sinus** broja t i označuje se sa $\sin t$.



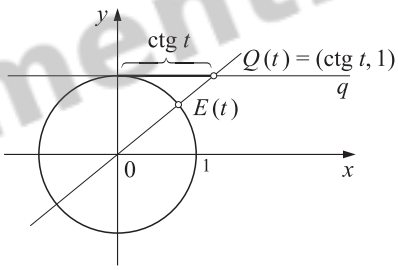


Neka je t po volji odabran realan broj, $t \neq \frac{\pi}{2} + 2k$, a $E(t)$ njemu pridružena točka brojevne kružnice. Neka je pravac p tangenta kružnice paralelna s osi y koja dodiruje kružnicu u točki $(1, 0)$. Presjek pravca $OE(t)$ s tangentom p označimo s P. Tada je $P(t) = (1, \operatorname{tg} t)$.

Ordinata točke P u kojoj pravac $OE(t)$ siječe tangentu p naziva se **tangens** broja t i označuje se s $\operatorname{tg} t$.

Neka je t po volji odabran realan broj, $t \neq k\pi$, a $E(t)$ njemu pridružena točka brojevne kružnice. Neka je pravac q tangenta kružnice paralelna s osi x koja dodiruje kružnicu u točki $(0, 1)$. Presjek pravca $OE(t)$ s tangentom q označimo s Q. Tada je $Q(t) = (\operatorname{ctg} t, 1)$.

Apscisa točke Q u kojoj pravac $OE(t)$ siječe tangentu q naziva se **kotangens** broja t i označuje s $\operatorname{ctg} t$.



www.element.hr

Vrijednosti trigonometrijskih funkcija nekih posebnih realnih brojeva

t	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin t$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos t$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} t$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\operatorname{ctg} t$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$-$
t	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin t$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos t$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\operatorname{tg} t$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\operatorname{ctg} t$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$-$

Predznaci trigonometrijskih funkcija po kvadrantima

	I.	II.	III.	IV.
$\sin t$	$+$	$+$	$-$	$-$
$\cos t$	$+$	$-$	$-$	$+$
$\operatorname{tg} t$	$+$	$-$	$+$	$-$
$\operatorname{ctg} t$	$+$	$-$	$+$	$-$

www.element.hr

Osnovni (temeljni) trigonometrijski identiteti

(1) $\sin^2 t + \cos^2 t = 1 \implies \sin^2 t = 1 - \cos^2 t, \quad \cos^2 t = 1 - \sin^2 t$

(2) $\operatorname{tg} t = \dfrac{\sin t}{\cos t}$

(3) $\operatorname{ctg} t = \dfrac{\cos t}{\sin t}$

(4) $\operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = 1 \implies \operatorname{tg} t = \dfrac{1}{\operatorname{ctg} t}, \quad \operatorname{ctg} t = \dfrac{1}{\operatorname{tg} t}$

Osnovne veze između trigonometrijskih funkcija

	$\sin t$	$\cos t$	$\operatorname{tg} t$	$\operatorname{ctg} t$
$\sin t$	–	$\pm\sqrt{1-\cos^2 t}$	$\dfrac{\operatorname{tg} t}{\pm\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 t}}$	$\dfrac{1}{\pm\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2 t}}$
$\cos t$	$\pm\sqrt{1-\sin^2 t}$	–	$\dfrac{1}{\pm\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 t}}$	$\dfrac{\operatorname{ctg} t}{\pm\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2 t}}$
$\operatorname{tg} t$	$\dfrac{\sin t}{\pm\sqrt{1-\sin^2 t}}$	$\dfrac{\pm\sqrt{1-\cos^2 t}}{\cos t}$	–	$\dfrac{1}{\operatorname{ctg} t}$
$\operatorname{ctg} t$	$\dfrac{\pm\sqrt{1-\sin^2 t}}{\sin t}$	$\dfrac{\cos t}{\pm\sqrt{1-\cos^2 t}}$	$\dfrac{1}{\operatorname{tg} t}$	–

Svojstva trigonometrijskih funkcija

Parnost i neparnost

Za funkciju $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ kažemo da je:

parna, ako je $f(-x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$
neparna, ako je $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

Graf parne funkcije simetričan je s obzirom na os y, a graf neparne funkcije simetričan je s obzirom na ishodište koordinatnog sustava.

