

# 1. Uvod u električnu instrumentaciju

## 1.1. Ciljevi i zadaci mjerena

Tehnologija izrade električnih sklopova i komponenata neprestano se razvija. Svakim se danom primjenjuje sve više električnih uređaja, a njihove mogućnosti postaju sve veće. Geologija, meteorologija, električna industrija, medicina, računalna tehnologija, navigacijska tehnika, prehrambena industrija i ostale grane proizvodnje više se ne mogu zamisliti bez uporabe modernih, brzih instrumenata i uređaja koji odmah pružaju mogućnost obrade i primjene mjernih rezultata.

Ista je situacija i u mjernej tehnici. Da bi se mogli pratiti parametri procesa proizvodnje, nužna je primjena mjernih instrumenata. Kako bi mogli naći svoje mjesto na tržištu, takvi instrumenti moraju imati mogućnosti istovremenog praćenja većeg broja mjernih veličina, a sve češće i mogućnost obrade mjernih rezultata i vezu s računalom.

Već ste ranije naučili da je **cilj mjerena** što točnije odrediti pravu vrijednost mjerene veličine. Izmjerena vrijednost nikada nije jednaka pravoj vrijednosti, već od nje odstupa u većoj ili manjoj mjeri. Iznos odstupanja ovisi o primjenjenoj mjernej metodi, o točnosti mjerne opreme koja nam je na raspolaganju i o stručnosti osobe koja provodi mjerenu i obrađuje mjerne rezultate.

Uporaba analognih i digitalnih električnih mjernej instrumenata i uređaja mjeritelju značajno olakšava rad tijekom mjerena te prilikom obrade mjernih rezultata.

### PONOVIMO

U predmetu Mjerenja u elektrotehnici naučili ste važnije pojmove koji se spominju u mjerenoj tehnici:

**Fizikalna veličina** je ona osobina tvari kojoj se eksperimentalno, tj. mjerljivom može odrediti vrijednost.

**Mjerena veličina** je fizikalna veličina kojoj mjerljivom određujemo vrijednost.

**Mjerenje** je eksperimentalni postupak u kojem se neka nepoznata fizikalna veličina uspoređuje s nekim utvrđenim jediničnim iznosom te iste fizikalne veličine, to jest mjerljom jedinicom.

**Električna mjerenja** su mjerljiva fizikalnih veličina koja nastaju uslijed djelovanja elektromagnetskih pojava. Te veličine su: jakost električne struje, količina elektriciteta, električni napon, električni otpor, električna snaga, električna energija, električni kapacitet, induktivitet, i dr.

**Električni mjerljivi instrument** je naprava ili uređaj kojim se provodi postupak mjerljiva električne veličine.

Neke neelektrične veličine mjeri se tako da se najprije pretvore u električnu. To se izvodi mjerljivim pretvornicima neelektričnih veličina u električne. Svaka neelektrična veličina koja se mjeri na taj način najprije se pretvori u npr. istosmjeri napon pomoću posebnog pretvornika, te se dalje mjeri preciznim istosmjerim voltmetrom. Taj voltmetar može biti poseban dio mjerljivog kruga ili je ugrađen u mjerljivi instrument koji mjeri neelektričnu veličinu.

**Mjerljivi rezultat** je brojčana vrijednost koja opisuje koliko puta je mjerljiva veličina veća od mjerljive jedinice.

**Mjerljivi rezultat** = brojčani iznos · mjerljiva jedinica.

Kako bi mjeritelj proveo uspješno mjerljivo fizikalnih veličina, treba poznati načelo rada i karakteristike opreme i mjerljive metode koje je potrebno provesti.

Elektronički instrumenti kakvi se danas nalaze na tržištu imaju vrlo opširne i detaljne upute za rad. Da bi mjeritelj mogao uspješno primijeniti neki takav instrument, treba detaljno proučiti upute i tako smanjiti mogućnost grube pogreške u mjerljivom postupku. Korisno je i da posjeti web stranicu proizvođača opreme.

**PONOVILO**

**Prava vrijednost** je ona vrijednost mjerene veličine koju pokušavamo odrediti mjerjenjem. **Izmjerena vrijednost** je **vrijednost mjerene veličine koju smo dobili mjerjenjem**. Izbor mjerne metode, mjerne opreme i preciznost mjeritelja pri radu može je više ili manje približiti njezinoj stvarnoj vrijednosti.

