

I. Uvod u elektrotehniku

Zadaci za vježbu I.2

Zadatak 1. Koliko najviše elektrona može imati druga ljuska elektronskog omotača atoma?

Rješenje. Elektroni se nalaze na putanjama oko jezgre atoma. Te se putanje nazivaju ljuske. Broj ljuski, kao i njihova popunjenost elektronima, ovisi o vrsti elementa. Najjednostavniji je atom vodika koji ima jednu ljusku u kojoj se nalazi jedan elektron. Ljuske se označavaju brojevima od 1 do 7 ili slovima K, L, M, N, O, P i Q. Zanimljivo je da se najveći mogući broj elektrona u pojedinoj ljuski dobiva formulom $n_{\max} = 2m^2$, gdje je m broj ljuske. Dakle, u ovom je zadatku $m = 2$ pa je maksimalni broj elektrona u drugoj ljuski 8. Detaljnije o atomima pročitati na str. 15 udžbenika.

Zadatak 2. Koliko elementarnih naboja ima u količini naboja $Q = 1 \mu\text{C}$?

Rješenje. Elementarni naboj je naboj elektrona za koji je ustanovljeno da iznosi $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$.

Prema tome, zadani naboj se sastoji od:

$$n = \frac{(1 \cdot 10^{-6})}{1,6 \cdot 10^{-19}}, \quad n = 6,25 \cdot 10^{12} \text{ elektrona.}$$

Napomena. U raznim elektrotehničkim proračunima brojeve često prikazujemo potencijama broja deset. Tako npr., broj 0,002 pišemo jednostavnije ovako: $2 \cdot 10^{-3}$. U tom smislu 10^6 je milijun, a 10^{12} je milijun puta milijun. Ovaj način pisanja brojeva znatno povećava preglednost izračuna. Ako recimo treba izračunati $0,0025 \cdot 12300$, tada bismo direktnim utipkavanjem brojeva u kalkulator mogli lako pogriješiti (npr., izostaviti / dodati koju nulu). Međutim, s potencijama broja deset dobivamo da je to:

$$25 \cdot 10^{-4} \cdot 1,23 \cdot 10^4 = 25 \cdot 1,23 \cdot 10^0 = 30,75$$

jer je $10^{-4} \cdot 10^4 = 10^{(-4+4)} = 10^0 = 1$.

Na ovaj način množimo $25 \cdot 1,23$, što možemo i bez kalkulatora. Preporuka je prije samog izračuna svesti brojeve u oblik potencijama broja deset, zatim “pokratiti” (ne potratiti!) sve što je moguće i tek na kraju prionuti uz kalkulator ili na “ručno” računanje. Spretniji će rješavač (ali ne i “prepisivač”) zadataka čak procijeniti red veličine očekivanog rezultata (“spretniji” postajete nakon *samostalnog* rješavanja određenog broja zadataka).

Zadatak 3. Kolikom silom jezgra atoma helija privlači svoje elektrone ako uzmemo da je promjer atoma helija kao i kod vodika 0,1 nm (atom helija ima dva elektrona i protona)?

Rješenje. Zadatak rješavamo primjenom Coulombovog zakona. Sila je privlačna jer su naboji suprotnog polariteta.

$$Q_1 = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad Q_2 = Q_1, \quad d = 0,05 \cdot 10^{-9} \text{ m}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2},$$

$$F = k \cdot \frac{(Q_1 \cdot Q_2)}{d^2}, \quad F = 3,686 \cdot 10^{-7} \text{ N}.$$

Zadatak 4. Kako se promijeni sila između dvaju naboja ako se dvaput poveća udaljenost među njima?

Rješenje. Ako pogledamo matematičku formulu kojom je iskazan Coulombov zakon, očito je da dvaput veća udaljenost znači četiri puta manju silu, jer je udaljenost u nazivniku i treba je kvadrirati (sila je obrnuto razmjerna kvadratu udaljenosti).

Treba napomenuti da se formula Coulombovog zakona odnosi na sitne naboje kojima su promjeri znatno manji od međusobnih udaljenosti. Takve naboje nazivamo točkasti naboji.

Zadatak 5. Ako 1 g bakra sadrži $94\,654 \cdot 10^{17}$ atoma, a svaki atom otpušta po jedan elektron, koliko slobodnih elektrona ima u 1 mm bakrene žice presjeka $0,5 \text{ mm}^2$. Gustoća bakra je $8,9 \cdot 10^{-3} \text{ g/mm}^2$. Koliko je to kulona?