Kosinus je parna, a sinus, tangens i kotangens su neparne funkcije, tj. vrijedi:

$$\cos(-t) = \cos t \qquad \operatorname{tg}(-t) = \operatorname{tg} t$$
$$\sin(-t) = -\sin t \qquad \operatorname{ctg}(-t) = -\operatorname{ctg} t, \qquad \forall t \in \mathbf{R}$$

www.element.hr

Periodičnost

Funkcija $f(x)$ je **periodična** s periodom $P \neq 0$, ako vrijedi:

i) $(x+P) \in D_f$, $\quad \forall x \in D_f$

ii) $f(x+P) = f(x)$, $\quad \forall x \in D_f$

Najmanji pozitivni period naziva se temeljni (osnovni) period.

Funkcije sinus i kosinus su periodične funkcije s temeljnim periodom $P = 2\pi$, a funkcije tangens i kotangens su periodične funkcije s temeljnim periodom $P = \pi$.

$$\sin(t+2\pi) = \sin t \qquad \operatorname{tg}(t+\pi) = \operatorname{tg} t$$
$$\cos(t+2\pi) = \cos t \qquad \operatorname{ctg}(t+\pi) = \operatorname{ctg} t$$

Funkcije $f(t) = \sin(\omega t + \varphi)$ i $f(t) = \cos(\omega t + \varphi)$ su periodične funkcije s temeljnim periodom $\dfrac{2\pi}{|\omega|}$.

Funkcije $f(t) = \operatorname{tg}(\omega t + \varphi)$ i $f(t) = \operatorname{ctg}(\omega t + \varphi)$ su periodične funkcije s temeljnim periodom $\dfrac{\pi}{|\omega|}$.

Omeđenost

Funkcije sinus i kosinus su omeđene, a funkcije tangens i kotangens su neomeđene.

$$-1 \leqslant \sin t \leqslant 1 \qquad -1 \leqslant \cos t \leqslant 1$$

Adicijski teoremi

Za sve realne brojeve s i t vrijedi:

$$\sin(t \pm s) = \sin t \cos s \pm \cos t \sin s \qquad \operatorname{tg}(t \pm s) = \frac{\operatorname{tg} t \pm \operatorname{tg} s}{1 \mp \operatorname{tg} t \cdot \operatorname{tg} s}$$
$$\cos(t \pm s) = \cos t \cos s \mp \sin t \sin s \qquad \operatorname{ctg}(t \pm s) = \frac{\operatorname{ctg} t \cdot \operatorname{ctg} s \mp 1}{\operatorname{ctg} s \pm \operatorname{ctg} t}$$

Formule redukcije

Za svaki realni broj t vrijedi:

	$\frac{\pi}{2} - t$	$\frac{\pi}{2} + t$	$\pi - t$	$\pi + t$	$\frac{3\pi}{2} - t$	$\frac{3\pi}{2} + t$	$2\pi - t$	$2\pi + t$
sin	$\cos t$	$\cos t$	$\sin t$	$-\sin t$	$-\cos t$	$-\cos t$	$-\sin t$	$\sin t$
cos	$\sin t$	$-\sin t$	$-\cos t$	$-\cos t$	$-\sin t$	$\sin t$	$\cos t$	$\cos t$
tg	$\operatorname{ctg} t$	$-\operatorname{ctg} t$	$-\operatorname{tg} t$	$\operatorname{tg} t$	$\operatorname{ctg} t$	$-\operatorname{ctg} t$	$-\operatorname{tg} t$	$\operatorname{tg} t$
ctg	$\operatorname{tg} t$	$-\operatorname{tg} t$	$-\operatorname{ctg} t$	$\operatorname{ctg} t$	$\operatorname{tg} t$	$-\operatorname{tg} t$	$-\operatorname{ctg} t$	$\operatorname{ctg} t$

www.element.hr

Trigonometrijske funkcije dvostrukog kuta

$$\sin 2t = 2\sin t\cos t \qquad \cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t$$

$$\operatorname{tg} 2t = \frac{2\operatorname{tg} t}{1-\operatorname{tg}^2 t} \qquad \operatorname{ctg} 2t = \frac{\operatorname{ctg}^2 t - 1}{2\operatorname{ctg} t}$$

Trigonometrijske funkcije polovičnog kuta

$$\sin\frac{t}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos t}{2}} \qquad \cos\frac{t}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos t}{2}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{t}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos t}{1+\cos t}} \qquad \operatorname{ctg}\frac{t}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos t}{1-\cos t}}$$