Već smo ranije naučili da mjerni instrumenti nisu savršeni, nego svojim netočnostima (unutar dopuštenih granica) utječe na mjerni rezultat. Osim toga, na sam postupak mjerjenja utječe i okolina u kojoj se ono provodi, te se i njezin utjecaj mora uzeti u obzir. Zato **mjeritelj ima** ozbiljan **zadatak** koji se sastoji od nekoliko koraka:

- odabratи pravu mjernu metodu kojom će najtočnije izmjeriti mjerenu veličinu,
- prema mogućnostima odabratи najpogodnije instrumente,
- pravilno odrediti mjerne opsege,
- provesti mjerjenje na ispravan način,
- obraditi i prikazati mjerni rezultat.

## 1.2. Odabir mjernog instrumenta i metode

Svojom stručnošću, zaloganjem i savješću mjeritelj ima velik utjecaj na tijek i uspjeh cijelog mjernog postupka, obrade i tumačenja mjernih rezultata. Mora imati dovoljno teorijskog znanja da pravilno odredi mjerenu metodu, smanji utjecaj sustavnih i slučajnih pogrešaka u mjernom postupku, ne čineći pritom grube pogreške. Ako se prilikom mjerjenja ipak potkrade gruba pogreška, odgovornim radom mjeritelj treba biti sposoban otkriti je na vrijeme i ponoviti mjerjenje na ispravan način.

### PONOVIMO

**Mjerna pogreška** je **odstupanje mjernog rezultata od prave vrijednosti mjerene veličine**. U mjeriteljstvu se pod pravom vrijednošću najčešće podrazumijeva dogovorna prava vrijednost. To je ona vrijednost mjerene veličine, koja je dobivena najtočnijim dostupnim mernim postupkom i koja za određenu svrhu može nadomjestiti pravu vrijednost.

**Prema uzroku nastajanja**, mjerne se pogreške mogu podijeliti na **grube, sustavne i slučajne**.

**Grube pogreške** nastaju nepažnjom mjeritelja, uporabom neodgovarajuće mjerne opreme ili neprimjerene mjerne metode (uporaba neispravnog instrumenta, očitavanje pogrešne ljestvice, pogrešno merno područje, i sl.). One merni rezultat čine neispravnim, a nakon njihovog nastajanja mjerjenje treba ponoviti na ispravan način.

**Sustavne pogreške** nastaju zbog niza malih, predvidljivih promjena koje se događaju u mernom objektu, okolini i mjeritelju, a poznate su i moguće je uzeti u obzir njihov utjecaj na merni rezultat.

Uvijek su istog predznaka i poznatog iznosa. Njihovo se djelovanje smanjuje tako da se mernom rezultatu dodaje ispravak ili korekcija.

Ispravak  $I$  je po vrijednosti jednak poznatoj apsolutnoj pogrešci  $p_a$ , ali je suprotnog predznaka:

$$I = -p_a$$

Ispravljeni rezultat  $X_i$  je zbroj izmjerene (očitane) vrijednosti  $X_{mj}$  i ispravka  $I$ :

$$X_i = X_{mj} + I.$$

Da bi se smanjio utjecaj sustavnih i slučajnih pogrešaka na mjerne rezultate, na istom se uzorku, pod jednakim uvjetima provodi više uzastopnih istovrsnih mjerjenja i određuje se aritmetička sredina. Na primjer, mjerjenje se može ponavljati ili s više različitih instrumenata u potpuno istim električkim uvjetima, ili istim instrumentom na različitim naponima na istom mernom objektu. Rezultate svih mjerjenja zbrojimo i podijelimo brojem mjerjenja da bismo dobili **aritmetičku sredinu** kao konačnu vrijednost mjerjenja:

$$X_{mj} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n},$$

gdje je  $n$  broj provedenih mjerjenja, a  $X_1, \dots, X_n$  pojedinačni merni rezultati.

**Primjer 1.**

Otporniku nazivne vrijednosti  $R_n = 1000 \Omega$  digitalnim je omometrom pet puta uzastopce provjeravan otpor. Dobiveni su sljedeći mjerni rezultati:  $R_1 = 1005 \Omega$ ;  $R_2 = 1002 \Omega$ ;  $R_3 = 1017 \Omega$ ;  $R_4 = 990 \Omega$ ;  $R_5 = 991 \Omega$ ;

Kolika je aritmetička sredina, odnosno konačna vrijednost mjerena?

