

1.

Osnovni pojmovi o elektricitetu

1.0. Uvod

U ljetnim olujnim danima nastaju žestoke munje, koje imaju razornu moć. Svatko se zapita odakle ta energija munji? To pitanje su ljudi postavljali stoljećima. Danas znamo da munja nastaje kao posljedica nagomilanog električnog naboja u oblacima. Njena energija i sila su vezane uz količinu nagomilanog električnog naboja. Zbog te činjenice prvo ćemo proučiti svojstva električnih naboja a zatim i kako se naboј može “proizvesti” i korisno upotrijebiti. Prije toga ćemo se ukratko osvrnuti na povijesne spoznaje o elektricitetu.

Starogrčki filozog *Tales* je oko 600 godina prije nove ere zapisaо da jantar natrļjan krvnom privlači lake predmete kao što su kosa, vuna i slično. Tek je 1600. godine engleski liječnik *William Gilbert* zapazio da i neka druga tijela trljanjem imaju ista svojstva. Budući da se jantar na straogrčkom jeziku zove **elektron**, Gilbert je rekao da se tijelo trljanjem nanelektriziralo. Otuda i proizlaze svi nazivi u elektrotehnici. Tek u drugoj polovici 18. stoljeća došlo se do spoznaje da postoje dvije vrste naboja. Američki fizičar *Benjamin Franklin* (1706. – 1790.) je bez ikakvog razloga nazvao elektricitet na staklenom štapu pozitivnim, a na ebonitu negativnim.

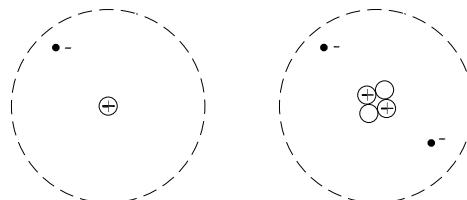
1.1. Električni naboј

Danas se zna da je materija sastavljena od sitnih oku nevidljivih čestica zvanih atomi. U prirodi oko nas postoji 90 vrsta atoma koji se međusobno razlikuju po svojoj unutarnjoj građi i nekim drugim osobinama. Atom se sastoji od jezgre i elektrona, a jezgra se sastoji od protona i neutrona koji imaju svoji masu (sl. 1.1).

Promjer atoma je oko 10^{-10} m, jezgre oko 10^{-14} m, a elektrona oko 10^{-15} m. Masa ekektrona je $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31}$ kg, protona $m_p = 1.674 \cdot 10^{-27}$ kg, a neutorna $m_n = 1.674 \cdot 10^{-27}$ kg. Osim mase svaki proton sadrži pozitivni tzv. elementarni električni naboј, a elektron negativni elementarni naboј. Količina tih elementarnih naboja je jednaka i iznosi

$$e_0 = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C (kulona)}.$$

Jedinica za mjerjenje količine naboja je kulon, a označava se velikim slovom C. Iz praktičnih razloga za elementarni naboј elektrona i protona izabrana je tako mala jedinica.



a) vodik (H)

b) helij (He)

Sl. 1.1. Shematski prikaz građe atoma: a) vodika; b) helija.

Najjednostavniji je atom vodika (H) koji ima jedan elektron a u jezgri jedan proton (sl. 1.1a). Sljedeći element je helij (He) koji ima dva elektrona a u jezgri dva protona i dva neutrona (sl. 1.1b). Ostali elementi imaju veći broj elektrona i isto toliko protona ali ne i neutrona. Svi ti elektroni kruže oko jezgre koncentričnim orbitama. Svaka orbita sadrži strogo određen broj elektrona. Vanjska ili zadnja orbita se zove **valentna orbita**, a pripadajući elektroni se zovu **valentni elektroni**. Valentni elektroni određuju električna svojstva svakog elementa, jer samo oni pod određenim uvjetima mogu napustiti matični atom. Zbog toga što ima isti broj elektrona i protona, atom je električki neutralan prema okolini.

Neko električki neutralno tijelo postane naelektrizirano ako njega napusti određeni broj elektrona ili ako primi elektrone s drugog tijela. U to se možemo lako uvjeriti. Trljanjem štapa od ebonita (vrsta tvrde gume) krznom oba tijela će se naelektrizirati, jer će oba tijela privlačiti komadiće stiropora. Ako naelektriziranim štapom dodirnemo komadić stiropora, nakon toga će se taj komadić stiropora odbijati od naelektriziranog štapa, ali će ga privlačiti naelektrizirana koža. Što se dogodilo nakon dodira štapa i stiropora? Dio negativnih elektrona sa štapa prešlo je na stiropor. Odатle zaključujemo da se **istoimeni naboјi odbijaju, a raznoimeni privlače**. Također možemo zaključiti da se neko tijelo može naelektrizirati trenjem (trljanjem), a neko dodirom. Do istog zaključka bismo došli ako bismo stakleni štap trljali lanenom krpom. Eksperimentom bismo utvrdili da nanelektrizirani štap ima suprotan naboј od nanelektriziranog ebonitnog štapa. Dokazano je da je stakleni štap trljanjem izgubio elektrone, pa je na njemu ostao višak pozitivnog naboja.

Poznato je da se u nekim tvorničkim pogonima trenjem stvara električni naboј, npr. ako kroz plastične cijevi teče nafta, suha pšenica, ljekovite table itd. Zbog toga u takvim pogonima dolazi do požara ako nema dobre zaštite. Većina nas je osjetila električni naboј pri izlasku iz automobila ako ste imali na sebi odjeću od sintetike.

Smatra se da se električni naboј pojavljuje na tijelima kao višekratnik elemen-tarnog naboјa, tj.

$$Q = ne_0.$$

Svako nanelektrizirano tijelo djeluje silom na sitne predmete kao što su stiropor, kosa, papir i slično. Ta sila potječe od viška električnog naboјa na tom tijelu.

