

1.

Nastavni program matematike za treći razred gimnazije

I. Svrha i cilj

Zamislao programa zasniva se na ciljevima i zadacima nastave matematike u srednjoj školi.

Najvažniji ciljevi nastave matematike su:

1. stjecanje temeljnih matematičkih znanja nužnih za nastavak daljnje izobrazbe, praćenje suvremenog društveno-gospodarskog i znanstveno-tehnološkog razvoja i buduće djelatnosti;
2. razvijanje logičnog mišljenja i zaključivanja, matematičke intuicije, mašte i stvaralaštva;
3. stjecanje navika i umijeća, kao što su sistematičnost, ustrajnost, preciznost i postupnost;
4. postupno usvajanje metode matematičkog mišljenja koje se očituje u preciznom formuliranju pojmova, logičnom zaključivanju i algoritamskom rješavanju problema;
5. stjecanje sposobnosti matematičkog oblikovanja i predočivanja problema na znakovima i jeziku matematike, naglašeno u grafičkom smislu.

II. Programska građa

Treći razred

(opća, jezična i klasična gimnazija)

1. Zadaće

Učenici trećeg razreda trebaju:

- naučiti definirati trigonometrijske funkcije kao realne funkcije koristeći brojevnju kružnicu te svojstva tih funkcija (periodičnost, parnost i neparnost) proučavati na osnovi njihovih grafova i primjenjivati u rješavanju trigonometrijskih zadaća;
- ovladati sposobnošću rješavanja planimetrijskih i stereometrijskih zadataka primjenjujući svojstva trigonometrijskih funkcija kuta te sinusova i kosinusova teorema;
- ovladati umijećem rješavanja trigonometrijskih jednadžbi;
- svladati osnovna znanja iz vektorske algebre i, što je posebno važno, uočiti mogućnosti i snagu vektorske metode u geometrijskim zadacima i problemima;
- znati rješavati osnovne zadatke o pravcu s težištem na pravcu kao skupu točaka polinoma prvoga stupnja u dvije varijable;
- naučiti definirati i crtati krivulje drugoga reda na osnovi njihovih metričkih svojstava, a ostale zadaće rješavati na osnovi njihovih pripadnih jednadžbi.

2. Sadržaji

2.1. Trigonometrijske funkcije

Brojevnja kružnica. Definicija trigonometrijskih funkcija. Parnost kosinusa, neparnost sinusa. Periodičnost trigonometrijskih funkcija. Određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija (Tablice. Uporaba džepnog računala). Grafički prikaz trigonometrijskih funkcija. Adicione formule. Pretvorba zbroja trigonometrijskih funkcija u umnožak i obratno. Trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe.

2.2. Primjene trigonometrije u geometriji

Primjene trigonometrije pravokutnoga trokuta u planimetriji (ponavljanje). Poučak o sinusima. Poučak o kosinusima. Primjene trigonometrije u planimetriji. Primjene trigonometrije u stereometriji, fizici, tehnicima i geodeziji.

2.3. Analitička geometrija u ravnini

Vektori. Pojam vektora. Zbrajanje vektora. Množenje vektora realnim brojem. Linearna kombinacija vektora. Linearna zavisnost i nezavisnost vektora. Duljina vektora. Formula za udaljenost točaka u koordinatnom sustavu. Dijeljenje dužine u danom omjeru. Skalarni produkt vektora. Okomitost vektora.

EksPLICITNI, implicitni i segmentni oblik jednadžbe pravca. Kut dvaju pravaca (okomitost i paralelnost). Udaljenost točke od pravca. Simetrala kuta. Minimum i maksimum polinoma $f(x+y)=Ax+by+C$ na konveksnom poligonu i linearno programiranje.

Jednadžba kružnice. Kružnica određena s tri točke. Presjek pravca i kružnice. Tangenta i normala kružnice. Uvjet dodira pravca i kružnice.

Elipsa, hiperbola i parabola. Istostrana hiperbola. Tangenta i normala u točki elipse, hiperbole i parabole. Pojam krivulje 2. reda. Presjek pravca i krivulje 2. reda.

Napomena 1.