Rješenje. Najprije izračunamo kolika je masa tog komadića bakrene žice. Obujam žice odredimo pomoću formule za valjak (baza \times visina):

$$S = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2, \quad l = 10^{-3} \text{ m}, \quad \gamma = 8,9 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3},$$

$$V = S \cdot l, \quad V = 5 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3, \quad m = V \cdot \gamma, \quad m = 4,45 \cdot 10^{-6} \text{ kg}.$$

Masa tog komadića bakra je: $4,45 \cdot 10^{-3} \text{ g}$.

Broj elektrona je: $n = 4,212 \cdot 10^{19}$.

Ukupan naboj je onda:

$$Q = n \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad Q = 6,739 \text{ C}.$$

Zadaci za vježbu I.3

Zadatak 1. Dok miruje u točki A električni naboj $Q = 100 \mu\text{C}$, ima energiju $W = 5 \text{ mWs}$. Koliki je potencijal u točki A ?

Rješenje. Potencijal označavamo s φ (napomena: u eng. literaturi koristi se oznaka V , od riječi *voltage*). Naboj u električnom polju ima potencijalnu energiju koju dobiva prilikom postavljanja u prostor gdje postoji polje. To je odnos potencijalne energije i naboja (zato kažemo: energija po jedinici naboja).

Zadano: $Q = 100 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ i $W_A = 5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

Potencijal je onda: $\varphi = \frac{W_A}{Q}$, $\varphi = 50 \text{ V}$.

Zadatak 2. Kolika je električna (potencijalna) energija naboja Q : **a)** kada se nalazi u točki potencijala φ ; **b)** kada dospije u zemlju?

Zadano je: $Q = 100 \cdot 10^{-3} \text{ C}$ i $\varphi = 100 \text{ V}$.

Rješenje. **a)** $W = Q \cdot \varphi$, $W = 10 \text{ J}$;

b) potencijal zemlje (i svih metalnih predmeta spojenih na zemlju) je nula pa je potencijalna energija nula.

Napomena. U elektrotehničkoj praksi uzemljenje ima veliki značaj pa će o tome kasnije biti više govora.

Zadatak 3. Potencijal točke A je φ_A , a potencijal točke B φ_B . Koliki je napon između točaka A i B ($U_{AB} = ?$)?

Zadano je: $\varphi_A = 5 \text{ V}$ i $\varphi_B = -5 \text{ V}$.

Rješenje. Napon je razlika potencijala i uvijek se odnosi na dvije točke. Potencijal je u tom smislu napon neke točke prema referentnoj točki. Osim iznosa važan je i polaritet napona, tj. koja od točaka je na višem potencijalu. Često u oznaku za napon (U) dodajemo i oznake točaka na koje se taj napon odnosi (npr. U_{AB}). Za dobivanje polariteta napona važan je redoslijed operanada u izračunu razlike potencijala. Dakle:

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B, \quad U_{AB} = 10 \text{ V}.$$

To sada znači da je točka A pozitivna u odnosu na točku B za 10 V .

Točku B nazivamo referentnom točkom za napon U_{AB} . Promjena redoslijeda indeksa u oznaci napona, naravno, mijenja i polaritet dobivenog napona:

$$U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A, \quad U_{BA} = 10 \text{ V}.$$

Sada je točka A referentna pa je točka B negativnija od točke A za 10 V .

Zadatak 4. Ako je napon između točaka C i D negativan, tj. $U_{CD} < 0$, koja od točaka je na višem potencijalu?

Rješenje. Budući da je napon U_{CD} negativan, točka C je na nižem potencijalu od točke D , a to ujedno znači da je točka D na višem potencijalu od točke C .

Zadatak 5. Napon između točaka R i S je $U_{RS} = 380 \text{ V}$. Ako je točka R na potencijalu 0 V , koliki je potencijal točke S ?

Rješenje. Činjenica da je potencijal točke R nula, praktički znači da je ta točka uzemljena. Potencijal točke S je onda -380 V , što (matematički) dobivamo ovako:

$$U_{RS} = \varphi_R - \varphi_S, \quad U_{RS} = 380 \text{ V},$$

$$\varphi_R = 0 \text{ V}, \quad \varphi_S = \varphi_R - U_{RS}, \quad \varphi_S = -380 \text{ V}.$$

Zadatak 6. Za pomak pozitivnog električnog naboja Q iz točke A u točku B treba (djelujući protiv električnih sila) utrošiti rad ΔW . Koliki je napon U_{AB} ?

Zadano je: $7,83 \cdot 10^{-1} \text{ V}$ i $\Delta W = 0,2 \text{ J}$.

Rješenje. Među nabojima djeluju sile (to je “prapočetak” elektrotehnike). Ako su naboji istog polariteta, sile su odbojne. Prema tome, možemo zaključiti da se zadani (pozitivan) naboj približava nekom pozitivnom naboju jer trošimo energiju, odnosno svladavamo odbojnu silu (kao kad napinjemo oprugu).

$$U = \frac{\Delta W}{Q}, \quad U = 200 \text{ V}.$$

Napon između tih točaka je 200 V s tim da je točka A (početna točka u skladu s gore navedenim) negativnija od točke B pa je $U_{AB} = -200 \text{ V}$.

