

1.

Prirodni brojevi

1. Skup prirodnih brojeva	1	4. Najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik	12
2. Računske operacije u skupu \mathbf{N}	2	5. Rješenja zadataka	15
3. Djeljivost	8		

1.1. Skup prirodnih brojeva

U jednoj godini ima dvanaest mjeseci ili tristo šezdeset pet dana. U razrednom odjeljenju su trideset dva učenika. Ante je uštedio sto dvadeset tri kune.

Brojevi 1, 12, 365, 32, 123 koji su se pojavili u tim rečenicama nazivaju se **prirodni brojevi**. Njih upotrebljavamo pri prebrojavanju raznovrsnih objekata iz naše okoline.

Skup svih prirodnih brojeva označavamo slovom \mathbf{N} .

Skup prirodnih brojeva

$$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}.$$

Broj 1 je najmanji prirodni broj. Svaki prirodni broj ima svog sljedbenika. Tako je 18 sljedbenik broja 17, 124 je sljedbenik broja 123, itd. Svaki prirodni broj manji je od svog sljedbenika

$$17 < 18, \quad 123 < 124.$$

Svi prirodni brojevi osim broja 1 imaju svog prethodnika. Tako je 10 prethodnik broja 11, 42 je prethodnik broja 43, itd. Svaki je broj veći od svog prethodnika

$$11 > 10, \quad 43 > 42.$$

Najveći prirodni broj **ne postoji**.

Zadaci 1.1

1. Zapiši riječima brojeve od 11 do 20.
2. Zapiši riječima brojeve 156, 1 247, 13 572, 915 436, 1 234 567.
3. Napiši sljedbenike brojeva iz 2. zadatka.
4. Napiši prethodnike brojeva iz 2. zadatka.
5. Zapiši sve prirodne brojeve koji su veći od 42 i manji od 50.

1.2. Računske operacije u skupu N

U skupu prirodnih brojeva rabimo četiri osnovne računске operacije: zbrajanje, oduzimanje, množenje i dijeljenje. Pri tome su zbrajanje i množenje uvijek izvedive, dok za oduzimanje i dijeljenje moraju biti zadovoljeni neki uvjeti.

Zbroj dva prirodna broja je prirodni broj.

$$\begin{array}{c}
 19 + 26 = 45 \\
 \begin{array}{ccc}
 \diagdown & / & | \\
 \text{pribrojnici} & & \text{zbroj}
 \end{array}
 \end{array}$$

Brojeve koje zbrajamo nazivamo **pribrojnici** ili sumandi, a rezultat zbrajanja zove se **zbroj** ili suma.

Svojstvo komutativnosti ili zamjene

Zbrajanje je komutativno, tj. za svaka dva prirodna broja vrijedi

$$a + b = b + a.$$

Dakle, pri zbrajanju je svejedno kojim redoslijedom zbrajamo brojeve. Isti rezultat dobit ćemo, na primjer, pri zbrajanju $5 + 17$ kao i pri zbrajanju $17 + 5$

$$5 + 17 = 17 + 5.$$

Kažemo da je zbrajanje komutativna operacija.

Svojstvo asocijativnosti ili udruživanja

Za svaka tri prirodna broja vrijedi

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Kad u brojevnom izrazu postoje zagrade tada se prvo vrše operacije koje su unutar zagrada. Dakle, u izrazu $(a + b) + c$ prvo će se zbrojiti brojevi a i b , a zatim će se tom zbroju dodati c . Ali, svojstvo asocijativnosti kazuje da ćemo isti rezultat dobiti ako prvo zbrojimo b i c , pa dodamo a .

Primjer 1. Provjerimo svojstvo asocijativnosti na brojevima $a = 19$, $b = 37$, $c = 10$.

▷ $(a + b) + c = (19 + 37) + 10 = 56 + 10 = 66$; $a + (b + c) = 19 + (37 + 10) = 19 + 47 = 66$. Dakle, u oba slučaja dobili smo isti rezultat. ◁

Ova dva svojstva nam omogućavaju brže računanje zbrojeva s više pribrojnika.

Primjer 2. Izračunajmo $27 + 45 + 13 + 55$.

▷ Primjenjujući komutativnost i asocijativnost zbrajanja: $27 + 45 + 13 + 55 = (27 + 13) + (45 + 55) = 40 + 100 = 140$. ◁

Množenje

Umnožak dva prirodna broja je prirodan broj.

$$12 \cdot 15 = 180$$

\
/
|

faktori
umnožak

Brojeve koje množimo zovemo **faktori**, a rezultat množenja nazivamo **umnožak** ili produkt.

Svojstvo komutativnosti

Množenje je komutativno, tj. za svaka dva prirodna broja vrijedi

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

Kao i kod zbrajanja, tako je i kod množenja svejedno u kojem poretku množimo brojeve.

Svojstvo asocijativnosti

Za svaka tri prirodna broja vrijedi

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Primjer 3. Izračunajmo $(12 \cdot 7) \cdot 25$.

▷ Primjenjujući komutativnost, pa asocijativnost imamo $(12 \cdot 7) \cdot 25 = (7 \cdot 12) \cdot 25 = 7 \cdot (12 \cdot 25) = 7 \cdot 300 = 2100$. ◁

Umnožak bilo kojeg prirodnog broja i broja 1 je taj isti broj, tj. $a \cdot 1 = a$.

Kažemo da je 1 neutralni element za množenje.
Sljedeće svojstvo povezuje operacije množenja i zbrajanja.

Primjer 4. Marija je kupila 7 kg slatkih i 8 kg reskih jabuka. Obje vrste jabuka su imale istu cijenu, 5 kn po kilogramu. Koliko je Marija platila te jabuke?