Za prirodoslovno-matematičku gimnaziju dodaju se još ove teme: Parametarske jednadžbe pravca. Pol i polara krivulje 2. reda. uvjet dodira pravca i krivulje 2. reda. Presjek i kut krivulja 2. reda. Zajedničke tangente. Fokalna svojstva krivulja 2. reda. Direktrise i Papo-Boškovićeva definicija krivulje 2. reda. Translacija koordinatnoga sustava s primjenom na krivulje 2. reda. Tjemene jednadžbe. Osnovne konstrukcije u vezi s krivuljama 2. reda.

Napomena 2.

Za program prirodoslovno-matematičke gimnazije od 6 i 7 sati tjedno dodaju se ove teme iz analitičke geometrije prostora: Koordinatni sustav E^3 . Formule za udaljenost dviju točaka, za duljinu vektora i skalarni produkt. Jednadžba sfere. Determinante drugoga i trećega reda i linearni sustavi jednadžbi. Vektorski i mješoviti produkt vektora. Jednadžba ravnine. Jednadžba pravca. Analitička obrada međusobnih položaja pravaca i ravnina.

III. Didaktičke upute

Matematika se, kao i druge znanosti, razvija i obogaćuje novim spoznajama. Stvaraju se nove matematičke teorije i otkrivaju novi pristupi u rješavanju problema. Nastava svakoga predmeta, pa i matematike, u stanovitom je zaostatku za razvojem suvremene znanosti i treba je povremeno usklađivati s novim dostignućima.

U posljednjih četvrt stoljeća svijet je zahvaćen "valom modernizacije". U tome se pretjeralo, pa su se uskoro pojavile i posljedice. Pokazalo se, naime, da se znanje usvajalo formalizirano te je došlo do pada stvaralaštva.

Stoga su mnoge zemlje tijekom zadnjih godina mijenjale svoje nastavne programe. Ti su novi programi postali mnogo "neambiciozniji", tj. prišlo se mnogo umjerenijoj modernizaciji s ciljem da se nađe kompromis između tradicionalnih i suvremenih stajališta u nastavi matematike.

Glavna je značajka tih promjena u tome da se iz programa izbace preostali sadržaji za čije se uvođenje na razini srednje škole nije raspolagalo dovoljnim brojem konkretnih primjera kojima bi se shvatila svrha uvođenja. Osim toga, dijelovi novih sadržaja (relacije i ustroji) bili su neprimjereni mogućnostima i dobi učenika.

Drugi važan trenutak u tim reformama je nastojanje da se u nastavu matematike unesu sadržaji, koji se danas primjenjuju i prijeko su potrebni (algoritmi, linearno programiranje i statistika).

Tako su u mnogim zemljama izmijenjeni programi nastave matematike, a izrađeni su na ovim načelima:

1. program matematike u srednjoj školi treba dati osnovna znanja koja su nužna svim učenicima neovisno o izboru njihova budućeg zanimanja;
2. opseg, sadržaj i metode nastave treba dovesti u najpovoljniji odnos s dobi učenika;
3. treba razvijati i produbljivati matematičko mišljenje učenika i osposobljavati ih za osmišljavanje i rješavanje raznih praktičnih problema.

Program matematike za gimnazije izrađen je u skladu s ovim načelima i ciljevima nastave matematike. Pritom je uvažen linearno-spiralni način programiranja. Taj oblik programiranja osigurava neprekinutost učenja *matematike*, tj. znanja matematike stalno se proširuju i produbljuju.

U nastavi je potrebno primjenjivati dostignuća pedagogije, psihologije i metodike nastave matematike te rabiti suvremenu nastavnu tehnologiju.

* *

*

Tijekom pisanja ovog priručnika Zavod za unapređivanje školstva dao je okvirni plan i program matematike za opću, jezičnu i klasičnu gimnaziju u funkciji rasterećenja učenika, u kojem su navedeni ciljevi i zadaci za sva četiri razreda. Ovdje navodimo dio tog materijala koji se odnosi na treći razred.

**OKVIRNI PLAN I PROGRAM MATEMATIKE
ZA GIMNAZIJU (opća, jezična i klasična)
U FUNKCIJI RASTEREĆENJA UČENIKA**

Cilj:

Nastava matematike u gimnaziji omogućava da učenici usvoje matematičko znanje potrebno za razumijevanje pojava i zakonitosti u prirodi i društvu, osposobljava ih za primjenu usvojenog znanja u praktičnom životu i za nastavak školovanja, i pridonosi svestranom razvitku njihove ličnosti.