Napomena. Ako bismo naboj, nakon postavljanja u točku B , prepustili djelovanju odbojnih sila, on se vraća u točku A i sile polja vrše rad, tj. uložena energija se vraća (usporedimo to s puštanjem napete opruge). Kod strogo matematičkog izračuna rada i energije, utrošena i dobivena energija *razlikuju se po predznaku*. Definicijom rada kao razlike početne i konačne energije, dobiva se da je *utrošeni rad negativan*, a *dobiveni rad pozitivan* (ovaj odnos se lako pamti!).

Zadatak 7. Električna sila pomakne naboj Q iz točke 1 s potencijalom $\varphi_1 = -40$ V u točku 2 s potencijalom $\varphi_2 = 0$ V. Ako električne sile pritom izvrše rad $\Delta W = 0,1$ mWs, odredite koliki je: **a)** napon U_{12} ; **b)** predznak i veličina naboja Q .

Rješenje. Treba pažljivo pročitati zadatak i zaključiti sljedeće: rad izvrše električne sile. Naboj ide iz točke nižeg potencijala (-40 V) u točku višeg potencijala (0 V). To je moguće samo ako je naboj negativan, jer su onda sile privlačne.

Zadano: $\varphi_1 = -40$ V, $\varphi_2 = 0$ V, $\Delta W = 0,1 \cdot 10^{-3}$ J.

a) $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$, $U_{12} = -40$ V;

b) iznos naboja je: $Q = \frac{\Delta W}{U_{12}}$, $Q = -2,5 \cdot 10^{-6}$ C.

Zadaci za vježbu I.4

Zadatak 1. Kroz poprečni presjek vodiča tijekom 1 minute prostruji količina naboja $Q = 30 \text{ C}$. Uzevši brzinu gibanja naboja stalnom, odredite jakost struje kroz vodič u tom vremenu.

Rješenje. Jednoliko strujanje naboja znači da je struja stalna (istosmjerna).

$$Q = 30 \text{ C}, \quad t = 1 \cdot 60 \text{ s}, \quad I = \frac{Q}{t}, \quad I = 0,5 \text{ A}.$$

U svakoj sekundi kroz poprečni presjek vodiča prolazi naboj $0,5 \text{ As}$.

Napomena. Naboji u vodiču (elektroni) gibaju se pod djelovanjem električnih sila. U stvarnosti su brzine i putanje pojedinih naboja vrlo različite. Radi se o gibanju ogromnog broja naboja.

Ipak se u mnoštvu putanja i brzina statistički gledano može govoriti o nekoj srednjoj pomaćnoj brzini elektrona (eng. *drift*) u smjeru djelovanja električne sile, tj. o *usmjerenom gibanju*. Zanimljivo je da je ta srednja brzina naboja vrlo malena, ali se efekt sile širi velikom brzinom po vodiču tako da se gotovo "istovremeno" počinju gibati svi naboji (elektroni – i oni s početka i s kraja vodiča). Još je nešto jako važno: iako se u metalu stvarno usmjerenom gibaju elektroni, kao smjer struje uzima se onaj suprotni, tj. kao da se giba pozitivni naboj (tehnički smjer struje).

Zadatak 2. Ako je jakost struje u vodiču stalna i iznosi $I = 5 \text{ A}$, odredite koliko naboja prođe kroz presjek vodiča u vremenu od pola sata.

Rješenje. $I = 5 \text{ A}$, $t = 30 \cdot 60 \text{ s}$ (vrijeme treba prikazati u sekundama),

$$Q = I \cdot t \quad Q = 9 \cdot 10^3 \text{ C}.$$

Zadatak 3. Kolika je najveća dozvoljena jakost struje kroz vodič presjeka $S = 1,5 \text{ mm}^2$ u kojem gustoća struje ne smije prijeći veličinu $J = 10 \text{ A/mm}^2$?

Rješenje. Prilikom prolaska struje dolazi do zagrijavanja vodiča. Prevelika struja dovela bi do prevelikog zagrijavanja, kada vodič gubi svoja fizikalna svojstva. Zato je za svaki vodič i uvjete njegovog korištenja propisana nazivna gustoća struje.

$$J = 10 \text{ A/mm}^2, \quad S = 1,5 \text{ mm}^2, \quad I = J \cdot S, \quad I = 15 \text{ A}.$$

Napomena. U nekim primjenama – uređajima vodiči se "prisilno" hlade vodom, zrakom, uljem i sl. kako bi se povećala dozvoljena gustoća struje.