▷ Možemo računati ovako. Slatke je jabuke platila $5 \cdot 7 = 35$ kn, a reske $5 \cdot 8 = 40$ kn. Dakle, ukupno je platila 75 kn:

$$5 \cdot 7 + 5 \cdot 8 = 35 + 40 = 75.$$

Pri ovom načinu računanja imali smo 2 množenja i jedno zbrajanje. No, mogli smo računati i ovako: ukupno je bilo $7 + 8 = 15$ kg jabuka, pa je Marija platila $15 \cdot 5 = 75$ kn:

$$5 \cdot (7 + 8) = 5 \cdot 15 = 75.$$

Ovdje smo izvršili jedno zbrajanje i jedno množenje, dakle, jednu operaciju manje nego na prethodni način, a rezultat je isti. Dakle

$$5 \cdot (7 + 8) = 5 \cdot 7 + 5 \cdot 8. \quad \triangleleft$$

Ovo svojstvo se zove **distributivnost množenja prema zbrajanju**.

Distributivnost

Za svaka tri prirodna broja a , b , c vrijedi

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c.$$

Oduzimanje

U skupu \mathbb{N} oduzimati možemo samo manji broj od većeg.

Broj od kojeg oduzimamo zovemo **umanjenik** ili minuend, a broj koji oduzimamo zovemo **umanjitelj** ili suptrahend. Rezultat oduzimanja naziva se **razlika** ili diferencija.

$$\begin{array}{ccc}
 25 & - & 10 = 15 \\
 | & & | & & | \\
 \text{umanjenik} & & \text{umanjitelj} & & \text{razlika}
 \end{array}$$

Odrediti razliku dva broja znači naći broj koji zbrojen s umanjiteljem daje umanjenika.

$$25 - 10 = 15 \quad \text{jer je} \quad 15 + 10 = 25.$$

Oduzimanje nije ni komutativno, ni asocijativno, ali vrijedi distributivnost množenja prema oduzimanju, tj.

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c.$$

Primjer 5. Pokažimo da oduzimanje nije asocijativno. Izračunajmo $12 - (5 - 2)$ i $(12 - 5) - 2$.

▷ $12 - (5 - 2) = 12 - 3 = 9$ dok je $(12 - 5) - 2 = 7 - 2 = 5$. Dakle, očito je da pri oduzimanju različitim grupiranjem dobivamo različite rezultate. ◁

Dijeljenje

$$\begin{array}{ccc}
 18 & : & 3 = 6 \\
 | & & | & & | \\
 \text{djeljenik} & & \text{djelitelj} & & \text{količnik}
 \end{array}$$

Broj koji dijelimo naziva se **djeljenik** ili dividend, broj kojim dijelimo **djelitelj** ili divizor. Rezultat dijeljenja zove se **količnik** ili kvocijent.

Podijeliti djeljenika s djeliteljem znači naći broj koji pomnožen s djeliteljem daje djeljenika.

$$18 : 3 = 6 \quad \text{jer je} \quad 3 \cdot 6 = 18.$$

Očito je da niti dijeljenje nije uvijek izvedivo u skupu \mathbf{N} . Dijeljenje također nije ni komutativno ni asocijativno.

Primjer 6. Pokažimo da dijeljenje nije komutativno.

▷ Tako je, na primjer, $24 : 4 = 6$, ali $4 : 24$ nije niti izvedivo u skupu \mathbf{N} . ◁

Redoslijed računskih operacija

Pri izvođenju nekoliko računskih operacija poštujemo sljedeća pravila:

- ako u izrazu nema zagrada, prvo se vrše operacije višeg prioriteta: množenje i dijeljenje, a zatim operacije zbrajanja i oduzimanja;
- ako u izrazu nema zagrada, operacije istog prioriteta vrše se onim redom kako su zapisane, tj. s lijeva na desno, osim ako se može primijeniti neko od svojstava koje će ubrzati računanje;
- ako u izrazu postoje zagrade, prvo se vrše operacije u zagradama.

Primjer 7. Izračunajmo

a) $20 - 3 \cdot 5$; b) $120 : 30 : 2 \cdot 3$.

▷ a) Množenje je operacija višeg prioriteta, te se prvo vrši množenje, pa tek zatim oduzimanje:

$$20 - 3 \cdot 5 = 20 - 15 = 5.$$

b) Dijeljenje i množenje su operacije istog prioriteta, pa operacije vršimo s lijeva na desno:

$$120 : 30 : 2 \cdot 3 = 4 : 2 \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6. \quad \triangleleft$$

Primjer 8. Izračunajmo $(4 \cdot 6 + 2) + (5 + 3 \cdot 4 - 6) \cdot 7 + 10 \cdot 11$.

$$\begin{aligned} \triangleright (4 \cdot 6 + 2) + (5 + 3 \cdot 4 - 6) \cdot 7 + 10 \cdot 11 &= (24 + 2) + (5 + 12 - 6) \cdot 7 + 10 \cdot 11 = \\ 26 + (17 - 6) \cdot 7 + 110 &= 26 + 11 \cdot 7 + 110 = 26 + 77 + 110 = 213. \quad \triangleleft \end{aligned}$$

Zadaci 1.2**1. Izračunaj:**

a) $342 + 756$; b) $483 + 821$; c) $123 + 456$;
 d) $945 + 129$; e) $346 + 399$; f) $897 + 798$;
 g) $1235 + 49721$; h) $45979 + 129$; i) $3589 + 5555$.

2. Izračunaj:

a) $358 + 472 + 35$; b) $800 + 256 + 435$;
 c) $1257 + 1000 + 363$; d) $250 + 494 + 250$;
 e) $9999 + 728 + 1$; f) $4568 + 201 + 32$.

3. Izračunaj:

a) $12 + 35 + 18 + 75$; b) $37 + 12 + 43 + 28$;
 c) $135 + 225 + 47 + 163$; d) $1234 + 278 + 6 + 2$;
 e) $123 + 327 + 428 + 122$; f) $1008 + 289 + 111 + 992$.