Zadaci:

- da učenici stječu znanje potrebno za razumijevanje kvantitativnih odnosa i zakonitosti u raznim pojavama u prirodi, društvu i praktičnom životu;
- da učenici dobiju matematička znanja neophodna za uključivanje u svijet rada, za nastavljanje obrazovanja i praćenje suvremenog znanstveno-tehnološkog razvoja;
- da učenici postupno svladaju osnovne elemente matematičkog jezika, razvijaju sposobnost izražavanja matematičkim jezikom, smisao za pojmovno i apstraktno mišljenje i logičko-deduktivno rasuđivanje;
- da učenici usvajaju metodu matematičkog mišljenja koje se očituje u preciznom formuliranju pojmova, logičkom zaključivanju i algoritamskom rješavanju problema;
- da učenici razvijaju logičko mišljenje, sposobnosti za pravilno rasuđivanje i zaključivanje, matematičku intuiciju, maštu i stvaralačko matematičko mišljenje;
- da se kod učenika razvija preciznost i konciznost u izražavanju, te urednost, istrajnost i sistematičnost u radu;
- da učenici shvate smisao definicije, teorema i dokaza u matematici;
- da učenici razviju sposobnost upotrebljavanja poznatih metoda pri rješavanju problema;
- da učenici budu pripremljeni za nastavak školovanja, posebno u onim znanostima u kojima matematika ima širu primjenu;
- da učenici primjenjuju postignuto matematičko znanje u drugim školskim predmetima i praktičnim zadacima, te da shvaćaju matematiku kao koristan i nužan dio znanosti, tehnologije i kulture.

Nastavne cjeline (kompleks)	Zadaci za učenike		Korelacija (veza s drugim predmetima)
	Obavezni (temeljni)	Neobavezni (prošireni)	
1	2	3	4
III. razred – 105 sati 1. TRIGONOMETRIJSKE FUNKCIJE	<ul style="list-style-type: none"> – definirati brojevu kružnicu – definirati trigonometrijske funkcije sinus, kosinus, tangens i kotangens kao funkciju sa R u R – iskazati osnovne odnose između trigonometrijskih funkcija – utvrditi parnost odnosno neparnost trigonometrijskih funkcija – odrediti temeljni period za zadanu trigonometrijsku funkciju – određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija (džepno računalo) – grafički prikazati trigonometrijske funkcije – primjenjivati adicijske formule – pretvarati zbroj trigonometrijskih funkcija u umnožak – rješavati trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe 	<ul style="list-style-type: none"> – određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija pomoću tablica – pretvarati umnožak trigonometrijskih funkcija u zbroj 	Fizika: <ul style="list-style-type: none"> – titranje i valovi – elektrodinamika

<p>2. PRIMJENA TRIGONOMETRIJE U PLANIMETRIJI</p>	<ul style="list-style-type: none"> - primijeniti trigonometrijske funkcije kuta u planimetriji - primijeniti poučak o sinusima - primijeniti poučak o kosinusima - primijeniti trigonometriju u planimetriji - primijeniti trigonometriju u stereometriji, fizici, tehnici i geodeziji - definirati pojam vektora - zbrajati vektore - množiti vektore realnim brojem - izraziti vektor kao linearnu kombinaciju vektora - utvrditi linearnu zavisnost i nezavisnost vektora - prikazati vektor u koordinatnom sustavu - odrediti udaljenost točaka u koordinatnom sustavu - odrediti duljinu vektora - dijeliti dužinu u zadanom omjeru - izračunati skalarni produkt vektora - ispitati okomitost vektora - napisati jednadžbe pravca u eksplisitnom, implicitnom i segmentnom obliku 	<ul style="list-style-type: none"> - odrediti minimum i maksimum polinoma $f(x,y)=Ax+By+C$ na konveksnom skupu i linearno programiranje 	<p>Fizika:</p> <ul style="list-style-type: none"> - izračunavanje rezultante sila koje djeluje na tijelo pod nekim kutom <p>Fizika:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rastavljanje sila na komponente, rezultanta sila (kolotura, kosina)
<p>3. ANALITIČKA GEOMETRIJA U RAVNINI</p>			