1.2. Vodiči, izolatori i poluvodiči

U električnom pogledu materijali se mogu podijeliti na vodič i dielektrike. Za električne pojave najveću ulogu imaju valentni elektroni, tj. elektroni u posljednjoj ljudsci atoma, koja može biti i nepotpunjena. Kod nepotpunjene valentne ljudske elektroni se mogu pomicati na njegove slobodne putanje. Veza takvih elektrona s jezgrom je slaba. Pod djelovanjem vanjskih sila ti elektroni se lako odvajaju od svog atoma i mogu se slobodno kretati u krutim tvarima, od atoma do atoma. Takvi se elektroni zovu **slobodni elektroni**, ili **elektroni vodljivosti**. Smatra se da u metalima na svaki atom dolazi po jedan slobodni elektron. Tako npr. u kubnom metru (m^3) ima oko 10^{29} atoma a isto toliko i slobodnih elektrona. Materijali koji imaju tako veliki broj slobodnih elektrona zovu se vodiči. Pod djelovanjem i najmanjih električnih sila slobodni elektroni se počinju kretati u smjeru tih sila. Najbolji vodiči su metali: srebro, bakar, aluminij itd.

Za razliku od vodiča kod dielektrika ima mnogo manji broj slobodnih elektrona. Kod dielektrika su elektroni čvrsto vezani za atome pa je za njih karakteristična tzv. **polarizacija** atoma i molekula o čemu će biti kasnije detaljnije govora. Dielektrici mogu biti krute, tekuće i plinovite tvari. Posebnu grupu dielektrika čine **izolatori**, koji imaju mnogo puta manji broj slobodnih elektrona nego kod vodiča.

U tekućinama neutralne molekule raspadaju se na tzv. pozitivne i negativne ione. Pod utjecajem električnih sila ti ioni počinju se kretati u smjeru tih sila.

Ioni postoje i u plinovima, koji se također usmjereno kreću u smjeru električnih sila. U nekim plinovima nema iona, pa ne može doći do takvog kretanja čestica plina pod djelovanjem električnih sila. Takvi plinovi ponašaju se kao dobri izolatori.

Kruta tijela koja imaju manje od 10^{10} slobodnih elektrona u prostornom metru spadaju u izolatore. Što je broj slobodnih elektrona manji, materijal je bolji izolator. Izolatori su npr. plastika, porculan, guma, staklo, zrak, papir i sl.

Kod poluvodiča se broj slobodnih elektrona kreće od 10^{12} do 10^{20} u prostor-nom metru.

Za razliku od izolatora, vodiči se ne mogu nanelektrizirati trljanjem, već samo dodirom.

1.3. Mjerne jedinice

U elektrotehnici je prihvaćen sustav jedinica koji nosi naziv MKSA. Taj naziv dobiven je po početnim slovima četiriju osnovnih jedinica: **metar, kilogram, sekunda i amper**, čije su vrijednosti usvojene dogovorom. Taj je sustav dio potpunog internacionalnog sustava jedinica čija je zvanična skraćenica SI, prema početnim slovima francuskog izraza *Système International*.

U elektrotehnici se upotrebljavaju razne fizikalne veličine, kao što su sila, snaga, brzina, ubrzanje, itd. Prve tri od navedenih jedinica upotrebljavaju se u mehanici, a kao četvrta definirana je električna jedinica za jakost struje. Iz te četiri osnovne jedinice izvode se ostale jedinice kako u mehanici, tako i u elektrotehnici. Izvedene jedinice koje se upotrebljavaju u elektrotehnici objasnit ćemo u postupku uvođenja određenih fizikalnih veličina i zakona. Jednu smo takvu jedinicu već upotrijebili: jedinica za količinu električnog naboja je kulon (C), čija je dimenzija

$$1 \text{ C (kulon)} = 1 \text{ As (ampersekunda)} .$$

Za napon se koristi jedinica volt (V).

Tablica 1.1.

veličina	oznaka veličine	jedinica
duljina	s, l, d	metar (m)
vrijeme	t	sekunda (s)
masa	m	kilogram (kg)
površina	S	kvadratni metar (m^2)
volumen	V	kubni metar (m^3)
brzina	v	metar u sekundi (m/s)
akceleracija	a	metar u sekundi na kvadrat (m/s^2)
sila	F	Newton (N)
energija i rad	W, A	Joule (J)
snaga	P	Watt (W)

Jedinice koje se upotrebljavaju u mehanici bit će definirane u predmetu fizika. Stoga ćemo mi samo navesti neke jedinice u kojima se mijere određene fizikalne veličine. Tako npr. masa se mjeri u kilogramima (kg), dužina u metrima (m), a vrijeme u sekundama (s). U tablici 1.1. su uz osnovne navedene i još neke izvedene jedinice iz mehanike, koje se koriste i u elektrotehnici.

Pored četiri navedene osnovne jedinice (m, kg, s, A), SI sustav ima još tri osnovne jedinice: za temperaturu **kelvin** (K), za intenzitet svjetlosti **kandela** (cd) i za množinu tvari **mol** (mol).

Uz ove jedinice MKSA sustav dopušta korištenje i nekoliko izvedenih jedinica, poput litre (l), $1\text{ l} = 10^{-3}\text{ m}^3$.

U elektrotehnici se često susreću razne fizikalne jedinice čije su brojčane vrijednosti mnogo manje ili mnogo veće od jedinice kojom se mjeri. Radi toga su uvedene pomoćne jedinice koje se razlikuju od osnovnih jedinica za faktor 10^n , a n je cijeli broj (pozitivan ili negativan). Te pomoćne jedinice imaju isto ime, samo se uz naziv osnovne jedinice dodaje određeni prefiks, kako je prikazano u sljedećoj tablici (tablica 1.2.).