4. Izračunaj:

a) $37 \cdot 25$; b) $42 \cdot 99$; c) $75 \cdot 67$;
 d) $29 \cdot 123$; e) $458 \cdot 897$; f) $4591 \cdot 337$.

5. Izračunaj:

a) $27 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 3$; b) $25 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2$;
 c) $142 \cdot 7 \cdot 50$; d) $3 \cdot 100 \cdot 4 \cdot 100$.

6. Izračunaj primjenjujući svojstva množenja:

a) $11 \cdot 2 \cdot 5$; b) $37 \cdot 15 \cdot 2$;
 c) $4 \cdot 327 \cdot 25$; d) $25 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 3$;
 e) $8 \cdot 7 \cdot 75 \cdot 10$; f) $125 \cdot 13 \cdot 4 \cdot 26$.

7. Koristeći svojstva zbrajanja i množenja, izračunaj na najbrži mogući način:

a) $173 \cdot 10 + 28 \cdot 10$; b) $72 \cdot 15 + 72 \cdot 19$;
 c) $451 \cdot 23 + 451 \cdot 57$; d) $99 \cdot 27 + 121 \cdot 27$;
 e) $3 \cdot 17 + 14 \cdot 17 + 15 \cdot 17$; f) $34 \cdot 21 + 20 \cdot 21 + 21 \cdot 86$;
 g) $321 \cdot 73 + 222 \cdot 73 + 73 \cdot 42 + 73 \cdot 291$.

8. Ante je radio 3 dana po 8 sati na dan, Jurica 4 dana po 7 sati dnevno, dok je Miro radio 5 dana po 10 sati dnevno. Ako je cijena jednog radnog sata 14 kuna, koliko su ukupno kuna zaradili?

9. U zgradi postoje 3 jednosobna stana površine 45 m^2 , 5 dvosobnih stanova od 54 m^2 , te dva trosobna stana površine 76 m^2 . Ako je mjesečna cijena grijanja 1 m^2 stana 4 kune, koliki je mjesečni račun za grijanje cijele zgrade?
10. Prosječna mjesečna potrošnja vode po osobi je 450 litara. Ako u zgradi živi 10 dvočlanih obitelji, 12 tročlanih, 7 četveročlanih i jedna šesteročlana obitelj, kolika je prosječna mjesečna potrošnja vode u toj zgradi?
11. U nekom skladištu kućanskih aparata nalazi se 17 paketa sa po 4 glačala vrijednosti 179 kn po aparatu, 20 paketa sa po 2 kompleta ručnih miksera u svakom paketu, vrijednosti 466 kn po kompletu, te 11 sanduka sa po 6 mikrovalnih pećnica u svakom i pojedinačne vrijednosti 1420 kn. Kolika je ukupna vrijednost tih aparata u skladištu?
12. Automobil troši 8 l benzina na 100 km. Izračunaj koliko je litara benzina potrebno za put od 1200 km. Koliko je kilometara moguće prijeći s 48 l benzina?
13. Bazen se puni s tri cijevi. Kroz jednu cijev protječe 143 m^3 vode u jednom satu, kroz drugu 83 m^3 vode u satu, a kroz treću 121 m^3 vode u satu. Koliko je m^3 vode u bazenu nakon 7 sati punjenja? Koliko je m^3 vode u bazenu nakon 10 sati punjenja, ako kroz prve dvije cijevi voda utječe u bazen, a trećom istječe?
14. Izmjeri duljinu i širinu naslovne stranice ove knjige iz matematike (mjere zapiši u milimetrima), te izračunaj opseg i površinu stranice.
15. Izračunaj:
- | | | |
|------------------|------------------|--------------------|
| a) $729 - 12$; | b) $458 - 34$; | c) $1228 - 729$; |
| d) $991 - 199$; | e) $357 - 142$; | f) $2873 - 1999$. |
16. Izračunaj na najbrži način:
- | | |
|--|--|
| a) $123 \cdot 10 - 75 \cdot 10$; | b) $291 \cdot 15 - 105 \cdot 15$; |
| c) $457 \cdot 11 - 327 \cdot 11$; | d) $221 \cdot 29 - 29 \cdot 101$; |
| e) $257 \cdot 27 - 133 \cdot 27 + 27 \cdot 42$; | f) $394 \cdot 123 + 451 \cdot 123 - 700 \cdot 123$. |
17. Izračunaj:
- | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| a) $6 + 9 \cdot 12 + 5$; | b) $(6 + 9) \cdot 12 + 5$; | c) $6 + 9 \cdot (12 + 5)$; |
| d) $(6 + 9) \cdot (12 + 5)$; | e) $4 \cdot 7 + 8 \cdot 11$; | f) $4 \cdot (7 + 8) \cdot 11$. |
18. Izračunaj:
- | | |
|---|---|
| a) $(4 + 5) \cdot 8 + 12 \cdot (15 + 11)$; | b) $4 + 5 \cdot 8 + 12 \cdot 15 + 11$; |
| c) $4 + (5 \cdot 8 + 12) \cdot 15 + 11$; | d) $4 + 5 \cdot (8 + 12 \cdot 15) + 11$; |
| e) $(9 + 17) \cdot 21 + 35 \cdot (63 + 79)$; | f) $9 + 17 \cdot 21 + 35 \cdot 63 + 79$; |
| g) $9 + (17 \cdot 21 + 35) \cdot 63 + 79$; | h) $9 + 17 \cdot (21 + 35 \cdot 63) + 79$. |
19. Izračunaj:
- | | |
|---|--|
| a) $(163 - 142) \cdot 5 + 3 \cdot (19 - 11)$; | b) $163 - 14 \cdot 5 + 3 \cdot 19 - 11$; |
| c) $400 - 100 \cdot 3 + 5 \cdot (125 - 3 \cdot 32)$; | d) $35 - 5 \cdot 4 - 4 \cdot (18 - 17)$; |
| e) $(299 + 135) \cdot 7 + 29 \cdot (423 - 399)$; | f) $299 - 13 \cdot 7 + 29 \cdot 423 - 399$; |
| g) $(299 - 13 \cdot 7 + 29) \cdot 423 - 399$; | h) $387 - 15 \cdot (35 - 27) + 15 - 15 \cdot 14$. |
20. Izračunaj:
- | | |
|---|--|
| a) $20 \cdot (14 + 5 \cdot (20 + 17))$; | b) $(12 + (4 \cdot 5 + 3) \cdot 8) \cdot 15$; |
| c) $((17 + 8 \cdot 3) + 3) \cdot 14 \cdot 10$; | d) $7 \cdot ((3 + 12) + 17) + 3 \cdot 11$. |
21. Izračunaj:
- | | |
|--|---|
| a) $457 - 2 \cdot 38 - 3 \cdot (27 - 8)$; | b) $(945 - 45 \cdot 7) - (123 - 6 \cdot 12)$; |
| c) $(359 - 31) \cdot 2 - 359 - 31$; | d) $(1243 - 243 \cdot 2) + 18 \cdot (20 - 2)$. |
22. Izračunaj:
- | | |
|--|--|
| a) $13 \cdot 7 + 15 \cdot 7$; | b) $23 \cdot 9 + 23 \cdot 11 + 23 \cdot 14$; |
| c) $151 \cdot 19 + 19 \cdot 140 - 19 \cdot 23$; | d) $230 \cdot 12 - 140 \cdot 12 + 28 \cdot 12$. |