Zadatak 4. Najveća dozvoljena gustoća struje za jedan tip vodiča je 8 A/mm^2 . Ako su vam na raspolaganju vodiči (standardnih) presjeka od 1; 1,5; 2,5; 4 i 6 mm^2 , koji od njih ćete odabrati za predviđenu jakost struje do 25 A?

Rješenje. Ovo je mali “konstruktorski” problem u kojem treba odabrati najpovoljniju varijantu (izvedbu). Tražimo zapravo kompromis između ekonomskih i tehničkih zahtjeva. Ako bismo uzeli vodič od 6 mm^2 (najsкупlji, zbog najveće količine vodljivog materijala), tada bi gustoća struje bila:

$$J = \frac{25}{6}, \quad J = 4,167 \text{ A/mm}^2.$$

Očito je da taj vodič zadovoljava tehnički uvjet (gustoća struje je manja od dozvoljene), **ali** je slabo opterećen, a skup.

Probajmo s vodičem od $2,5 \text{ mm}^2$:

$$J = \frac{25}{2,5}, \quad J = 10 \text{ A/mm}^2.$$

Taj je jeftiniji, ali ne zadovoljava tehnički uvjet.

Vodič od 4 mm^2 zadovoljava tehnički uvjet, pa biramo njega.

Zadatak 5. Koliko je vremena (t_I) potrebno da elektroni prijeđu vod dužine 90 m, a koliko vremena (t_U) da se po istomvodu proširi električni napon? Za srednju brzinu elektrona (nosilaca struje) uzmite da je 5 mm/s , a za brzinu širenja napona uzmite da je $4/5$ brzine svjetlosti.

Rješenje. Kao što je već rečeno, elektroni se gibaju raznim brzinama koje u pojedinim trenucima mogu biti vrlo velike, ali statistički gledano postoji srednja brzina. Ako bismo, dakle, gledali koliko jednom elektronu prosječno treba vremena da prevali put od 90 m, temeljem jednadžbe gibanja dobivamo:

$$v_I = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}, \quad s = 90 \text{ m}, \quad t_I = \frac{s}{v_I}, \quad t_I = 1,8 \cdot 10^4 \text{ s}.$$

Napon (efekt sile) se međutim širi velikom brzinom i u ovom slučaju je to:

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v_U = \frac{4}{5} \cdot c, \quad v_U = 2,4 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad t_U = \frac{90}{v_U},$$

$$t_U = 3,75 \cdot 10^{-7} \text{ s}, \text{ praktički trenutačno!}$$

Napomena. Širenje napona je zapravo širenje električnog polja, o kojemu će kasnije biti više riječi.

Zadaci za vježbu 1.5

Zadatak 1. Odredite otpor bakrenog vodiča presjeka $S = 0,75 \text{ mm}^2$ i duljine $l = 21 \text{ m}$.

Rješenje. Za materijale koje koristimo u elektrotehničkoj praksi ustanovljen je pokusima specifičan otpor (otpornost), odnosno recipročna vrijednost te fizikalne veličine koja se naziva specifična vodljivost (provodnost). Podaci su navedeni u tablicama koje nalazite u elektrotehničkim priručnicima. Za neke važnije materijale navedeni su podaci za provodnost u tablici na str. 28 udžbenika. Tako, npr., za bakar pronalazimo podatak da mu je specifična vodljivost:

$$\kappa = 56 \frac{\text{S} \cdot \text{m}}{\text{mm}^2}, \quad l = 21 \text{ m}, \quad S = 0,75 \text{ mm}^2.$$

Ukupan otpor vodiča koji ima jednak presjek po čitavoj duljini iznosi:

$$R = \left(\frac{1}{\kappa} \right) \cdot \frac{l}{S}, \quad R = 0,5 \Omega.$$

Napomena. Ako vod ima dijelove različitih presjeka, tada se ukupni otpor izračunava kao serijski spoj otpora, što će se kasnije detaljnije objasniti.

Zadatak 2. Vodič duljine 10 m ne smije imati otpor veći od $0,1 \Omega$. Od raspoloživih bakrenih vodiča standardnih presjeka $0,75, 1,5, 2,5, 4$ i 6 mm^2 , odaberite najtanji koji ujedno zadovoljava postavljeni uvjet glede otpora.

Rješenje. Ovo je problem s kojim se često susrećemo u elektrotehničkoj praksi: odabir elementa koji zadovoljava neki postavljeni tehnički uvjet. Ovdje je najbolje krenuti “od sredine”, tj. provjeriti koliki bi bio otpor ako odaberemo vodič presjeka $2,5 \text{ mm}^2$:

$$l = 10 \text{ m}, \quad S = 2,5 \text{ mm}^2, \quad R = \left(\frac{1}{\kappa} \right) \cdot \frac{l}{S}, \quad R = 0,071 \Omega.$$

Zadovoljava, ali možda može biti tanji?