Tablica 1.2.

n	10^n	Prefiks (i njegova skraćenica)	Primjer
-18	10^{-18}	ato (a)	$\text{aJ} = 10^{-18}\text{ J}$
-15	10^{-15}	femto (f)	$\text{fm} = 10^{-15}\text{ m}$
-12	10^{-12}	piko (p)	$\text{pJ} = 10^{-12}\text{ J}$
-9	10^{-9}	nano (n)	$\text{ns} = 10^{-9}\text{ s}$
-6	10^{-6}	mikro (μ)	$\mu\text{m} = 10^{-6}\text{ m}$
-3	10^{-3}	mili (m)	$\text{mV} = 10^{-3}\text{ V}$
-2	10^{-2}	centi (c)	$\text{cm} = 10^{-2}\text{ m}$
-1	10^{-1}	deci (d)	$\text{dl} = 10^{-1}\text{ l}$
1	10^1	deka (da)	$\text{dag} = 10\text{ g}$
2	10^2	hekto (h)	$\text{hl} = 10^2\text{ l}$
3	10^3	kilo (k)	$\text{kV} = 10^3\text{ V}$
6	10^6	mega (M)	$\text{MW} = 10^6\text{ W}$
9	10^9	giga (G)	$\text{GJ} = 10^9\text{ J}$
12	10^{12}	tera (T)	$\text{TW} = 10^{12}\text{ W}$
15	10^{15}	peta (P)	$\text{Ps} = 10^{15}\text{ s}$
18	10^{18}	eksa (E)	$\text{Em} = 10^{18}\text{ m}$

Provjerite svoje znanje

1. Što znate o nanelektriziranosti tijela i vrsti naboja?
2. Što znate o građi atoma?
3. Što je elementarni naboј?
4. Od čega se sastoji atomska ljsuka?
5. Što su valentni elektroni?
6. Što sadrže elektron, proton i neutron?
7. Koja je jedinica za količinu naboja?
8. Količki je iznos elementarnog naboja?
9. Koja su svojstva električnih naboja?
10. Može li se naboј uništiti?
11. Kad je tijelo nanelektrizirano?
12. Kad je tijelo električki neutralno?
13. Koje su osnovne jedinice sustava SI?
14. Koje izvedene jedinice poznajete?
15. Što znate o pomoćnim jedinicama?

1.4. Coulombov zakon

Prva istraživanja sile između dva nanelektrizirana tijela izveo je francuski fizičar *Charles Augustin Coulomb* 1784. i 1785. godine. Pomoću torzijske vase on je mjerio sile između dva nanelektrizirana tijela čije su dimenzije mnogo manje od njihovog razmaka.

U tom se slučaju ta dva naboja mogu promatrati kao točkasti naboji. Budući da tijela miruju, naboji se zovu **statički** (mirni) naboji, jer kruženje elektrona oko jezgre ne izaziva nikakve vanjske električne efekte.

Coulomb je došao do zaključka da dva istoimena točkasta naboja među sobom djeluju odbojnom, a dva raznoimena privlačnom silom koja je proporcionalna produktu naboja Q_1 i Q_2 a obrnuto proporcionalna kvadratu njihove udaljenosti r^2 . **Sila na svaki naboј je ista**, tj. $F_{12} = F_{21} = F$ i iznosi

$$F = \frac{k}{\epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{r^2},$$

gdje se sila mjeri u njutnima (N), naboј u kulonima (C), razmak u metrima (m), a k je konstanta proporcionalnosti, koja je jednaka

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9, \quad \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}.$$

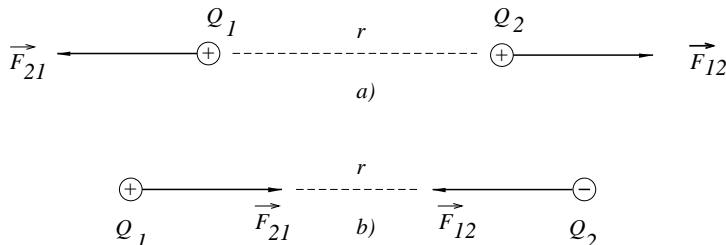
Konstanta

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \left(\frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} = \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right)$$

zove se **apsolutna permitivnost vakuuma**, a konstanta ϵ_r zove se **relativna permitivnost** ili relativna dielektrična konstanta, koja za vakuum iznosi 1, za zrak $\epsilon_r = 1.0006$ (približno 1), a za morsku vodu $\epsilon_r = 81$ itd.

Sila u dielektriku čija je relativna permitivnost ϵ_r , bit će za ϵ_r manja nego u vakuumu.

U izraz za silu treba uvrstiti predznake naboja Q_1 i Q_2 . Ako su oba naboja pozitivna (+) ili negativna (-), sile su odbojne (sl. 1.2a), a ako je jedan nabo pozitivan (+) a drugi negativan (-), tada je sila privlačna (sl. 1.2b).



Sl. 1.2. Coulombove sile između dva točkasta naboja: a) istoimenih; b) raznoimenih.

Sile između dva naboja djeluju na pravcu koji spaja ta dva naboja, a smjer ovisi o predznaku naboja (sl. 1.2). One su jednakе po iznosu $F_{12} = F_{21} = F$, ali su suprotnih smjerova. **Fizikalna veličina koja ima iznos i smjer zove se vektorska veličina, koja se označava strelicom iznad odgovarajuće veličine, npr. \vec{F}_{12} .**

Na kraju treba primijetiti da je formula za Coulombovu силу analogna formulama za gravitacijsku силу. Bitna je razlika u tome što ne postoje dvije vrste masa, a sile između masa su privlačne.

U čast Coulombou, jedinica za naboј zove se kulon (C).

1.5. Električno polje

1.5.1. Definicija električnog polja

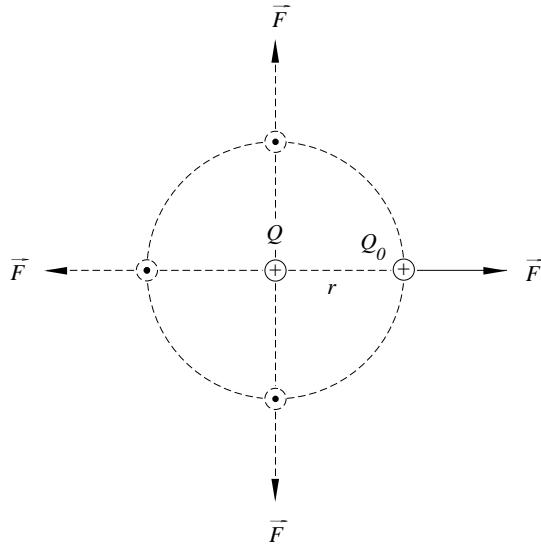
Zamislimo da se u središte kugle polujmjera r stavi naboј Q , a neki pokušni naboј Q_0 premješta se po površini kugle. Tada se iznos sile ne mijenja, a smjer joj ovisi o položaju naboja Q_0 na kugli (sl. 1.3) i uvijek je usmjeren u smjeru polujmjera r .