23. Izračunaj:
- | | | |
|-----------------|----------------------|-------------------|
| a) $8888 : 8$; | b) $123\,400 : 10$; | c) $2456 : 2$; |
| d) $728 : 4$; | e) $56\,781 : 9$; | f) $2500 : 100$. |
24. Izračunaj:
- | | | |
|----------------------|----------------------|---------------------|
| a) $414 : 18$; | b) $1645 : 47$; | c) $1845 : 15$; |
| d) $28\,416 : 111$; | e) $20\,868 : 564$; | f) $14\,916 : 12$. |
25. Izračunaj:
- | | |
|--------------------|----------------------|
| a) $945 : 5 - 5$; | b) $945 : 1 + 5$; |
| c) $320 : 2 + 8$; | d) $320 : (2 + 8)$. |
26. Izračunaj:
- | | |
|--|---|
| a) $(189 : 3 - 27) : 6$; | b) $(225 : 9 + 15) : 10$; |
| c) $(324 : (36 : 2)) : (3 \cdot 3)$; | d) $((324 : 36) : 3) \cdot 3$; |
| e) $324 : (36 : 3) \cdot 3$; | f) $2\,000 : (100 \cdot 5)$; |
| g) $2\,000 : 100 \cdot 5$; | h) $1\,000 - (10\,000 : 100) \cdot 9$; |
| i) $(392 : 7 - 12) : 4 + 6$; | j) $298 - (1\,440 : 12 - 10) : 11$; |
| k) $1\,024 : 256 + 128 \cdot 2 : 32$; | l) $1 + 999 : 3 - 2 \cdot 49 : 7$. |
27. 4096 litara soka treba razdijeliti u dvolitrene boce. Koliko je boca potrebno?
28. U paketu čija je vrijednost 320 kn nalazi se 64 komada čokolade. Kolika je vrijednost jedne čokolade?
29. Na istom vodomjeru priključena su tri poslovna prostora. Prvi poslovni prostor potroši 6 m^3 vode dnevno, drugi 11 m^3 vode dnevno, a treći 9 m^3 vode dnevno. Koliko svaki od triju vlasnika poslovnih prostora mora platiti za potrošnju vode, ako je skupni račun za ožujak iznosio 3224 kune?
30. Kamionom je iz Slovenije u Hrvatsku preveženo 12 istovrsnih paleta građevinskog materijala. Ukupna carina iznosila je 5808 kn. Koliko iznosi carina za jednu paletu?

1.3. Djeljivost

Primjer 1. Pomnožimo broj 7 sa prvih 9 prirodnih brojeva.

▷

$$\begin{array}{lll}
 1 \cdot 7 = 7 & 4 \cdot 7 = 28 & 7 \cdot 7 = 49 \\
 2 \cdot 7 = 14 & 5 \cdot 7 = 35 & 8 \cdot 7 = 56 \\
 3 \cdot 7 = 21 & 6 \cdot 7 = 42 & 9 \cdot 7 = 63. \quad \triangleleft
 \end{array}$$

Brojevi 7, 14, 21, ..., 63 nazivaju se **višekratnici** broja 7. Zapisujemo ih u obliku $7k$, gdje je k prirodan broj.

Višekratnik

Višekratnik broja a je umnožak tog broja a i nekog prirodnog broja k .

Primjer 2. Napišimo prvih 5 višekratnika brojeva 8 i 11.

▷ Prvih pet višekratnika broja 8 su 8, 16, 24, 32, 40. Prvih pet višekratnika broja 11 su 11, 22, 33, 44, 55. ◁

Očito je da ne postoji najveći višekratnik broja a . Najmanji višekratnik broja a jest on sam jer je $a \cdot 1 = a$.

Uz pojam višekratnika usko je vezan pojam djelitelja broja.

Broj b djelitelj je broja a ako je a višekratnik broja b , tj. ako je $a = kb$ za neki prirodni broj k .

Kažemo da je a **djeljiv** s b ili da b dijeli a .

Primjer 3. Napišimo sve djelitelje broja 18.

▷ Djelitelji broja 18 su 1, 2, 3, 6, 9 i 18. ◁

Kriteriji djeljivosti

Primjer 4. Brojevi 10, 20, 40, 70, 110, 200, 4000, 3210 su višekratnici broja 10. Što primjećujemo?