Probamo s presjekom $S = 0,75 \text{ mm}^2$:

$$R = \left(\frac{1}{\kappa} \right) \cdot \frac{l}{S}, \quad R = 0,238 \Omega.$$

Ne zadovoljava, jer je otpor veći od $0,1 \Omega$, treba uzeti deblji, pa probamo s presjekom $S = 1,5 \text{ mm}^2$:

$$R = \left(\frac{1}{\kappa} \right) \cdot \frac{l}{S}, \quad R = 0,119 \Omega.$$

Ne zadovoljava, treba uzeti deblji.

Zaključak. Uzimamo vodič presjeka $2,5 \text{ mm}^2$.

Zadatak 3. Odredite presjek aluminijskog vodiča kojim bi se mogao zamijeniti bakreni vodič presjeka $2,5 \text{ mm}^2$ tako da dužina i otpor vodiča ostanu nepromijenjeni.

Rješenje. Specifičan otpor bakra je manji od specifičnog otpora aluminijskog, tj. bakar je u tom smislu bolji vodič. Aluminij s druge strane ima manju specifičnu masu i manju cijenu. Iz tablice na str. 28 udžbenika dobivamo:

$$\kappa_{\text{Cu}} = 56 \frac{(\text{S} \cdot \text{m})}{\text{mm}^2}, \quad \kappa_{\text{Al}} = 35 \frac{(\text{S} \cdot \text{m})}{\text{mm}^2}.$$

Da bismo dobili jednaki otpor, presjek aluminijskog vodiča treba biti veći za odnos $= \frac{\kappa_{\text{Cu}}}{\kappa_{\text{Al}}}$, odnos = 1,6 puta, odnosno za 60%.

U opisanom primjeru presjek aluminijskog vodiča trebao bi biti

$$S_{\text{Al}} = 2,5 \cdot 1,6, \quad S_{\text{Al}} = 4 \text{ mm}^2.$$

U primjenama gdje “ima prostora”, npr., u zračnim energetskim vodovima, primjenjuje se aluminij, jer je jeftiniji i laganiji (bez obzira na povećan presjek). Za povećanje čvrstoće, često se u kombinaciji s aluminijem koristi čelik (dalekovodi). Više o tome na specijaliziranim predmetima.

Zadatak 4. U kojim granicama smije biti otpor otpornika nazivne vrijednosti 150Ω i tolerancije $\pm 10\%$?

Rješenje. Tehnički otpornici se proizvode u standardnim iznosima i tolerancijama. Što je tolerancija manja, tehnološki postupak izrade je skuplji. U ovom primjeru treba izračunati koliko je 10% od 150.

$$\Delta R = 0,1 \cdot 150 \Omega, \quad \Delta R = 15 \Omega.$$

Svi proizvedeni otpornici moraju imati iznos između 135 i 165 Ω .

Prema tome, ako želite znati “pravu vrijednost” kupljenog otpornika od 150Ω , morate je izmjeriti. Ako biste uzeli veći broj takvih otpornika od 150Ω , npr., 100 komada, tada bi nakon mjerenja otpora svih otpornika izračunom dobili srednju vrijednost od 150Ω .

Zadatak 5. Kolika je nazivna vrijednost, a kolika tolerancija otpornika označenog bojom redom: zelena, smeđa, crvena i zlatna?

Rješenje. Početnik neka pogleda tablicu 3 na str. 30 udžbenika pa će zadani otpornik lako dekodirati u vrijednost $51 \cdot 10^2 = 51\,000 \Omega$ i toleranciju $\pm 5\%$. Praktičar će navedenu tablicu sasvim sigurno naučiti napamet.

Napomena. Vrijednosti otpornika su u tzv. IEC nizovima, koje pogledajte na str. 29 udžbenika. Očito je naš otpornik iz niza E24.

Zadatak 6. Koje boje označavaju otpornik od $82 \text{ k}\Omega$, tolerancije 5% ?

Rješenje. Taj otpornik je iz niza E24 jer ima toleranciju $\pm 5\%$. Zadnja oznaka bit će zlatne boje, prva boja je siva (8), druga crvena (2), a treća (potencija) je narančasta (10^3).

Napomena. Ovu vrijednost otpora nalazimo i u nizu E12, ali je tamo tolerancija $\pm 10\%$!

Zadatak 7. Otpor bakrenog namota pri 20°C iznosi 30Ω . Za koliko se taj otpor poveća pri temperaturi od 80°C ?