Ako je iznos naboja Q konstantan, a naboј Q_0 poveća se dva puta, povećat će se i sila F dva puta. To znači da omjer sile F i naboja Q_0 ne ovisi o naboju Q_0 . Taj omjer $\frac{F}{Q_0} = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2}$ ovisi samo o naboju Q , udaljenosti r i permitivnosti ϵ_r dielektrika koji ga okružuje. Ta činjenica ukazuje da oko naboja Q u mirovanju vlada posebno stanje koje se pripisuje postojanju nove fizikalne veličine koja se zove **elektrostatsko polje** ili jednostavno **električno polje**.

Dakle, električno polje vlada oko svakog naboja, a njegova se prisutnost manifestira kad se u to polje unese pokušni naboј iznosa Q_0 . Prema tome, **jakost**

(intenzitet) električnog polja definira se kao omjer sile na pokusni naboju i pokušnog naboja, tj.

$$E = \frac{F}{Q_0}, \quad \text{V/m}.$$



Sl. 1.3. Sila naboja Q na naboju Q_0 čiji se položaj mijenja na kugli.

Električno polje je vektorska veličina i ima smjer električne sile na pozitivni pokusni naboju. Jedinica za jakost električnog polja je **volt po metru** (V/m).

Uvođenjem električnog polja pojednostavnjuje se računanje sile na naboju Q_0 . Ako je poznata jakost električnog polja E u nekoj točki, onda se dobije da je **sila** na naboju Q_0

$$F = Q_0 E, \quad \text{N.}$$

Predznak naboja Q_0 određuje smjer sile. Ako je predznak naboja (+), tad je sila u smjeru polja, a ako Q_0 ima preznak (-), tad je sila suprotna od smjera polja.

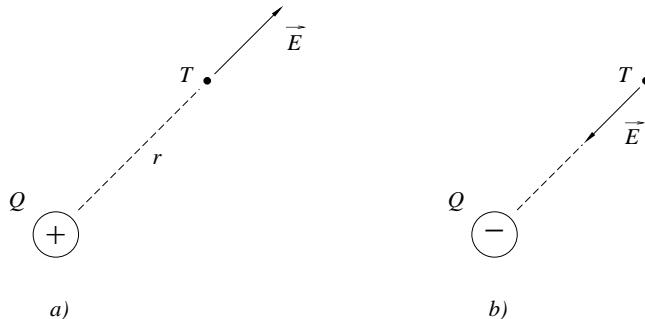
1.5.2. Električno polje točkastog naboja

Da bi izračunali **jakost električnog polja točkastog naboja** u točki na udaljenosti r (sl. 1.4), potrebno je dovesti pokusni naboju Q_0 u tu točku. Iz Coulombovog zakona i definicije jakosti električnog polja slijedi da je jakost električnog polja E točkastog naboja na udaljenosti r od naboja Q jednaka

$$E = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2}, \quad \text{V/m},$$

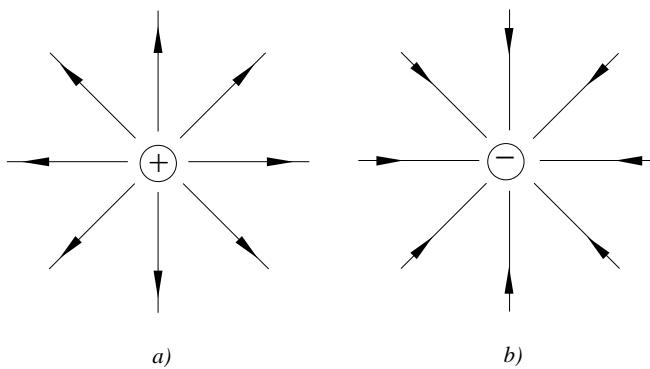
gdje je $k = 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2}$.

Jakost polja na kugli polumjera r u čijem je središtu naboju Q svuda je istog iznosa. Ako je naboju Q pozitivan, smjer polja je u smjeru radijusa, od izvora prema točki T (sl. 1.4a). Ako je naboju Q negativan, smjer električnog polja je suprotan, tj. radijalno prema izvoru (sl. 1.4b).



Sl. 1.4. Električno polje točkastog naboja u točki T : a) Q pozitivan; b) Q negativan.

Za zorno predstavljanje električnog polja upotrebljavaju se zamišljene krivulje. One se zovu **silnice**. **Silnica zorno pokazuje put po kojem bi se gibao elementarni pozitivni naboј**. Tako na primjer silnice točkastog naboja su radikalni pravci (sl. 1.5).



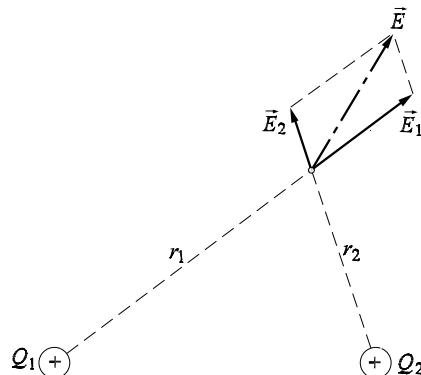
Sl. 1.5. Silnice električnog polja: a) pozitivnog naboja, b) negativnog naboja.

Jakost električnog polja proporcionalna je s gustoćom silnica. Električno polje je jače gdje su silnice gušće. Silnice električnog polja izlaze iz pozitivnog naboja (sl. 1.5a) a ulaze u negativni naboј (sl. 1.5b). Zbog toga se kaže da je elektrostatsko polje izvorno polje, čiji su izvori pozitivni naboji, a ponori negativni naboji.