**Rješenje:**

Aritmetička sredina, odnosno konačna vrijednost mjerena iznosi:

$$R_{mj} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}{5}$$

$$= \frac{1005 \Omega + 1002 \Omega + 1017 \Omega + 990 \Omega + 991 \Omega}{5} = 1001 \Omega.$$

**Slučajne pogreške** nastaju zbog niza malih, neizbjegljivih i neobuhvatnih promjena u mjernom objektu, okolini i mjeritelju (promjena temperature u laboratoriju, utjecaj magnetskog polja ako se laboratorijski prostor nalazi u blizini tramvajske pruge i sl.). Zbog njih pri uzastopno ponovljenim mjerjenjima dolazi do rasipanja mjernih rezultata.

Mjerni rezultat čine nesigurnim.

Već ste ranije naučili da se mjerena obavljaju dvama načinima:

- izravno (neposredno, direktno) i
- neizravno (posredno, indirektno).

Izravno se mjeri uz pomoć mjernog instrumenta, tako da se na prikazu očita mjerni rezultat. Na primjer, djelatnu snagu u nekom strujnom krugu možemo izmjeriti vatmetrom.

Neizravno se mjeri primjenom mjerne metode, gdje se instrumenti primjenjuju za očitanje nekih fizikalnih veličina koje služe za proračun tražene mjerene veličine.

Na primjer, u strujnom krugu s djelatnim trošilom snagu tog trošila možemo izmjeriti i tako da struju trošila izmjerimo ampermetrom, a napon voltmetrom. U takvom krugu je faktor snage  $\cos\varphi = 1$ , pa je djelatna snaga jednaka prividnoj i računa se prema izrazu (1)

$$P = U \cdot I . \quad (1)$$

## UVOD U ELEKTRONIČKU INSTRUMENTACIJU

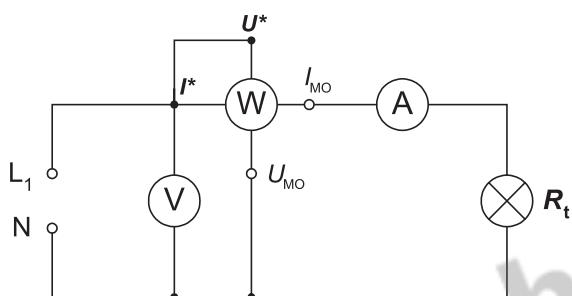
Ako se tijekom nekog mjerjenja dio mjereneh veličina koje smo željeli saznati očitava izravno, a dio se izračunava, govorimo o **poluizravnim mjernim metodama**.

Na primjer, mjeritelj se može naći u situaciji da treba izmjeriti djelatnu snagu na trošilu koje je priključeno na mrežni napon, a strujnim krugom teče struja koja je veća od one koju može izmjeriti ampermetrom kojim u tom trenutku raspolaže. U tom slučaju može primijeniti strujni mjeri transformator samo za mjerjenje struje i za priključak strujne grane vatmetra, a naponsku granu vatmetra i voltmetar priključuje izravno u strujni krug. Da bi mjerni rezultat bio ispravan, očitane vrijednosti struje na ampermetru i otklon na vatmetru moramo dodatno pomnožiti prijenosnim omjerom transformatora, a napon na voltmetru očitavamo izravno. Zato možemo reći da djelatnu snagu na nekom trošilu uz pomoć strujnog mjernog transformatora možemo izmjeriti poluizravnom mjernom metodom.

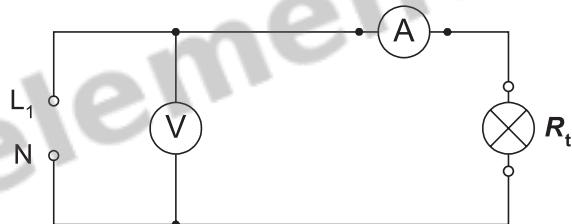
Na slici 1.1 prikazana je izravna metoda mjerjenja djelatne snage vatmetrom.

Na slici 1.2 prikazana je neizravna metoda mjerjenja djelatne snage  $U-I$  metodom.