Zadano je: $R_{20} = 30 \Omega$, $\vartheta = 80^\circ\text{C}$ i $\alpha = 0,0039 \text{ 1}/^\circ\text{C}$.

Rješenje. Otpor metalnih vodiča raste s temperaturom. Kao početna temperatura uzima se 20°C . Za temperature u uobičajenom području rada uređaja uzimamo da je ta ovisnost linearna (na vrlo visokim i vrlo niskim temperaturama ovisnost nije linearna i iskazuje se kompliciranijim formulama, kojima se ne bavimo).

Za rješavanje ovog zadatka koristimo jednostavnu formulu (pravac):

$$R_\vartheta = R_{20}[1 + \alpha(\vartheta - 20)], \quad R_\vartheta = 37,02 \Omega. \text{ Povećanje otpora je za } 7 \Omega.$$

Napomena. Mjerenjem otpora možemo posredno odrediti temperaturu namota!

Zadatak 8. Otpor bakrenog namota od 440Ω pri 20°C u radu poraste na 510Ω . Kolika je radna temperatura?

Zadano je: $R_{20} = 440 \Omega$, $R_\vartheta = 510 \Omega$ i $\alpha = 0,0039$.

(Podatak za temperaturni koeficijent otpora nalazimo u tablici na str. 33 udžbenika.)

Rješenje. Preuredimo formulu iz prethodnog primjera tako da je nepoznanica temperatura ϑ :

$$\vartheta = 20 + \frac{(R_\vartheta - R_{20})}{R_{20} \cdot \alpha}, \quad \vartheta = 60,8^\circ\text{C}.$$

Zadatak 9. Otpor namota aluminijske žice pri temperaturi od 120°C je 137Ω . Koliki je otpor pri 20°C ?

Zadano je: $\vartheta = 120^\circ\text{C}$, $R_\vartheta = 137 \Omega$ i $\alpha = 0,003 \text{ 1}/^\circ\text{C}$.

Rješenje. Formulu ovaj put preuredimo tako da je nepoznanica R_{20} .

$$R_{20} = \frac{R_{\vartheta}}{[1 + \alpha \cdot (\vartheta - 20)]}, \quad R_{20} = 100 \, \Omega.$$

Zadatak 10. Ugljeni otpornik na 20°C ima otpor $1000 \, \Omega$. Odredite njegov otpor na:
a) 100°C ; **b)** -30°C .

Zadano je: $R_{20} = 1000 \, \Omega$, $\vartheta_1 = 100^{\circ}\text{C}$, $\vartheta_2 = -30^{\circ}\text{C}$ i $\alpha = -0,0008$.

Rješenje. Ugljen, za razliku od metalnih vodiča, ima *negativni temperaturni koeficijent* otpora, tj. otpor mu pada s porastom temperature. Formula za izračun je ista, s tim da se α uvrštava kao negativan broj.

a) $R_{\vartheta_1} = R_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (\vartheta_1 - 20)], \quad R_{\vartheta_1} = 936 \, \Omega;$

b) $R_{\vartheta_2} = R_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (\vartheta_2 - 20)], \quad R_{\vartheta_2} = 1,04 \cdot 10^3 \, \Omega.$

Napomena. Osim ugljena postoje i neki drugi materijali koji pokazuju takvo svojstvo. Od njih se izrađuju tzv. NTC otpornici koji se koriste u elektroničkim sklopovima.

Posebним postupcima legiranja dobiveni su temperaturno postojani materijali koji se onda koriste za izradu preciznih otpornika. Temperaturni koeficijent otpora takvih materijala je gotovo jednak nuli. Pronađite u tablici na str. 33 udžbenika koji je to materijal.

Zadaci za vježbu I.6

Zadatak 1. Kroz otpornik priključen na napon od 120 V teče struja od 800 mA. Odredite otpor i vodljivost otpornika.

Zadano je: $U = 120 \text{ V}$ i $I = 0,8 \text{ A}$.

Rješenje. Primijenimo Ohmov zakon i dobivamo da je:

$$R = \frac{U}{I}, \quad R = 150 \, \Omega, \quad G = \frac{1}{R}, \quad G = 6,667 \cdot 10^{-3} \text{ S}.$$

Vodljivost možemo izračunati i izravno ovako: $G = \frac{I}{U}$.

Zadatak 2. Što se dogodi sa strujom kroz otpornik ako se napon na njemu dvaput poveća?

Rješenje. Smatramo da otpornik ima stalnu vrijednost otpora pa se struja također poveća dvaput.

Napomena. Postoje i nelinearni otpornici kod kojih ne vrijedi načelo linearosti. O njima će biti govora kasnije.

Zadatak 3. Promjenjivi otpornik spojen je na stalni napon. Što se dogodi sa strujom ako otpor dvaput povećamo?