1.5.3. Električno polje dvaju točkastih naboja

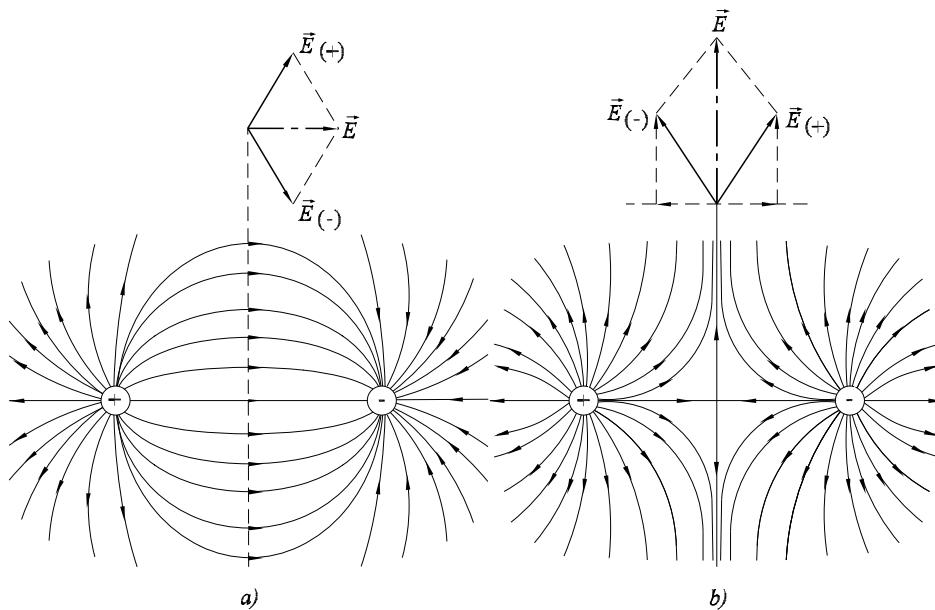
Ako postoji više točkastih naboja, onda se rezultirajuće polje u nekoj točki dobije vektorskim zbrajanjem električnog polja svakog točkastog naboja. Tako na primjer u slučaju dvaju točkastih naboja (sl. 1.6), električno polje (\vec{E}) u točki

T dobije se vektorskim zbrajanjem električnog polja \vec{E}_1 koje stvara naboj Q_1 i električnog polja \vec{E}_2 koje stvara naboj Q_2 . Vektorsko zbrajanje zove se još i geometrijsko zbrajanje, a u slučaju zbrajanja dvaju polja kaže se da se primjenjuje princip paralelograma, jer se na kraj vektora \vec{E}_1 dodaje vektor \vec{E}_2 i dobije se rezultirajući vektor \vec{E} .



Sl. 1.6. Računanje električnog polja dvaju točkastih naboja.

Treba istaći da kroz tu točku prolazi jedna silnica a tako i kroz sve ostale točke prostora oko dvaju naboja. To znači da se silnice električnog polja nikada ne sijeku. Na slici 1.7 prikazane su silnice dvaju točkastih naboja.



Sl. 1.7. Silnice dvaju jednakih točkastih naboja: a) raznoimenih; b) istoimenih.

U slučaju kada su naboji raznoimeni (sl. 1.7a), silnice izlaze iz pozitivnog, a završavaju na negativnom naboju. Na simetralnoj crti silnice su u tom slučaju

okomite na tu ravninu. U slučaju kada su oba pola pozitivna (sl. 1.7b), silnice simetrično izlaze iz oba naboja na simetralnoj crti, a rezultirajuće polje leži na toj crti. Ta činjenica će nam poslužiti da kroz računanje električnog polja raspodijeljenog naboja lakše odredimo rezultirajuće polje. Postupak bi se sastojao u tome da raspodijeljeni naboј prikažemo kao niz točaka od kojih su neke simetrične. Na taj način se određuje električno polje nanelektrizirane ploče.

1.5.4. Električno polje raspodijeljenog naboja

Električno polje više točkastih naboja dobije se također vektorskim zbrajanjem električnih polja svih naboja. U tom slučaju na kraj prvog vektora doda se drugi vektor i tako redom dok se ne zbroje vektori električnih polja svih vektora.

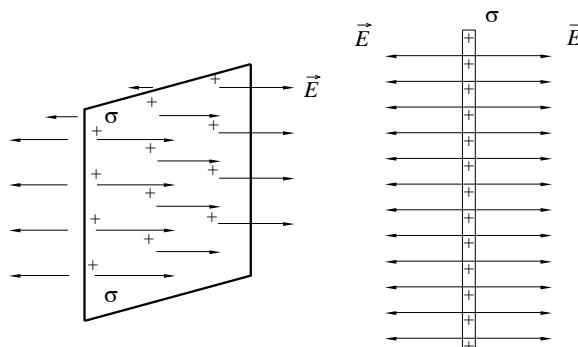
Na tijelima je naboј raspoređen kontinuirano, gusto smješten jedan pored drugoga. Ta raspodjela može biti jednolika i nejednolika. Kontinuirano raspoređeni naboј može se shvatiti kao mnoštvo točkastog naboja. Takvo shvaćanje omogućuje nam da se na gore opisani način izračuna električno polje nanelektriziranih tijela. Pokazat ćemo kako izgleda električno polje nanelektrizirane ravne plohe.

Ravna ploha (sl. 1.8) površine S nanelektrizirana je jednoliko ukupnim nabojem Q . Plošna gustoća naboja nanelektrizirane ploče je

$$\sigma = \frac{Q}{S}, \quad \text{C/m}^2.$$

Rastavljanjem raspodijeljenog naboja na mnoštvo točkastih naboja može se pokazati da će silnice električnog polja izlaziti okomito i podjednako na jednu i drugu stranu ravnine. Budući da pola naboja djeluje na jednu, a pola na drugu stranu, jakost je **električnog polja na jednoj i drugoj strani** ista i iznosi

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon_r}.$$

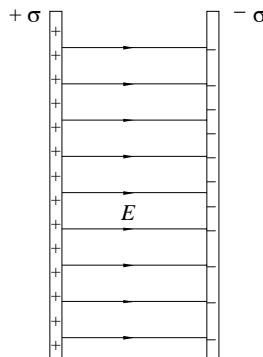


Sl. 1.8. Električno polje ravne ploče nanelektrizirane jednoliko nabojem gustoće σ : a) prikaz u prostoru; b) prikaz iz profila.