Univerzalna zamjena

$$\sin t = \frac{2\operatorname{tg}\frac{t}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{t}{2}} \qquad \cos t = \frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{t}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{t}{2}}$$

$$\operatorname{tg} t = \frac{2\operatorname{tg}\frac{t}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{t}{2}} \qquad \operatorname{ctg} t = \frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{t}{2}}{2\operatorname{tg}\frac{t}{2}}$$

Transformacija umnoška u zbroj

$$\sin t\cdot\cos s = \frac{1}{2}[\sin(t+s)+\sin(t-s)]$$

$$\cos t\cdot\sin s = \frac{1}{2}[\sin(t+s)-\sin(t-s)]$$

$$\cos t\cdot\cos s = \frac{1}{2}[\cos(t+s)+\cos(t-s)]$$

$$\sin t\cdot\sin s = \frac{1}{2}[\cos(t-s)-\cos(t+s)]$$

Transformacija zbroja u umnožak

$$\sin t+\sin s = 2\sin\frac{t+s}{2}\cos\frac{t-s}{2}$$

$$\sin t-\sin s = 2\cos\frac{t+s}{2}\sin\frac{t-s}{2}$$

$$\cos t+\cos s = 2\cos\frac{t+s}{2}\cos\frac{t-s}{2}$$

$$\cos t-\cos s = -2\sin\frac{t+s}{2}\sin\frac{t-s}{2}$$

www.element.hr

Napomena:

$$\left.\begin{aligned}\sin^2 t + \cos^2 t &= 1\\ \cos^2 t - \sin^2 t &= \cos 2t\end{aligned}\right\}+ \qquad \left.\begin{aligned}\sin^2 t + \cos^2 t &= 1\\ \cos^2 t - \sin^2 t &= \cos 2t\end{aligned}\right\}-$$

$$2\cos^2 t = 1 + \cos 2t \quad /:2 \qquad\qquad 2\sin^2 t = 1 - \cos 2t \quad /:2$$

$$\boxed{\cos^2 t = \frac{1+\cos 2t}{2}} \qquad\qquad \boxed{\sin^2 t = \frac{1-\cos 2t}{2}}$$

Ove dvije formule imaju veliku primjenu pri rješavanju integrala. Supstitucijom $t \to \frac{t}{2}$ i korjenovanjem dobivamo trigonometrijske funkcije polovičnog kuta.

1.2. Zadaci

Kut i brojevna kružnica

Zadatak 1.

Mjeru kuta izraženu u radijanima pretvori u stupnjeve, minute i sekunde:

a) $\frac{9\pi}{4}$ rad **b)** 4 rad

Rješenje: Primijenit ćemo formulu: $\boxed{\alpha^\circ = \frac{\alpha_{\text{rad}}}{\pi}\cdot 180^\circ}$

a) $\alpha_{\text{rad}} = \frac{9\pi}{4}\,\text{rad}, \quad \alpha^\circ = \frac{\frac{9\pi}{4}}{\pi}\cdot 180^\circ = 405^\circ$

b) $\alpha_{\text{rad}} = 4\,\text{rad}, \quad \alpha^\circ = \frac{4}{\pi}\cdot 180^\circ = 229.183118^\circ = 229^\circ 10' 59''$

Zadatak 2.

Mjeru kuta izraženu u stupnjevima izrazi u radijanima:

a) $48^\circ 13' 52''$ **b)** 900°

Rješenje: Primijenit ćemo formulu: $\boxed{\alpha_{\text{rad}} = \frac{\alpha^\circ}{180^\circ}\pi}$

a) $\alpha^\circ = 48^\circ 13' 52'', \quad \alpha_{\text{rad}} = \frac{48^\circ 13' 52''}{180^\circ}\cdot\pi = 0.8418\,\text{rad}$

b) $\alpha^\circ = 900^\circ, \quad \alpha_{\text{rad}} = \frac{900^\circ}{180^\circ}\cdot\pi = 5\pi\,\text{rad}$

www.element.hr

Zadatak 3.