Rješenje. U skladu s Ohmovim zakonom, tj. formulom $I = U/R$, dobivamo da će uz dvaput veći otpor struja biti upola manja. Promjenjivi otpornici se često koriste u elektrotehnici. Takvi otpornici imaju najmanje tri priključka. Dva od njih su *krajevi* između kojih je ukupni otpor otpornika te *kliznik* koji se pomiče pomoću posebnog mehanizma (neki put i daljinski upravljanoj elektromotora). Jedna od primjena takvih otpornika je laboratorijska, tj. pomoću njih se izvode razni elektrotehnički pokusi (osim iznosa ukupnog otpora, na takvim otporima se nalazi i oznaka *maksimalne dozvoljene struje*).

Pitanje. Gdje se može zamijetiti uporaba promjenjivih otpornika u audiotehnici?

Zadaci za samostalno rješavanje I.S.

S 1. Zadane napone izrazite u osnovnoj jedinici, tj. u voltima: 22 000 mV, 15,5 kV, 0,0153 MV i 34 500 μ V.

Rezultat: 22 V, 15 500 V, 15 300 V, 0,0345 V.

S 2. Zadane struje izrazite u miliamperima (mA): 1,001 A, 0,00034 kA i 0,0001 A.

Rezultat: 1001 mA, 340 mA, 0,1 mA.

S 3. Napišite u obliku potencije broja deset sljedeće fizikalne veličine: 55,05 kV, 783,2 mA, 1 320 000 $\mu\Omega$, 0,000000123 Ω i 123 000 000 Ω .

Rezultat: $5,505 \cdot 10^4$ V, $7,83 \cdot 10^{-1}$ A, $1,32 \cdot 10^0 \Omega$, $1,23 \cdot 10^{-7} \Omega$, $1,23 \cdot 10^8 \Omega$.

S 4. Akumulator može primiti naboj 158 400 As. Koliko vremena treba da se napuni ako je struja punjenja 4 A?

Rezultat: 11 sati.

S 5. Potencijali (naponi prema zemlji) vodova 1, 2 i 3 su: $\varphi_1 = 110$ V, $\varphi_2 = -110$ V i $\varphi_3 = 90$ V. Koliki su naponi: U_{13} , U_{12} i U_{23} ?

Rezultat: $U_{13} = 20$ V, $U_{12} = 220$ V, $U_{23} = -200$ V.

S 6. Koliko naboja je prošlo kroz neki otpornik ako je prvih 5 sati jakost struje bila 2 A, a sljedeća 2 sata 1 A? Naboj izrazite u As (kulon) i Ah (ampersati).

Rezultat: 12 Ah; $4,32 \cdot 10^4$ As.

S 7. Vodič ima promjer 0,4 mm i duljinu 33 m. Izmjeren je otpor vodiča od 80 Ω . Kolika je specifična vodljivost materijala tog vodiča?

Rezultat: $\kappa = 3,18$ Sm/mm².

S 8. Koliki je električni otpor bakrene cijevi dužine 30 m ako je unutarnji promjer cijevi (otvor) 40 mm, a debljina stijenke je 5 mm? Uzmite da je specifični otpor 0,0175 Ω mm²/m. Izrazite specifični otpor u jedinici Ω m.

Rezultat: $R = 7,4 \cdot 10^{-4} \Omega$, $0,0175 \cdot 10^{-6} \Omega$ m.

- S 9.** Na okrugli komad izolatora (valjak) namotana je zavojnica s bakrenom žicom promjera 0,4 mm. Zavojnica ima $N = 1620$ zavoja. Duljina jednog zavoja je 8,4 cm. Izračunajte omski otpor te zavojnice. Uzmite da je specifični otpor $1,75 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$.

Rezultat: $R = 18,96 \Omega$.

- S 10.** Koliko žice od konstantana presjeka $0,07 \text{ mm}^2$ trebamo za izradu otpornika od $2,5 \Omega$? (Konstantan je materijal za izradu otpornika, ima specifičnu vodljivost od 2 Sm/mm^2 .)

Rezultat: $l = 350 \text{ mm}$.

- S 11.** Prvi otpornik je načinjen od otporne žice okruglog presjeka koja ima promjer d i duljinu l . Drugi otpornik je napravljen od žice koja ima 20% veći promjer i 20% manju duljinu. Koliki je otpor tog otpornika u odnosu na onaj prvi? Materijal je u oba slučaja isti.

Rezultat: $R_2 = 0,55R_1$.