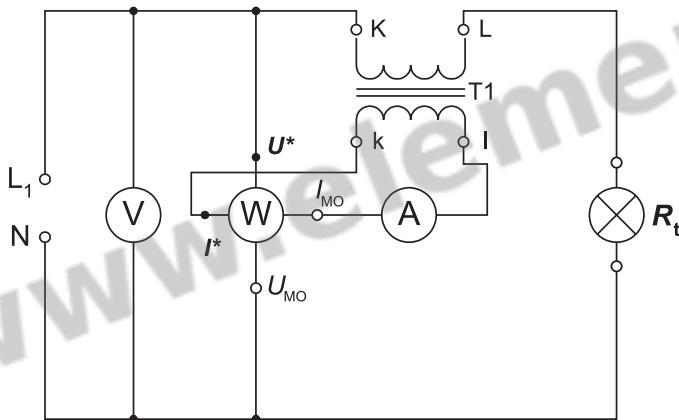
Na slici 1.3 prikazana je poluizravna metoda mjerjenja djelatne snage vatmetrom i strujnim mjernim transformatorom.



Slika 1.1. Mjerjenje djelatne snage vatmetrom u izravnom spoju



Slika 1.2. Mjerjenje djelatne snage  $U-I$  metodom



Slika 1.3. Mjerenje snage vatmetrom u poluizravnom spoju

Izravne mjerne metode u pravilu su točnije od neizravnih, jer se mjerenje jedne fizikalne veličine provodi uz pomoć mjernog sustava samo jednog instrumenta i uključuje samo njegove granice pogrešaka. Osim toga, manja je mogućnost grubih pogrešaka mjeritelja i utjecaj okoline.

Kod neizravnih mjernih metoda nepoznata se mjerena veličina računa iz drugih, neposredno izmјerenih veličina, pa su u mјerni rezultat uključene granice pogrešaka nekolicine instrumenata i on je manje točan nego da je izmјeren izravno.

Što je mјerni postupak složeniji, veća je mogućnost da se dogodi neki previd i nastane gruba pogreška. Veći je i utjecaj okoline. Mjeritelj treba voditi računa o više parametara postupka. Jedna od češćih grubih pogrešaka događa se kad se prilikom mјerenja  $U$ – $I$  metodom mјerenje na nekim trošilima provodi u hladnom stanju, dok još nisu bili izloženi protjecanju električne struje, a na nekim nakon što se zagriju.

Znamo da mјerni instrumenti nisu savršeni, nego utječu na mјerni rezultat. Zato mjeritelj ima ozbiljan zadatak: odabratи pravi način mјerenja kako bi se što točnije odredila mjerena veličina. Osim toga, on treba u skladu s mogućnostima odabratи najpogodnije instrumente i pravilno odreditи i zabilježiti mjerne opsege na kojima će biti provedeno mјerenje.

Kod odabira neizravnih mjernih metoda potrebno je posebno voditi računa o razredu točnosti instrumenata kojima se provodi mјerenje, kako se ne bi uvećavala sustavna pogreška. Ako je ikako moguće, bolje je mјerenje provesti što manjim brojem instrumenata. Kako bi mјerni

### Važno!

Izravne mjerne metode u pravilu su točnije od neizravnih, jer se mjerenje jedne fizikalne veličine provodi uz pomoć mjernog sustava samo jednog instrumenta i uključuje samo njegove granice pogrešaka.

rezultati bili što bliži pravim vrijednostima, neizravne mjerne metode trebaju se primjenjivati uporabom umjerenih instrumenata što viših razreda točnosti!

*Često se postigne točniji mjerni rezultat izravnim mjerenjem fizikalne veličine jednim instrumentom nižeg pogonskog razreda točnosti, nego neizravnom metodom uz uporabu nekoliko instrumenata viših razreda točnosti.*

### 1.3. Prikaz i uporaba mjernih rezultata

Mjerenja i ispitivanja često su puta dugotrajan i skup dio proizvodnog procesa. Mjerni je rezultat često od velike važnosti za donošenje poslovnih odluka. Stoga mora biti prikazan na razumljiv i ispravan način. Pogrešno tumačenje ispravno dobivenog mjernog rezultata može dovesti do pogrešaka u poslovnim procjenama, pa i nanijeti velike materijalne štete cijeloj tvrtci ili ustanovi koja je naručila mjerenje. Mjerni rezultat mora sadržati jasno iskazanu mjernu nesigurnost, kako korisnik koji ga kasnije primjenjuje ne bi došao do krivih spoznaja i zaključaka.

Tijekom postupka mjerjenja praktično je rezultate upisati u odgovarajuće tablice. Ako je cilj mjerjenja ustanoviti međusobnu ovisnost nekih parametara, rezultat se obično prikazuje i grafički.