▷ Svaki od ovih brojeva završava znamenkom 0. To vrijedi i općenito. ◁

Kriterij djeljivosti s 10

Broj je djeljiv s 10 ako i samo ako mu je znamenka jedinica jednaka 0.

Korisno je znati još neke kriterije djeljivosti pomoću kojih možemo brzo, bez dijeljenja, uočiti je li prirodni broj djeljiv s 2, 5, 3 ili 9.

Kriterij djeljivosti s 5

Broj je djeljiv s 5 ako i samo ako mu je znamenka jedinica 0 ili 5.

Kriterij djeljivosti s 2

Broj je djeljiv s 2 ako i samo ako mu je znamenka jedinica jedan od brojeva 0, 2, 4, 6 ili 8.

Brojeve djeljive s 2 nazivamo **parni** brojevi, dok brojeve koji nisu djeljivi s 2 nazivamo **neparni** brojevi.

Primjer 5. Primjenjujući kriterije djeljivosti odredimo koji su od sljedećih brojeva djeljivi s 10, 2 odnosno 5: 12, 47, 470, 2791, 250, 355, 4721, 27 058.

▷ S 2 su djeljivi 12, 470, 250, 27 058. S 5 su djeljivi 470, 250, 355. S 10 su djeljivi 470, 250. ◁

Primjer 6. Popunimo tablicu

Broj	180	816	615	32 871	194 862
Količnik pri dijeljenju s 3					
Zbroj znamenaka broja					

S kojim brojem su djeljivi brojevi iz prvog retka? Što primjećujemo u svezi sa brojevima u trećem retku?

▷ Budući da su se svi brojevi mogli podijeliti s 3, slijedi da su djeljivi s 3. Zbrojevi znamenaka su redom 9, 15, 12, 21, 30 i svi ti zbrojevi također su djeljivi s 3. Time smo provjerili sljedeći kriterij djeljivosti s 3.

Kriterij djeljivosti s 3

Prirodni je broj djeljiv s 3 ako mu je zbroj znamenaka djeljiv s 3.

Slično vrijedi i za djeljivost s 9.

Kriterij djeljivosti s 9

Prirodni je broj djeljiv s 9 ako mu je zbroj znamenaka djeljiv s 9.

Primjer 7. Ne dijeleći, odredimo koji su od brojeva 3557, 289 134, 9 996 327, 4321, 1 103 964, 1 002 955 djeljivi s 3, a koji s 9.

▷ Zbrojevi znamenaka tih brojeva su redom: 20, 27, 45, 10, 24, 22. Dakle, s 3 su djeljivi brojevi 289 134, 9 996 327, 1 103 964, dok su s 9 djeljivi 289 134 i 9 996 327. ◁

Prosti i složeni brojevi

Primjer 8. Napišimo sve djelitelje brojeva

a) 7; b) 19; c) 12; d) 27.

▷ Djelitelji broja 7 su 1 i 7. Djelitelji broja 19 su 1 i 19. Djelitelji broja 12 su 1, 2, 3, 4, 6 i 12. Djelitelji broja 27 su 1, 3, 9 i 27. ◁

Brojeve koji imaju točno dva djelitelja nazivamo **prosti** ili prim brojevi.

Dakle, prosti brojevi su djeljivi samo s 1 i sa samim sobom.

Prvih nekoliko takvih brojeva su 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...

Brojevi koji imaju više od dva djelitelja nazivaju se **složeni** brojevi. Tako su, na primjer, brojevi 12 i 27 složeni brojevi.

Broj 1 ima samo jednog djelitelja, pa 1 nije ni prost niti složen broj.

Rastavljanje na proste faktore

Svaki se složeni broj može prikazati kao umnožak prostih faktora. Pokažimo na primjeru jedan način rastavljanja broja na proste faktore.

Primjer 9. Rastavimo broj 48 na proste faktore.

▷

$$\begin{aligned}
 48 &= 6 \cdot 8 \\
 &= 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \\
 &= 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\
 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad \triangleleft
 \end{aligned}$$

Zadaci 1.3

- Napiši prvih 7 višekratnika brojeva
a) 3; b) 11; c) 14; d) 10.
- Napiši prvih 5 višekratnika brojeva
a) 100; b) 421; c) 999; d) 1236.
- Napiši sve dvoznamenkaste višekratnike brojeva
a) 7; b) 13; c) 21; d) 42.
- Napiši sve troznamenkaste višekratnike brojeva
a) 101; b) 98; c) 250; d) 727.
- Napiši sve djelitelje brojeva
a) 15; b) 21; c) 24; d) 36;
e) 72; f) 100; g) 81; h) 96.
- Napiši sve djelitelje brojeva
a) 144; b) 250; c) 360; d) 343;
e) 999; f) 375; g) 1000; h) 4096.
- Napiši sve djelitelje brojeva
a) 7; b) 11; c) 23; d) 19.
- Odredi sve brojeve čiji višekratnik je
a) 18; b) 42; c) 49; d) 75.
- Odredi sve brojeve čiji višekratnik je
a) 100; b) 121; c) 144; d) 180.
- Primjenjujući kriterije djeljivosti odredi koji od danih brojeva su djeljivi s 2:
a) 471; b) 1824; c) 2001; d) 47926.
- Primjenjujući kriterije djeljivosti odredi koji od danih brojeva nisu djeljivi s 2:
a) 399; b) 420; c) 1734; d) 2008.
- Primjenjujući kriterije djeljivosti odredi koji od danih brojeva su djeljivi s 5:
a) 455; b) 760; c) 1999; d) 2045.
- Primjenjujući kriterije djeljivosti odredi koji od danih brojeva su djeljivi s 3:
a) 823; b) 19999; c) 20001; d) 220002.