- S 12.** Potreban nam je vodič duljine 28 m, ali nažalost, imamo samo dva nejednaka komada bakrene žice koje nadovežemo jedan na drugi ("naštukamo" ih). Prvi komad ima duljinu 10 m i presjek $0,75 \text{ mm}^2$, a drugi 18 m i presjek $1,5 \text{ mm}^2$. Koliki je otpor tako napravljenog vodiča? Kolika struja prolazi kroz prvi i drugi dio vodiča ako na krajeve složenog vodiča priključimo napon od 2 V? U kojem će odnosu biti gustoće struje u pojedinim dijelovima vodiča?

Rezultat: $R = 0,452 \Omega$; struja je jednaka: $I = 4,42 \text{ A}$; odnos gustoća je $2 : 1$.

- S 13.** Napon na otporu iznosi $1,23 \cdot 10^2 \text{ V}$, dok je struja $0,000123 \text{ A}$. Koliki je otpor?

Rezultat: $R = 1 \cdot 10^6 \Omega = 1\,000\,000 \Omega = 1 \text{ M}\Omega$ (milijun oma, odnosno jedan megaom).

- S 14.** Na koju temperaturu treba zagrijati bakreni namot da bi se otpor namota povećao za 20% u odnosu na onaj pri 20°C ? Temperaturni koeficijent za bakar iz tablice na str. 33 udžbenika je $0,0039 \text{ 1/}^\circ\text{C}$.

Rezultat: $\vartheta = 71,3^\circ\text{C}$.

- S 15.** Kolika je radna temperatura bakrenog namota elektromotora ako se otpor namota, od vrijednosti 1Ω na 20°C , pri radu motora poveća na $1,6 \Omega$?

Rezultat: $\vartheta = 170^\circ\text{C}$.

- S 16.** Za koliko se promijeni otpor otpornika koji je napravljen od: **a)** konstantana; **b)** volframa ako se zagrije od 20 na 120°C? Promjenu otpora izrazite u postotku.

Rezultat: **a)** $\pm 0,4\%$; $+41\%$.

- S 17.** Temperaturno promjenjivi otpornik koristi se pri mjerenju temperature. U hladnom stanju otpor tog otpornika je 100 Ω . Pri promjeni temperature za 100°C otpor se poveća na 180 Ω . Koliki je temperaturni koeficijent otpora?

Rezultat: 0,008 1/°C.

- S 18.** Temperaturno promjenjivi otpornik (senzor) koristi se pri mjerenju temperature. U hladnom stanju (20°C) otpor tog otpornika je 1000 Ω . Pri povećanju temperature za 80°C otpor se smanji na 400 Ω . Koliki je temperaturni koeficijent otpora?

Rezultat: $-0,0075$ 1/°C.

- S 19.** Otpornik iz prethodnog zadatka priključen je na napon od 12 V. Kolika je struja u strujnom krugu (mjerimo je ampermetrom) kod temperature 20, 60 i 100°C? Promjena otpora je linearna s temperaturom.

Rezultat: 12 mA, 17 mA, 30 mA (ampermetrom “mjerimo” temperaturu).

- S 20.** Namotaj aluminijske žice s temperaturnim koeficijentom $\alpha = 0,0037^\circ\text{C}^{-1}$ i namotaj mjedene žice s temperaturnim koeficijentom $\alpha = 0,0015^\circ\text{C}^{-1}$ imaju na sobnoj temperaturi (20°C) isti otpor, $R_{\text{Al}} = R_{\text{Mj}} = 2 \Omega$. Na kojoj će temperaturi otpor aluminijske žice biti za 30% veći od otpora mjedene žice? Koliki će tada (pri toj temperaturi) biti R_{Al} i R_{Mj} ?

Rezultat: $\vartheta = 191,43^\circ\text{C}$, $R_{\text{Al}} = 3,27 \Omega$ i $R_{\text{Mj}} = 2,514 \Omega$.

- S 21.** Otpornik je priključen na napon od 12 V koji se postupno (linearno) smanjuje na 10 V kroz vrijeme od 1 sat (npr. akumulator koji se troši/prazni). Struja je u početku bila 1,2 A. **a)** Koliko je naboja prošlo kroz taj otpornik? **b)** Koliko bi naboja prošlo da je napon cijelo vrijeme bio jednak onom početnom?

Rezultat: **a)** $Q = 1,1 \text{ Ah}$; **b)** $Q = 1,2 \text{ Ah}$.

- S 22.** Otpornik $R = 12 \Omega$ priključimo na neki napon U . Struja u krugu je 0,2 A. Nakon nekog vremena se zbog zagrijavanja otpornika njegov otpor poveća na 18 Ω . Za koliko trebamo povećati napon da se struja ne promijeni?

Rezultat: $Q = 1,2 \text{ V}$.

- S 23.** Otpornik od 23,5 Ω priključen je najprije na napon od 80 V, a zatim na napon od 120 V. Izračunajte promjenu struje kroz otpornik (u postotku).

Rezultat: Struja se poveća za 50%.