*Ponekad se gruba pogreška počinjena tijekom mjerjenja otkrije tek prilikom obrade mjernih rezultata, npr. ako neki rezultati značajno odstupaju od vrijednosti dobivenih proračunom.*

#### 1.3.1. Mjerna nesigurnost

**Mjerna nesigurnost** računa se primjenom statističkih metoda, a može se definirati kao procjena širine raspona oko izmjerene vrijednosti u kojem očekujemo da se s nekom vjerojatnošću nalazi prava vrijednost mjerene veličine. Ona brojčano iskazuje kakvoću mjernog rezultata. Mjerni je rezultat više kakvoće što je mjerna nesigurnost manja.

Za one koji žele znati više...

### KOMPONENTE NESIGURNOSTI

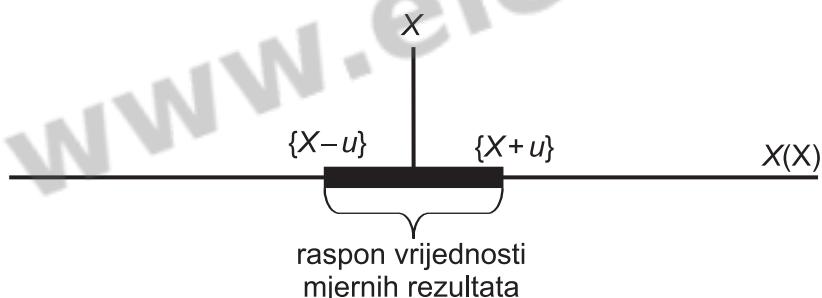
Mjerna se nesigurnost iskazuje standardnim odstupanjem (standardna mjerna nesigurnost,  $u$ ) ili višekratnikom standardnog odstupanja (proširena mjerna nesigurnost,  $U$ ). Ona određuje raspon vrijednosti unutar kojega očekujemo da se nalazi prava vrijednost mjerene veličine, a njezine se komponente mogu podijeliti u dvije grupe:

- a)  $u_A$ , nesigurnost tipa A, čije se komponente određuju statističkim metodama na temelju mjernih rezultata dobivenih opetovanim mjerenjima;
- b)  $u_B$ , nesigurnost tipa B, čije se komponente procjenjuju na druge načine (najčešće specifikacijama mjerne opreme).

Ukupna nesigurnost jednaka je drugom korijenu iz zbroja kvadrata pojedinih komponenata:

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}. \quad (1)$$

Mjerna se nesigurnost označava znakom  $u$ , i iskazuje se jedinicom mjerne veličine.



Slika 1.4. Raspon vrijednosti unutar kojeg se nalazi prava vrijednost mjerene veličine

Što je mjerna nesigurnost manja, mjereni je rezultat veće kakvoće.

#### Primjer 2.

Ako je otporniku izmjerен otpor  $R = 100 \Omega$  uz procijenjenu mjeru nesigurnost  $u = 0,04 \Omega$ , prava se vrijednost mjerene veličine, uz određenu vjerojatnost, nalazi u rasponu od  $99,96 \Omega$  do  $100,04 \Omega$ .

### 1.3.2. Iskazivanje mjernog rezultata

**Cjelovit mjerni rezultat** sastoji se od izmjerene vrijednosti (najbolje procjene mjerene veličine)  $X$  i mjerne nesigurnosti  $u$ . Primjenjuje se u raznim područjima: znanosti, zakonskom mjeriteljstvu, industriji, gospodarstvu, zdravstvu, trgovini, itd. No, da bi mjerni rezultat bio koristan i razumljiv onima koji ga trebaju dalje primijeniti, njegovo iskazivanje treba **prilagoditi namjeni**.

Kod računanja mjerne nesigurnosti moramo uzeti u obzir sve veličine koje imaju utjecaj do nama zanimljive (ili tražene) razine točnosti. Npr. ako nas zanima je li neki napon unutar raspona od  $\pm 20$  V, onda utjecajne veličine koje bi pridonijele  $\pm 0,1$  V možemo zanemariti. Zbog toga računanje i iskazivanje mjernih rezultata ovisi o traženoj točnosti.

**U skladu s hrvatskom normom HRN ISO 31-0:1996, „Veličine i jedinice – 0. dio: Opća načela”, oznaka decimalnog mjesta je zarez (u retku), a ne decimalna točka!**

Danas još ne postoji općeprihvaćena metoda određivanja brojnog mesta na kojem treba zaokružiti mjerni rezultat. Kad se odluči o decimalnom mjestu na kojem će se zaokružiti rezultat, treba voditi računa o matematičkim pravilima o zaokruživanju broja.