14. Primjenjujući kriterije djeljivosti odredi koji od danih brojeva su djeljivi s 9:
 a) 428; b) 7321; c) 2457; d) 19998.
15. Provjeri koji su od brojeva 3192, 1995, 6622, 1254 djeljivi sa:
 a) 7; b) 11; c) 19; d) 21.
16. Napiši sve dvoznamenkaste brojeve djeljive s:
 a) 20; b) 16; c) 9; d) 51.
17. Napiši sve višekratnike broja 7 između 100 i 200 koji su ujedno djeljivi i s 5.
18. Napiši sve višekratnike broja 11 između 40 i 400 koji su djeljivi i sa 6.
19. Napiši sve dvoznamenkaste brojeve koji su djeljivi s 4 i s 3.

* * *

20. Koji od zadanih brojeva su prosti, a koji su složeni brojevi?
 a) 37; b) 427; c) 255; d) 1001;
 e) 1000; f) 144; g) 343; h) 29;
 i) 290; j) 101; k) 125; l) 2001.
21. Napiši sve dvoznamenkaste proste brojeve.
22. Napiši sve parove dvoznamenkastih prostih brojeva čija razlika je 2.
23. Rastavi na proste faktore
 a) 36; b) 144; c) 98; d) 432;
 e) 180; f) 343; g) 256; h) 375.
24. Rastavi na proste faktore
 a) 1024; b) 2160; c) 2880; d) 10000;
 e) 2001; f) 3150; g) 3969; h) 20000.

1.4. Najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik

Primjer 1. Napišimo sve djelitelje brojeva 72 i 200, te istaknimo zajedničke djelitelje.

▷ Djelitelji broja 72 su 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 i 72. Djelitelji broja 200 su 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100 i 200. Brojevi koji su zajednički djelitelji su 1, 2, 4, 8. Najveći od njih je 8 i nazivamo ga **najveći zajednički djelitelj** ili najveća zajednička mjera brojeva 72 i 200 i označavamo $D(72, 200) = 8$. ◁

Najveći zajednički djelitelj brojeva a i b jest najveći broj koji dijeli oba broja a i b .

Nije uvijek efikasno tražiti sve djelitelje zadanih brojeva. Stoga ćemo naučiti drugi postupak određivanja najvećeg zajedničkog djelitelja.

Rastavimo brojeve 72 i 200 na proste faktore

$$72 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 3 \cdot 3$$

$$200 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 5 \cdot 5$$

U oba broja tri puta se kao faktor pojavljuje 2. Dakle, $D(72, 200) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. U najvećem zajedničkom djelitelju pojavljuju se samo oni faktori koji se nalaze i u jednom i u drugom broju.

Primjer 2. Izračunajmo:

a) $D(17, 340)$; **b)** $D(20, 27)$.

▷ **a)** 17 je prost broj te ga ne rastavljamo na proste faktore.

$$17 = \underline{17}$$

$$340 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \underline{17} \qquad D(17, 340) = 17.$$

Ovu situaciju općenito opisujemo ovako: ako a dijeli b , tada je $D(a, b) = a$.

b) $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$, $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3$. 20 i 27 nemaju zajedničkih prostih faktora, ali budući da 1 dijeli oba broja, slijedi da je $D(20, 27) = 1$.

Brojevi kojima je 1 najveći zajednički djelitelj nazivaju se **relativno prosti** brojevi. ◀

Proučimo problem traženja najmanjeg zajedničkog višekratnika.

Primjer 3. Napišimo prvih 10 višekratnika brojeva 12 i 30.

▷ Prvih deset višekratnika broja 12 su 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108 i 120. Prvih deset višekratnika broja 30 su 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270 i 300. ◀

Uočimo da su 60 i 120 zajednički višekratnici za oba broja. Naravno da ih ima još, ali 60 je najmanji od svih zajedničkih višekratnika. 60 nazivamo **najmanji zajednički višekratnik** od 12 i 30 i označavamo s $V(12, 30) = 60$.

Najmanji zajednički višekratnik brojeva a i b jest najmanji broj koji je višekratnik oba broja a i b .

Pokažimo kako se određuje najmanji zajednički višekratnik pomoću rastavljanja brojeva na proste faktore.

Rastavimo 12 i 30 na proste faktore

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \qquad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Faktor 2 se u rastavu broja 12 pojavljuje 2 puta, a u rastavu broja 30 jedanput, pa će se u najmanjem zajedničkom višekratniku pojaviti 2 puta. Faktor 3 se u rastavu brojeva 12 i 30 pojavljuje jedanput, pa će se i u najmanjem zajedničkom višekratniku pojaviti jedanput. I konačno, faktor 5 se u rastavu broja 12 ne pojavljuje, dok se u rastavu broja 30 pojavljuje jedanput, pa će se i u najmanjem zajedničkom višekratniku pojaviti jedanput. Sad imamo

$$V(12, 30) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60.$$

Općenito, u najmanjem zajedničkom višekratniku se faktori rastava brojeva pojavljuju onoliko puta koliki je veći broj pojavljivanja u pojedinačnim rastavima brojeva.

Primjer 4. Izračunajmo:

a) $V(144, 100)$; b) $V(81, 9)$.

▷ a) $144 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$, $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$, $V(144, 100) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3600$.

b) $81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, $9 = 3 \cdot 3$, $V(81, 9) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$. ◁

Primjer 5. Izračunajmo $D(48, 120)$ i $V(48, 120)$.

▷ Rastavimo 48 i 120 na proste faktore.