Sve su silnice polja paralelne, a jakost polja u svim točkama je konstantna. Tačko se polje zove **homogeno**. Da je ploča bila nanelektrizirana negativnim nabojem, tad bi silnice ulazile u ploču.

Ako se sad stave paralelno dvije takve ploče (sl. 1.9), od kojih je jedna nanelektrizirana jednolikom nabojem plošne gustoće $+σ$, a druga isto tako jednolikom nabojem plošne gustoće $-σ$, tada će između ploča vladati **homogeno električno polje iznosa**

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} .$$



Sl. 1.9. Električno polje između dvije ravne ploče nanelektrizirane jednolikom nabojem gustoća $+σ$ i $-σ$.

Do tog se rezultata može doći zbrajanjem polja svake ploče. Dokažite to! Isto tako, treba dokazati da je izvan ploča jakost polja 0.

* * *

Provjerite svoje znanje

1. Što je Coulombov zakon?
2. Što je permitivnost?
3. Što je apsolutna permitivnost vakuuma?
4. Što je relativna permitivnost?
5. Što su vektorske veličine?
6. Kakve sile djeluju između dva negativna naboja?
7. Za koliko puta se promjeni sila ako se razmak između naboja poveća dva puta?
8. Za koliko se promjeni sila ako se svaki naboje poveća dva puta, a razmak smanji dva puta?
9. Kolike sile djeluju između dva točkastog naboja $Q_1 = 5 \mu C$ i $Q_2 = -2 \mu C$, razmaknuti na udaljenosti $r = 50 \text{ cm}$? Kakve su te sile?
10. Što je električno polje i kako se definira?
11. Kolika je jakost električnog polja točkastog naboja na udaljenosti r ?
12. U kojem smjeru djeluje električno polje točkastog naboja?
13. Koja je jedinica za jakost električnog polja?
14. Na udaljenosti $r = 2 \text{ cm}$ od točkastog naboja $Q = 5 \mu C$ odredi jakost polja u vakuumu.
15. Koliki je iznos naboja, ako je na udaljenosti $r = 2 \text{ cm}$ izmjereno električno polje $E = 2000 \text{ V/m}$: a) u vakuuumu; b) u dielektriku $\epsilon_r = 2$?
16. Odredite ϵ_r ako je naboje $Q = 1 \text{ nC}$, a na udaljenosti $r = 3 \text{ cm}$ izmjerena je jakost polja $E = 2000 \text{ V/m}$.

17. Odredite ε_r ako je između dva naboja $Q_1 = 1 \text{ nC}$ i $Q_2 = 1 \mu\text{C}$ na razmaku $r = 3 \text{ cm}$ izmjerena sila $F = 2 \text{ mN}$.
18. Što su silnice električnog polja?
19. Kakvo je elektrostatsko polje?
20. Kakvo je polje u dijelu gdje je gustoća silnica veća?
21. Kako se određuje električno polje dvaju naboja?
22. Kolika je jakost polja na sredini razmaka dvaju točkastih naboja, $Q_1 = -Q_2 = 5 \mu\text{C}$, ako je razmak $r = 150 \text{ cm}$?
23. Koliko je polje na sredini razmaka između dvaju točkastih naboja $Q_1 = Q_2 = 8 \mu\text{C}$, ako je razmak $r = 90 \text{ cm}$?
24. Kakav je smjer električnog polja na simetrali dvaju jednakih naboja istih predznaka?
25. Kakav je smjer električnog polja na simetrali dvaju jednakih naboja različitih predznaka?
26. Ako je u nekoj točki poznata jakost električnog polja, kako se računa sila na naboju Q_0 koji se uneše u tu točku?
27. Kolika sila djeluje na naboju $Q_0 = 5 \mu\text{C}$, ako se uneše u električno polje jakosti $E = 2000 \text{ V/m}$?
28. Kako se određuje polje više naboja?
29. Koje polje nazivamo nehomogenim?
30. Kakvo je polje nanelektrizirane tanke ploče, velike površine, ako je plošna gustoća naboja $\sigma = \text{konst}$?
31. Dvije paralelne ploče razmaknute su $d = 10 \text{ cm}$, površina $S = 2 \text{ m}^2$, nanelektrizirane su suprotnim nabojem iznosa $Q = 3 \text{ nC}$. Ako je između ploča zrak, kolika je jakost polja između ploča?

1.6. Električni potencijal. Napon

1.6.1. Rad električnog polja

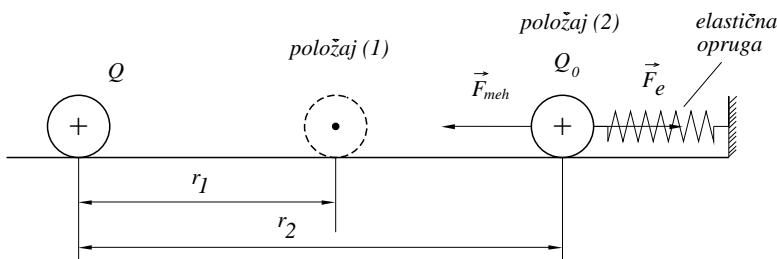
Podsjetimo se, da naboј stvara u svojoj okolini električno polje. Tako oko točkastog naboja postoji električno polje, čije se silnice šire radijalno, od izvora prema beskonačnosti u prostor. Jakost tog polja opada s kvadratom udaljenosti. Kad se u taj prostor uneše pokusni naboј Q_0 , na njega djeluje električna sila $\vec{F}_e = Q_0 \vec{E}$, koja može izvršiti određeni rad.

Kuglica na kojoj se nalazi naboј Q je nepomična, a kuglica s pokusnim nabojem Q_0 vezana je na elastičnu oprugu (sl. 1.10). U položaju (1) opruga je nenapregnuta. Uslijed djelovanja električne sile $\vec{F}_e = Q_0 \vec{E}$, kuglica s nabojem će se pomocići u smjeru sile tako da će doći u položaj (2), a opruga će se sabiti.