Ako se mjerni rezultat iskaže prevelikim brojem znamenaka, nepregledan je i ostavlja lažni dojam o velikoj točnosti rezultata, dok se zaokruživanjem na premali broj znamenaka gubi dio informacije o mjerenoj veličini. Zato mjerni rezultat treba zaokružiti na upravo toliki broj znamenaka da je u iskazu sadržana i informacija o njegovoj nesigurnosti. Pritom treba paziti da se zaokruživanjem ne poveća merna nesigurnost rezultata.

#### PONOVO...

Prema pravilu zaokruživanju posljednju zadržanu znamenku ne mijenjamo ako je prva ispuštena znamenka desno od nje manja od 5, a povećavamo za 1 ako je prva ispuštena znamenka desno od nje veća od 5, ili ako iza znamenke 5 postoje znamenke veće od 0. Ako se ispušteni dio sastoji samo od znamenke 5, u mjerenoj se tehnicu, pogotovo kod višestrukih mjerjenja, primjenjuje načelo da se posljednja zadržana znamenka promijeni u najbližu parnu.<sup>1</sup> Na taj se način smanjuje sustavno odstupanje prouzročeno zaokruživanjem. Vjerojatnost parnih i neparnih znamenaka je podjednaka, pa je i zaokruživanje na dolje i na gore jednak vjerojatno (npr. 22,75 zaokružili bismo na 22,8, a 146,65 zaokružili bismo na 146,6).

<sup>1</sup> U matematici vrijedi pravilo da posljednju zadržanu znamenku povećavamo za 1 ako je prva ispuštena znamenka desno od nje veća od 5 ili jednaka 5. To se pravilo često primjenjuje i kod rutinskih pojedinačnih mjerjenja.

**PRIMJER**

U nekom je mjernom krugu mjerena jakost struje. Kao rezultat mjernog postupka dobivena je vrijednost  $I = 2,426 \text{ A}$  uz procijenjenu mjernu nesigurnost  $u = 0,0273 \text{ A}$ .

Mjerni rezultat može se zaokružiti na dva decimalna mesta:  
 $I = 2,43 \pm 0,03 \text{ A}$ .

**PONOVILO...****Apsolutne, relativne i postotne mjerne pogreške**

Prema načinu iskazivanja, mjerne se pogreške dijele na **apsolutne** i **relativne**.

**Apsolutna pogreška** nastaje zbog nesavršenosti mjerne opreme, mjernog objekta i odabrane mjerne metode, te pogrešaka mjeritelja, a predstavlja razliku između izmjerene i prave vrijednosti mjerene veličine.

Kod mjerila se **apsolutna pogreška** računa prema izrazu:

$$p_a = X_{mj} - X_{pr}, \quad (1)$$

gdje je  $X_{mj}$  izmjerena vrijednost mjerene veličine postignuta neposrednim ili posrednim mjeranjem, a  $X_{pr}$  prava vrijednost mjerene veličine. Da bi se umanjio utjecaj slučajnih pogrešaka, mjerni se postupak može ponoviti više puta u istim uvjetima, te  $X_{mj}$  izračunati statističkim metodama ili računanjem aritmetičke sredine mjernih rezultata.

Prava vrijednost mjerene veličine  $X_{pr}$  postignuta je proračunom ili mjeranjem preciznijim mjernim instrumentom ili točnijom metodom.

**Apsolutna se pogreška** iskazuje istom jedinicom kojom smo iskazali mjerenu (i pravu) vrijednost. Radi bolje čitljivosti i preglednosti možemo rabiti i decimalne jedinice (koje se formiraju tako da se osnovnoj jedinici pridodaju decimalni višekratnici ili nižekratnici).

U mjerenoj tehnici služimo se **mjerilima** i mjerama.

**Mjerilo** je naprava ili instrument kojim provodimo mjerjenje (npr. vaga, omometar).

**Mjera** je komponenta koja utjelovljuje neku mjerenu veličinu (npr. uteg, otpornik).

Za tvorbu većih ili manjih jedinica, mjerne se jedinice množe decimalnim predmetkom. Predmeci koji su izraženi kao pozitivne potencije baze 10 predstavljaju decimalne množitelje navedene jedinice, stvarajući njezin decimalni višekratnik. Oni koji su izraženi kao negativne potencije baze 10 umanjuju mjerunu jedinicu, predstavljaju zapravo decimalne djelitelje te jedinice, stvarajući njezin decimalni nižekratnik. Svi predmeci imaju svoje nazine i znakove, prema čemu su uvijek brzo prepoznatljivi.