$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ i $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$. Faktori zajednički u oba rastava su 2, 2 i 3, tj. $D(48, 120) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$. $V(48, 120) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 240$. ◁

Pokažimo još jedan način određivanja najvećeg zajedničkog djelitelja i najmanjeg zajedničkog višekratnika. Izradimo ovakvu shemu

48,	120		2
24	60		2
12	30		2
6	15		3
2	5		2
1	5		5
1	1		

U prvi redak zapisujemo brojeve 48 i 120, a u treći stupac prvog retka broj 2 jer s njim možemo podijeliti i 48 i 120. U drugi redak zapisujemo rezultate tog dijeljenja. Brojevi 24 i 60 opet su djeljivi s 2, što se zapisuje na kraj drugog retka, a u treći pišemo rezultate dijeljenja, tj. 12 i 30. Njih opet dijelimo s 2, a zatim s 3. Time smo iscrpili zajedničke djelitelje, te povlačimo crtu. Dakle, $D(48, 120) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$. Preostali brojevi 2 i 5 ući će kao faktori u najmanji zajednički višekratnik, tj. $V(48, 120) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 240$.

Zadaci 1.4

1. Napiši sve djelitelje brojeva

a) 24;	b) 39;	c) 56;	d) 72;
e) 144;	f) 150;	g) 180;	h) 1000.
2. Napiši sve zajedničke djelitelje brojeva

a) 24 i 18;	b) 42 i 48;	c) 100 i 75;
d) 28 i 49;	e) 200 i 300;	f) 625 i 250.
3. Izračunaj najveći zajednički djelitelj brojeva

a) 12 i 18;	b) 24 i 12;	c) 14 i 28;
d) 120 i 60;	e) 100 i 75;	f) 144 i 120.
4. Izračunaj:

a) $D(16, 36)$;	b) $D(75, 125)$;	c) $D(18, 56)$;
d) $D(49, 28)$;	e) $D(144, 180)$;	f) $D(1000, 375)$.
5. Izračunaj:

a) $D(16, 27)$;	b) $D(18, 125)$;	c) $D(55, 62)$;
d) $D(49, 72)$;	e) $D(63, 25)$;	f) $D(100, 33)$.
6. Izračunaj:

a) $D(8, 16)$;	b) $D(18, 36)$;	c) $D(40, 120)$;
d) $D(144, 72)$;	e) $D(11, 110)$;	f) $D(100, 10\,000)$.

7. Izračunaj:
a) $D(8, 12, 30)$; b) $D(144, 60, 84)$; c) $D(1000, 200, 500)$.
8. Napiši prvih 11 višekratnika brojeva
a) 7; b) 13; c) 21; d) 100.
9. Izračunaj najmanji zajednički višekratnik brojeva:
a) 12 i 18; b) 36 i 72; c) 144 i 120;
d) 200 i 75; e) 180 i 50; f) 1000 i 400.
10. Izračunaj:
a) $V(18, 24)$; b) $V(25, 40)$; c) $V(12, 15)$;
d) $V(60, 72)$; e) $V(45, 27)$; f) $V(49, 14)$.
11. Izračunaj:
a) $V(16, 8)$; b) $V(14, 28)$; c) $V(3, 81)$;
d) $V(10, 1000)$; e) $V(25, 1000)$; f) $V(11, 99)$.
12. Izračunaj:
a) $V(25, 4)$; b) $V(11, 7)$; c) $V(27, 16)$;
d) $V(50, 9)$; e) $V(12, 7)$; f) $V(100, 3)$.
13. Izračunaj najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik brojeva
a) 48 i 100; b) 12 i 15; c) 288 i 88.
14. Izračunaj:
a) $V(18, 12, 9)$; b) $V(15, 12, 20)$; c) $V(10, 15, 4)$;
d) $V(20, 40, 160)$; e) $V(100, 20, 50)$; f) $V(144, 256, 288)$.
15. U prodavaonicu se mlijeko dostavlja svaki drugi dan, jogurt svaki četvrti dan, a topljeni sir svakih petnaest dana. Ako su danas dostavljene sve tri namirnice, za koliko će dana opet biti dostavljene sve tri namirnice isti dan?
16. Manji zupčanik ima 8 zubaca, a veći 12. Zupci u kojima se zupčanici dodiruju u ovom trenutku označeni su crvenom bojom. Koliko krugova se treba vrtiti manji zupčanik da se crveni zupci opet dodirnu?

1.5. Rješenja zadataka

Rješenja 1.1

1. Jedanaest, dvanaest, trinaest, četrnaest, petnaest, šesnaest, sedamnaest, osamnaest, devetnaest, dvadeset.
2. Sto pedeset šest, tisuću dvjesto četrdeset sedam, trinaest tisuća petsto sedamdeset dva, devetsto petnaest tisuća četiristo trideset šest, milijun dvjesto trideset četiri tisuće petsto šezdeset sedam.
3. 157, 1 248, 13 573, 915 437, 1 234 568.
4. 155, 1 246, 13 571, 915 435, 1 234 566.
5. 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49.