Odredi glavnu mjeru kuta:

a) $\frac{35\pi}{8}$ **b)** $-\frac{2345\pi}{4}$ **c)** 23

d) -1200 **e)** $-3752°18'35''$ **f)** $835°15'$

Rješenje:

a) $\alpha = \frac{35\pi}{8}$

$$\alpha' = \alpha - \left\lfloor \frac{\alpha}{2\pi} \right\rfloor \cdot 2\pi = \frac{35\pi}{8} - \left\lfloor \frac{\frac{35\pi}{8}}{2\pi} \right\rfloor \cdot 2\pi = \frac{35\pi}{8} - \lfloor 2.19 \rfloor \cdot 2\pi$$
$$= \frac{35\pi}{8} - 2 \cdot 2\pi = \frac{35\pi}{8} - 4\pi = \frac{3\pi}{8}$$

b) $\alpha = -\frac{2345\pi}{4}$

$$\alpha' = \alpha - \left\lfloor \frac{\alpha}{2\pi} \right\rfloor \cdot 2\pi = -\frac{2345\pi}{4} - \left\lfloor \frac{-\frac{2345\pi}{4}}{2\pi} \right\rfloor \cdot 2\pi = -\frac{2345\pi}{4} - \lfloor -293.12 \rfloor \cdot 2\pi$$
$$= -\frac{2345\pi}{4} - (-294) \cdot 2\pi = -\frac{2345\pi}{4} + 588\pi = \frac{7\pi}{4}$$

c) $\alpha = 23$

$$\alpha' = \alpha - \left\lfloor \frac{\alpha}{2\pi} \right\rfloor \cdot 2\pi = 23 - \left\lfloor \frac{23}{2\pi} \right\rfloor \cdot 2\pi = 23 - \lfloor 3.66 \rfloor \cdot 2\pi$$
$$= 23 - 3 \cdot 2\pi = 4.15044$$

d) $\alpha = -1200$

$$\alpha' = \alpha - \left\lfloor \frac{\alpha}{2\pi} \right\rfloor \cdot 2\pi = -1200 - \left\lfloor -\frac{1200}{2\pi} \right\rfloor \cdot 2\pi = -1200 - \lfloor -190.99 \rfloor \cdot 2\pi$$
$$= -1200 - (-191) \cdot 2\pi = 0.0884$$

e) $\alpha = -3752°18'35''$

$$\alpha' = \alpha - \left\lfloor \frac{\alpha}{360} \right\rfloor \cdot 360° = -3752°18'35'' - \left\lfloor \frac{-3752°18'35''}{360°} \right\rfloor \cdot 360°$$
$$= -3752°18'35'' - \lfloor -10.42 \rfloor \cdot 360° = -3752°18'35'' - (-11) \cdot 360°$$
$$= -3752°18'35'' + 3960° = 207°41'25''$$

f) $\alpha = 835°15'$

$$\alpha' = \alpha - \left\lfloor \frac{\alpha}{360} \right\rfloor \cdot 360° = 835°15' - \left\lfloor \frac{835°15'}{360°} \right\rfloor \cdot 360° = 835°15' - \lfloor 2.32 \rfloor \cdot 360°$$
$$= 835°15' - 2 \cdot 360° = 835°15' - 720° = 115°15'$$

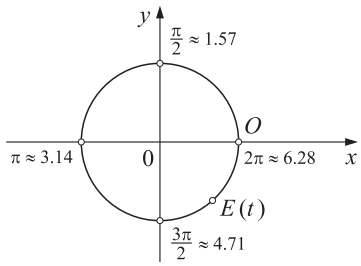
www.element.hr

Zadatak 4.

U kojem se kvadrantu nalazi točka pridružena broju $t = 395$?

Rješenje: Da bismo odredili u kojem se kvadrantu nalazi točka $T = E(t)$ trebamo odrediti glavnu mjeru broja t:

$$t' = t - \left\lfloor \frac{t}{2\pi} \right\rfloor \cdot 2\pi$$
$$t' = 395 - \left\lfloor \frac{395}{2\pi} \right\rfloor \cdot 2\pi$$
$$t' = 395 - \lfloor 62.87 \rfloor \cdot 2\pi$$
$$t' = 395 - 62 \cdot 2\pi$$
$$t' = 395 - 124\pi$$
$$t' = 5.44251$$



Dakle, $E(395) = E(5.44251)$. $5.44251 \in \left\langle \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right\rangle$, tj. točka pridružena zadanom broju nalazi se u IV. kvadrantu.

Trigonometrijske funkcije

Zadatak 5.