Na primjer, jedinica za električni napon je volt (V), njezin višekratnik je kilovolt (kV), a nižekratnik milivolt (mV).

Npr., ako je izmjerena vrijednost struje 1,005 A, a prava 1,000 A, tada je

$$p_a = 1,005 \text{ A} - 1,000 \text{ A} = 0,005 \text{ A} = 5 \text{ mA}$$

Apsolutna pogreška može imati pozitivan ili negativan predznak!

**Relativna pogreška** se određuje iz omjera absolutne pogreške i prave vrijednosti mjerene veličine, a ako se želi izraziti u postocima kao **postotna** pogreška, dobiveni se rezultat još pomnoži sa sto.

I kod mjerila i kod mjera, relativna se pogreška računa prema izrazu

$$p = \frac{p_a}{X_{\text{pr}}} . \quad (3)$$

Kod mjerila izraz za proračun relativnih pogrešaka možemo pisati:

$$p = \frac{X_{\text{mj}} - X_{\text{pr}}}{X_{\text{pr}}} \quad (4)$$

gdje je  $X_{\text{mj}}$  izmjerena vrijednost mjerene veličine, a  $X_{\text{pr}}$  prava vrijednost mjerene veličine.

Kod mjera izraz za proračun relativnih pogrešaka možemo pisati:

$$p = \frac{X_{\text{naz}} - X_{\text{pr}}}{X_{\text{pr}}} , \quad (5)$$

gdje je  $X_{\text{naz}}$  naznačena vrijednost, a  $X_{\text{pr}}$  prava vrijednost mjere.

Relativna pogreška može imati pozitivan ili negativan predznak.  
Relativna se pogreška iskazuje brojem.

I kod mjerila i kod mjera, relativna se postotna pogreška računa prema izrazu:

$$p\% = \frac{p_a}{X_{\text{pr}}} \cdot 100\% . \quad (6)$$

Kod mjerila možemo izraz za proračun relativnih postotnih pogrešaka pisati:

$$p\% = \frac{X_{\text{mj}} - X_{\text{pr}}}{X_{\text{pr}}} \cdot 100\% , \quad (7)$$

gdje je  $X_{\text{mj}}$  izmjerena vrijednost mjerene veličine, a  $X_{\text{pr}}$  prava vrijednost mjerene veličine.

Kod mjera možemo izraz za proračun relativnih postotnih pogrešaka pisati:

$$p\% = \frac{X_{\text{naz}} - X_{\text{pr}}}{X_{\text{pr}}} \cdot 100\% \quad (8)$$

gdje je  $X_{\text{naz}}$  naznačena vrijednost, a  $X_{\text{pr}}$  prava vrijednost mjere.

Postotna pogreška može imati pozitivan ili negativan predznak.  
Relativna postotna pogreška iskazuje se brojem i znakom %.

**Primjer 1:** Umjeravanjem voltmetra deset puta točnjim digitalnim multimetrom utvrđeno je da voltmetar na području od 100 V pri naponu od 80,5 V pokazuje napon od 80 V. Kolike su apsolutna, relativna i postotna pogreška?

**Rješenje:**

$$\text{Zadano: } U_{mj} = 80 \text{ V}$$

$$U_{pr} = 80,5 \text{ V}$$

$$p_a, p, p\% = ?$$

$$p_a = U_{mi} - U_{nr} = 80 \text{ V} - 80,5 \text{ V} = -0,5 \text{ V}$$

$$p = \frac{U_{mj} - U_{pr}}{U_{nr}} = \frac{80 \text{ V} - 80,5 \text{ V}}{80,5 \text{ V}} = -0,00621 \text{ V}$$

$$p\% = \frac{U_{mj} - U_{pr}}{U_{nr}} \cdot 100\% = \frac{80 \text{ V} - 80,5 \text{ V}}{80,5 \text{ V}} \cdot 100\% = -0,621\%$$