Rješenja 1.2

1. a) 1098; b) 1304; c) 579; d) 1074; e) 745; f) 1695; g) 50956; h) 46 108; i) 9144.
2. a) 865; b) 1491; c) 2620; d) 994; e) 10 728; f) 4801.
3. a) $(12 + 18) + (35 + 75) = 30 + 110 = 140$; b) 120; c) 570; d) 1520; e) $(123 + 327) + (428 + 122) = 450 + 550 = 1000$; f) $(1008 + 992) + (289 + 111) = 2000 + 400 = 2400$.
4. a) 925; b) 4158; c) 5025; d) 3567; e) 410 826; f) 1 547 167.
5. a) $27 \cdot 6 \cdot 10 = 162 \cdot 10 = 1620$; b) 1000; c) 49 700; d) 120 000.
6. a) 110; b) 1110; c) 32 700; d) 3300; e) 42 000; f) 169 000.
7. a) 2010; b) 2448; c) 36 080; d) 5940; e) 544; f) 2940; g) 63 948.
8. $(3 \cdot 8 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 10) \cdot 14 = 1428$ kn.
9. $(3 \cdot 45 + 5 \cdot 54 + 2 \cdot 76) \cdot 4 = 2228$ kn.
10. $450 \cdot (10 \cdot 2 + 12 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 1 \cdot 6) = 40 500$ l.
11. $17 \cdot 4 \cdot 179 + 20 \cdot 2 \cdot 466 + 11 \cdot 6 \cdot 1420 = 124 532$ kn.
12. 96 l, 600 km.
13. 2429 m^3 , 1050 m^3 .
15. a) 717; b) 424; c) 499; d) 792; e) 215; f) 874.
16. a) 480; b) 2790; c) 1430; d) 3480; e) 4482; f) 17 835.
17. a) 119; b) 185; c) 159; d) 255; e) 116; f) 660.
18. a) 384; b) 235; c) 795; d) 955; e) 5516; f) 2650; g) 24 784; h) 37 930.
19. a) 129; b) 139; c) 245; d) 11; e) 3734; f) 12 076; g) 99 852; h) 72.
20. a) 3980; b) 2940; c) 6160; d) 257.
21. a) 324; b) 579; c) 266; d) 1081.
22. a) 196; b) 782; c) 5092; d) 1416.
23. a) 1111; b) 12 340; c) 1228; d) 182; e) 6309; f) 25.
24. a) 23; b) 35; c) 123; d) 256; e) 37; f) 1243.
25. a) 184; b) 950; c) 168; d) 32.
26. a) 6; b) 4; c) 2; d) 9; e) 81; f) 4; g) 100; h) 100; i) 17; j) 288; k) 12; l) 320.
27. 2048 boca.
28. 5 kn.
29. $3224 : ((6 + 11 + 9) \cdot 31) = 4 \text{ kn/m}^3$. Prvi treba platiti 744 kn, drugi 1364 kn, a treći 1116 kn.
30. 484 kn.

Rješenja 1.3

1. a) 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21; b) 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77; c) 14, 28, 42, 56, 70, 84, 98; d) 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70.
2. a) 100, 200, 300, 400, 500; b) 421, 842, 1263, 1684, 2105; c) 999, 1998, 2997, 3996, 4995; d) 1236, 2472, 3708, 4944, 6180.
3. a) 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98; b) 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91; c) 21, 42, 63, 84; d) 42, 84.
4. a) 101, 202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909; b) 196, 294, 392, 490, 588, 686, 784, 882, 980; c) 250, 500, 750; d) 727.
5. a) 1, 3, 5, 15; b) 1, 3, 7, 21; c) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24; d) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36; e) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72; f) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100; g) 1, 3, 9, 27, 81; h) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96.
6. a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144; b) 1, 2, 5, 10, 25, 50, 125, 250; c) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360; d) 1, 7, 49, 343; e) 1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999; f) 1, 3, 5, 15, 25, 75, 125, 375; g) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 125, 200, 250, 500, 1000; h) 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096.
7. a) 1, 7; b) 1, 11; c) 1, 23; d) 1, 19.
8. a) 1, 2, 3, 6, 9, 18; b) 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42; c) 1, 7, 49; d) 1, 3, 5, 15, 25, 75.
9. a) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100; b) 1, 11, 121; c) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144; d) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180.
10. 1824 i 47 926. 11. 399.
12. 455, 760, 2045. 13. 20 001, 220 002.
14. 2457, 19 998.
15. a) 3192, 1995, 6622; b) 6622, 1254; c) 3192, 1995, 1254; d) 3192, 1995.
16. a) 20, 40, 60, 80; b) 16, 32, 48, 64, 80, 96; c) 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99; d) 51.
17. 105, 140, 175.
18. 66, 132, 198, 264, 330, 396.
19. To su višekratnici od 12, tj. 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96.
20. a) Prost; b) složen, djeljiv je sa 7; c) složen; d) složen; e) složen; f) složen; g) složen; h) prost; i) složen; j) prost; k) složen; l) složen.
21. 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.
22. 11, 13; 17, 19; 29, 31; 41, 43; 59, 61; 71, 73.
23. a) $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; b) $144 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; c) $98 = 2 \cdot 7 \cdot 7$; d) $432 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; e) $180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$; f) $343 = 7 \cdot 7 \cdot 7$; g) $256 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; h) $375 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$.
24. a) $1024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; b) $2160 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$; c) $2880 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$; d) $10\,000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$; e) $2001 = 3 \cdot 667$; f) $3150 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$; g) $3969 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$; h) $20\,000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$.

Rješenja 1.4

1. a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24; b) 1, 3, 13, 39; c) 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56; d) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72; e) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144; f) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150; g) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180; h) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 50, 100, 125, 200, 250, 500, 1000.
2. a) 1, 2, 3, 6; b) 1, 2, 3, 6; c) 1, 5, 25; d) 1, 7; e) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100; f) 1, 5, 25, 125.
3. a) 6; b) 12; c) 14; d) 60; e) 25; f) 24.
4. a) 4; b) 25; c) 2; d) 7; e) 36; f) 125.
5. U svim zadacima je najveći zajednički djelitelj 1.
6. a) 8; b) 18; c) 40; d) 72; e) 11; f) 100.
7. a) 2; b) 12; c) 100.
8. a) 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77; b) 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130, 143; c) 21, 42, 63, 84, 105, 126, 147, 168, 189, 210, 231; d) 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1100.
9. a) 36; b) 72; c) 720; d) 600; e) 900; f) 2000.
10. a) 72; b) 200; c) 60; d) 360; e) 135; f) 98.
11. a) 16; b) 28; c) 81; d) 1000; e) 1000; f) 99.
12. a) 100; b) 77; c) 432; d) 450; e) 84; f) 300.
13. a) $D(48, 100) = 4$, $V(48, 100) = 1200$; b) $D(12, 15) = 3$, $V(12, 15) = 60$;
c) $D(288, 88) = 8$, $V(288, 88) = 3168$.
14. a) 36; b) 60; c) 60; d) 160; e) 100; f) 2304.
15. $V(2, 4, 15) = 60$. Za 60 dana.
16. $V(8, 12) = 24$, $24 : 8 = 3$. 3 kruga.