Odredi na brojevnoj kružnici točku $E(t)$ ako je:

a) $\sin t = \frac{1}{2}$, $\cos t < 0$

b) $\cos t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin t < 0$

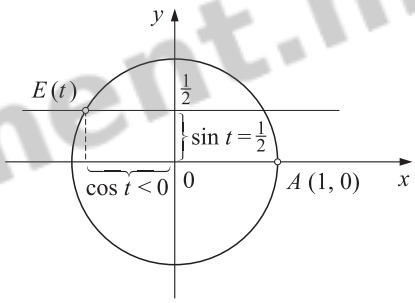
c) $\operatorname{tg} t = -3$, $\cos t > 0$

d) $\operatorname{ctg} t = \frac{3}{4}$, $\sin t > 0$

Rješenje:

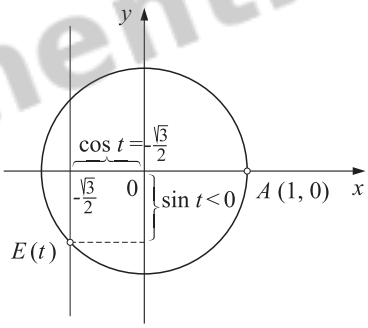
a) $\sin t = \frac{1}{2}$, $\cos t < 0$

$\sin t = \frac{1}{2}$ je ordinata tražene točke $E(t)$ pa povučemo paralelu s osi x u točki $\left(0, \frac{1}{2}\right)$. Paralela siječe brojevnu kružnicu u dvije točke, jedna od njih nalazi se u I., a druga u II. kvadrantu. Zbog uvjeta $\cos t < 0$ odabiremo točku iz II. kvadranta.



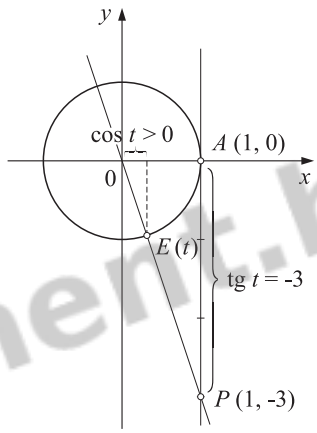
b) $\cos t = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin t < 0$

$\cos t = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ je apscisa tražene točke $E(t)$ pa povučemo paralelu s y-osi u točki $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$. Paralela siječe brojevnu kružnicu u dvije točke, jedna od njih nalazi se u II., a druga u III. kvadrantu. Zbog uvjeta $\sin t < 0$ odabiremo točku iz II. kvadranta.



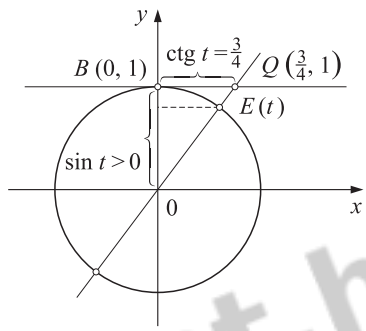
c) $\operatorname{tg} t = -3$, $\cos t > 0$

$\operatorname{tg} t = -3$ je ordinata točke P u kojoj pravac $OE(t)$ siječe tangentu koja dodiruje brojevnu kružnicu u točki $A(1,0)$. Prvo povučemo tangentu na brojevnu kružnicu u točki $A(1,0)$, a zatim na njoj označimo točku $P(1,-3)$. Točku P spojimo s ishodištem. Pravac $\overline{OP}$ siječe brojevnu kružnicu u dvije točke, jedna od njih se nalazi u II., a druga u IV. kvadrantu. Zbog uvjeta $\cos t > 0$ odabiremo točku iz IV. kvadranta.



d) $\operatorname{ctg} t = \dfrac{3}{4}$, $\sin t > 0$

$\operatorname{ctg} t = \dfrac{3}{4}$ je apscisa točke Q u kojoj pravac $OE(t)$ siječe tangentu koja dodiruje brojevnu kružnicu u točki $B(0,1)$. Prvo povučemo tangentu na brojevnu kružnicu u točki $B(0,1)$, a zatim na njoj označimo točku $Q\left(\dfrac{3}{4}, 1\right)$. Točku Q spojimo s ishodištem. Pravac $\overline{OQ}$ siječe brojevnu kružnicu u dvije točke, jedna od njih nalazi se u I., a druga u III. kvadrantu. Zbog uvjeta $\sin t > 0$ odabiremo točku u I. kvadrantu.



Zadatak 6.

Naznači na brojevnoj kružnici skup svih rješenja nejednadžbe:

a) $\sin x \geqslant \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **b)** $\cos x < \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **c)** $|\sin x| < \dfrac{1}{2}$

d) $|\cos x| \geqslant \dfrac{1}{2}$ **e)** $|\operatorname{tg} x| < 2$

www.element.hr