U tom položaju su električne sile i sila napregnute opruge izjednačene, pa kuglica s nabojem Q_0 miruje. U promatranom slučaju električno polje naboja Q izvršilo je rad na naboju Q_0 , koji je utrošen na kompresiju opruge. Uz zanemarivanje ostalih sila, dobije se da je **rad A električnog polja na naboju Q_0**

$$A = W_{p_1} - W_{p_2},$$

gdje je W_{p_1} — potencijalna energija sustav dvaju naboja u točki (1), W_{p_2} — potencijalna energija sustava dvaju naboja u točki (2).

Sl. 1.10. Rad električnog polja naboja Q na naboju Q_0 .

Taj rad ne ovisi o putu već samo o krajnjim točkama puta. Rad električnog polja na naboju Q_0 izvršen je na račun promjene potencijalne energije.

To znači, **ako se pozitivni naboј pomiče u smjeru električnog polja, potencijalna energija naboja se smanjuje, pa se kaže da je rad izvršilo električno polje. Za pomicanje pozitivnog naboja protiv električnog polja potrebno je upotrijebiti mehaničku silu, koja sada obavlja rad, pa se na račun toga rada povećava potencijalna energija dvaju naboja.**

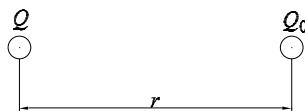
U slučaju negativnog naboja, električna sila djeluje i pomiče naboju u suprotnom smjeru od smjera električnog polja, pri čemu se potencijalna energija smanjuje.

1.6.2. Električni potencijal

Sustav dvaju naboja na razmaku r (sl. 1.11) posjeduje potencijalnu energiju

$$W_p = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{QQ_0}{r}, \quad \text{J},$$

gdje je $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$



Sl. 1.11. Potencijalna energija sustava dvaju naboja.

Ta energija smanjuje se s razmakom r . Na vrlo velikoj udaljenosti r ta energija isčezava. Tako npr. ako se naboј Q_0 odvede u beskonacnost (sl. 1.7), oko usamljenog naboja Q vlada i dalje električno polje čiju manifestaciju vidimo kada u blizinu dovedemo pokušni naboј Q_0 .

Ako potencijalnu energiju W_p podijelimo s pokušnim nabojem Q_0 dobije se nova fizikalna veličina koja se zove **električni potencijal**

$$\varphi = \frac{W_p}{Q_0} = \frac{k}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r}.$$

Taj omjer potencijalne energije (W_p) i naboja (Q_0) ovisi osim o naboju Q i o udaljenosti r kao i o vrsti dielektrika. Zbog toga je to potencijal koji vlada oko točkastog naboja Q , koji je na udaljenosti r od naboja konstantan.

Može se zaključiti da se stanje oko točkastog naboja može opisati vektorom električnog polja kao i skalarnim potencijalom. Jedinica za potencijal je **volt** (V), a iz gornje formule slijedi da je

$$V \text{ (volt)} = \frac{J \text{ (džul)}}{C \text{ (kulon)}}.$$

Potencijal je u prostoru oko pozitivnog naboja pozitivan, a oko negativnog naboja negativan.

Razlika potencijala koji vlada između dviju točaka zove se **električni napon**

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2,$$

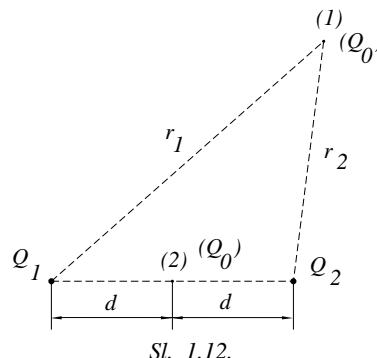
koji se također mjeri u voltima (V).

Potencijal dvaju i više točkastih naboja

Za računanje potencijala dvaju i više točkastih naboja vrijedi princip superpozicije. Taj princip kaže da se potencijali naboja u nekoj točki zbrajaju

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots$$

Primjer 1.1. Koliki je izvršeni rad pri prebacivanju naboja $Q_0 = -5 \text{ nC}$ iz točke (1) u točku (2), (sl. 1.12)? Zadano je $Q_1 = 8 \text{ nC}$, $Q_2 = 2 \text{ nC}$, $r_1 = 6 \text{ cm}$, $r_2 = 4 \text{ cm}$, $d = 2 \text{ cm}$. Dielektrik je zrak ($\epsilon_r = 1$). Tko je izvršio rad?



Sl. 1.12.

Rješenje. Prvo treba odrediti potencijal u točki (1):

$$\varphi_1 = k \frac{Q_1}{r_1} + k \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-9}}{6 \cdot 10^{-2}} + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 10^{-2}} = 1650 \text{ V},$$

a u točki (2):

$$\varphi_2 = k \frac{Q_1}{d} + k \frac{Q_2}{d} = \frac{k}{d} (Q_1 + Q_2) = \frac{9 \cdot 10^9}{2 \cdot 10^{-2}} (8 \cdot 10^{-9} + 2 \cdot 10^{-9}) = 4500 \text{ V}.$$

Traženi je rad

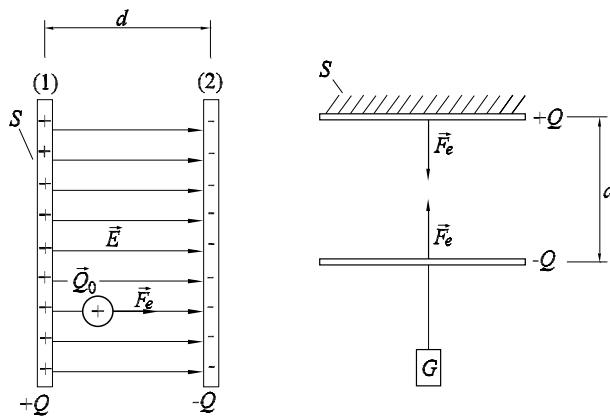
$$A = Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2) = -5 \cdot 10^{-9} (1650 - 4500) = 14.25 \text{ mJ}.$$

Rad je izvršilo električno polje naboja Q_1 i Q_2 .