### 1.3.3. Sljedivost mjernog rezultata

Osim o mjeritelju i uvjetima okoline u kojoj je proveden postupak mjerenja, kakvoća mjernog rezultata ovisi o mjernom instrumentu. U razvijenim sustavima kontrole kakvoće, takvi se instrumenti redovito umjeraju tvorničkim ili vanjskim etalonima i imaju točno poznatu sljedivost prema točnjem instrumentu kojim je provedeno umjeravanje. Na primer, u nekoj tvornici provjerava se električna snaga koja se disipira na nekom trošilu. Ako je mjerni rezultati ukazuju da je ona izvan granica snage koja je propisana normom za taj proizvod, tijekom procesa proizvodnje treba odlučiti što treba na proizvodu promjeniti. No, svako mjerilo i mjera i moraju biti popraćeni dokumentacijom o svojoj točnosti. U dokumentaciji mora biti jednoznačno i jasno navedeno kolika im je točnost u odnosu na instrument kojim je provedeno umjeravanje. Takva dokumentacija mora postojati i za instrument kojim se provelo umjeravanje, i tako dalje, prema državnom i međunarodnom etalonu.

To znači da se prihvaćaju i proiznaju sljedivi mjerni rezultati.

Prema Zakonu o mjeriteljstvu (NN 163/03) **sljedivost** je svojstvo mjernog rezultata, da ga se slijedom neprekinutog lanca dokumentiranih usporedbi poznate mjerne nesigurnosti može dovesti u vezu s odgovarajućim međunarodnim etalonom fizikalne veličine koju on predstavlja.

# PITANJA!!!

- 1.** Što je cilj mjerenja?
- 2.** Koji je zadatak mjeritelja?
- 3.** Objasni razliku između izravnih, neizravnih i poluizravnih mjernih metoda!
- 4.** Što je mjerna pogreška?
- 5.** Kako se mjerne pogreške dijele prema uzroku nastajanja?
- 6.** Što je mjerna nesigurnost?
- 7.** U kakvom su odnosu mjerna nesigurnost i mjerni rezultat?
- 8.** Objasni pojam cjelovitog mjernog rezultata.
- 9.** Kako se mjerne pogreške dijele prema načinu iskazivanja?
- 10.** Kako se određuju apsolutna, relativna i postotna pogreška kod mjerila?
- 11.** Kako se određuju apsolutna, relativna i postotna pogreška kod mjera?
- 12.** Objasni pojam sljedivosti mjernog rezultata!

## ZADACI ZA VJEŽBU

### 1. Mjerenje malih struja analognim i digitalnim instrumentom.

#### a) Mjerni instrumenti i pribor:

Istosmjerni naponski izvor ili baterija, analogni električki ampermetar ili multimetar, digitalni multimetar s mogućnošću mjerenja istosmjerne struje, dvadesetak različitih otpornika Renardova niza, otpora do  $10\text{ k}\Omega$ , eksperimentalna podloga, vodiči.

- Na istosmjerni naponski izvor od 4,5 V serijski priključi analogni ampermetar, digitalni ampermetar i redom dvadesetak različitih otpornika Renardova niza, reda vrijednosti od  $10\text{ k}\Omega$  do  $10\text{ }\Omega$ . Izmjeri struje obama instrumentima. Nacrtaj shemu spajanja! Mjerne rezultate unesi u odgovarajuću tablicu. Što primjećuješ? Navedi svoja zapažanja.

#### b) Mjerni instrumenti i pribor:

Izmjenični naponski izvor, analogni električki ampermetar ili multimetar, digitalni multimetar s mogućnošću mjerena izmjenične struje, eksperimentalna podloga, vodiči.

- Ponovi postupak opisan u točki 1 primjenom izmjeničnog napona napajanja od 4,5 V. Nacrtaj shemu spajanja. Izmjeri struju obama instrumentima. Mjerne rezultate unesi u odgovarajuću tablicu. Usporedi rezultate s onima opisanim u točki 1. Što primjećuješ? Navedi svoja zapažanja.

### 2. Mjerenje otpora analognim i digitalnim instrumentom.

#### Mjerni instrumenti i pribor:

Analogni i digitalni električki multimetar s mogućnošću mjerena otpora, nekoliko uzorka pet otpornika iste naznačene vrijednosti različitog reda veličine, eksperimentalna podloga.

- Pomoću analognog i digitalnog omometra izmjeri otpornosti otpornika. Unesi rezultate u tablicu. Izračunaj aritmetičku sredinu otpora svakog uzorka u oba slučaja. Usporedi rezultate i navedi svoja zapažanja.