1.6.3. Potencijalna energija i napon u homogenom električnom polju

Rad homogenog polja na naboju Q_0

Između dviju paralelnih ploča nanelektriziranih nabojsima $+Q$ i $-Q$ postoji homogeno električno polje (sl. 1.13a). Svaka ploča ima površinu S , a razmaknute su na udaljenost d .



Sl. 1.13. Rad u homogenom polju: a) na naboju Q_0 ; b) na naboju $-Q$ ploče (2).

Silnice električnog polja među sobom su paralelne, a okomite na ploče. Jakost polja E je konstantna. Električna sila na pokušni pozitivni naboju Q_0 djeluje u smjeru silnica i iznosi $\vec{F}_0 = Q_0 \vec{E}$. Rad električnog polja na pokušni naboju Q_0 koji se pomiče od ploče (1) do ploče (2), na putu d je

$$A = Q_0 E d.$$

Napon u homogenom polju

Omjer rada i naboja Q_0 jednak je razlici potencijala, odnosno naponu, koji je jednak

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = Ed,$$

gdje je φ_1 — potencijal ploče (1), a φ_2 potencijal ploče (2).

Rad i potencijalna energija paralelnih nanelektriziranih ploča

Budući da su ploče nanelektrizirane nabojsima suprotnih polariteta, između njih djeluje privlačna električna sila \vec{F}_e (sl. 1.13b)

$$F_e = \frac{Q^2}{2S\epsilon_0\epsilon_r}.$$

Ta je sila konstantna i ne ovisi o razmaku d između ploča. Ona može izvršiti rad, npr. dići teret G (sl. 1.13b). Na putu d sila F_e izvrši **rad**

$$A = F_e d = \frac{Q^2 d}{2S\epsilon_0\epsilon_r}.$$

Kad bi se ploče spojile, došlo bi do neutralizacije naboja, nestalo bi električne sile, pa bi teret G vratio ploču (2) na početni položaj. Sada bi trebalo ponovo nanelektrizirati ploče istim nabojima, pa bi ponovo došlo do privlačenja ploča. Taj proces bi se odvijao sve dok bi ponovo elektrizirali ploče u početnom položaju, kao na slici 1.13b. Električna sila mogla je izvršiti rad, jer je sustav ploča posjedovao u položaju na slici 1.13b, potencijalnu energiju, koja je jednaka izvršenom radu ($W = A$). Ako se formula za napon između ploča uvrsti u formulu za rad, dobije se da je **potencijalna energija sustava ploča** na slici 1.13b

$$W = \frac{QU}{2}.$$

Ovo je ponovo primjer koji pokazuje da električno polje može obavljati rad. On se obavlja na račun potencijalne energije električnog polja.

Primjer 1.2. Između paralelnih ploča površine $S = 1000 \text{ cm}^2$ i razmaka $d = 0.5 \text{ cm}$ vlada napon $U = 100 \text{ V}$. Treba odrediti potencijalnu energiju sustava, ako je između ploča zrak ($\epsilon_r \approx 1$).

Rješenje. Prvo treba iz formule $U = Ed = \frac{Q}{\epsilon_0\epsilon_r S}d$ odrediti naboј

$$Q = \frac{US\epsilon_0\epsilon_r}{d} = \frac{100 \text{ V} \cdot 1000 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ AsV}^{-1}\text{m}^{-1} \cdot 1}{0.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2} = 17.7 \text{ nC}.$$

Sada se pomoću formule za energiju može odrediti energija sustava

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{17.7 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot 100 \text{ V}}{2} = 0.885 \mu\text{J}.$$

* * *

Provjerite svoje znanje

1. Kako električno polje može obavljati rad?
2. Koliki je rad dvaju točkastih naboja?
3. Na račun čega se obavlja rad u električnom polju?
4. Kakav je predznak rada električnog polja na pozitivnom, a kakav na negativnom naboju?
5. Tko je obavio rad ako je predznak negativan?
6. Kolika je potencijalna energija dvaju naboja na razmaku r ?
7. Kako se definira električni potencijal?
8. Koliki je potencijal točkastog naboja na udaljenosti r ?
9. Što je električni napon?
10. Kakav je potencijal oko pozitivnog, a kakav oko negativnog naboja?
11. Koja je jedinica za potencijal, a koja za napon?
12. Kako se računa potencijal više točkastih naboja?
13. Kako se određuje napon u homogenom polju?
14. Koliki je napon između paralelnih nanelektriziranih ploča različitih polariteta?
15. Koliki rad mogu obaviti paralelne nanelektrizirane ploče?
16. Kolika je potencijalna energija sustava nanelektriziranih paralelnih ploča s različitim polaritetima?
17. Usporedite gravitacijsku i električnu potencijalnu energiju.
18. Dva naboja $Q_1 = 5\text{nC}$ i $Q_2 = -2\text{nC}$ nalaze se na razmaku $r_1 = 9\text{cm}$. Koliki je obavljen rad ako se taj razmak smanji na polovicu? Tko je izvršio rad?
19. Odredite potencijale na udaljenosti $r_1 = 9\text{cm}$ i $r_2 = 18\text{cm}$ oko naboja $Q = -5\mu\text{C}$ u zraku.
20. U vrhovima kvadrata stranice $a = 9\text{cm}$ nalaze se naboji, redom $Q_1 = 8\text{nC}$, $Q_2 = -2\text{nC}$, $Q_3 = 5\text{nC}$ i $Q_4 = -3\text{nC}$. Odredite potencijal u središtu kvadrata.
21. Koliki je rad kad se naboј $Q = -5\mu\text{C}$ premjesti iz točke potencijala $\varphi_1 = 500\text{V}$ u točku potencijala $\varphi_2 = -500\text{V}$? Tko je izvršio rad?
22. Napon između paralelnih ploča iznosi 1000V . Koliko je polje E i naboј Q na pločama ako je $S = 1000\text{cm}^2$ i $d = 1\text{cm}$, a $\epsilon_r = 2$?
23. Kolika je potencijalna energija u prethodnom zadatku?
23. Koliki rad može izvršiti sustav nanelektriziranih ploča u 22. zadatku?