	<ul style="list-style-type: none"> – odrediti kut dvaju pravaca (okomitost i paralelnost) – izračunati udaljenost točke od pravca – odrediti simetralu kuta – definirati kružnicu i napisati njenu jednadžbu – naći jednadžbu kružnice određenu s tri točke – naći presjek pravca i kružnice – napisati jednadžbu tangente i normale kružnice – napisati uvjet dodira pravca i kružnice – definirati elipsu, hiperbolu i parabolu i napisati njihove jednažbe – napisati jednadžbu tangente i normale u točki elipse, hiperbole i parabole – definirati pojam krivulje drugog reda – naći presjek pravca i krivulje drugog reda 	<ul style="list-style-type: none"> – definirati istostranu hiperbolu i napisati njenu jednadžbu 	
--	---	--	--

2.

Zamisao izvedbenog programa matematike u trećem razredu opće, jezične i klasične gimnazije

NASTAVNE CJELINE Nastavne jedinice	Broj sati
1. Trigonometrijske funkcije	30
1. Trigonometrija pravokutnog trokuta (ponavljanje)	3
2. Kut (poopćenje pojma kuta)	1
3. Brojeva kružnica (pridruživanje točaka jedinične kružnice realnim brojevima; mjera kuta u radijanima)	2
4. Trigonometrijske funkcije bilo kojeg kuta (poopćavanje pojmova trigonometrijskih funkcija na bilo koji kut, odnosno bilo koji realni broj i poopćavanje osnovnih odnosa između trigonometrijskih funkcija)	3
5. Parnost kosinusa, neparnost sinusa (formiranje pojmova parne i neparne funkcije na primjerima trigonometrijskih funkcija)	1
6. Periodičnost trigonometrijskih funkcija (upoznavanje periodičnosti kao važnog svojstva trigonometrijskih funkcija)	1
7. Određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija (određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija bilo kojeg kuta, odnosno realnog broja; određivanje argumenta iz zadane vrijednosti trigonometrijske funkcije)	3

8.	Grafički prikazi trigonometrijskih funkcija (upoznavanje grafičkih prikaza osnovnih trigonometrijskih funkcija te funkcija oblika $f(x) = a \sin(bx + c)$, $f(x) = a \cos(bx + c)$, $f(x) = a \operatorname{tg}(bx + c)$ i $f(x) = a \operatorname{ctg}(bx + c)$)	3
9.	Adicijske formule (upoznavanje adicijskih formula osnovnih trigonometrijskih funkcija te iz njih izvedenih trigonometrijskih funkcija dvostrukog kuta i polovine kuta)	3
10.	Neki odnosi među trigonometrijskim funkcijama (pretvaranje broja i razlike trigonometrijskih funkcija u umnožak, odnosno umnoška u zbroj ili razliku; izražavanje jedne osnovne trigonometrijske funkcije pomoću pojedinih od ostalih osnovnih trigonometrijskih funkcija, odnosno pomoću funkcije $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$)	3
	<i>Prva pisana provjera znanja i analiza</i>	3
11.	Trigonometrijske jednadžbe i nejednadžbe (rješavanje elementarnih trigonometrijskih jednadžbi, trigonometrijskih jednadžbi koje se svode na kvadratne jednadžbe, trigonometrijskih jednadžbi oblika $a \sin x + b \cos x = c$, odnosno oblika $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$ i rješavanje trigonometrijskih jednadžbi rastavljenjem na faktore; rješavanje jednostavnijih trigonometrijskih nejednadžbi)	4
2. NEKE PRIMJENE TRIGONOMETRIJE		11
1.	Primjene trigonometrije u planimetriji (primjene rješavanjem pravokutnog trokuta; poučak o sinusima, poučak o kosinusu i primjene tih poučaka)	4
2.	Primjena trigonometrije u stereometriji, fizici, tehnicima i geodeziji	2
	<i>Ponavljanje obrađene trigonometrije radi usustavljanja</i>	2
	<i>Druga pisana provjera znanja i analiza</i>	3
3. VEKTORI U RAVNINI		13
1.	Osnovni pojmovi o vektorima (promatranje usmjerenih dužina kao vektora i formiranje osnovnih pojmova o vektorima)	1
2.	Računanje s vektorima (grafičko zbrajanje i oduzimanje vektora, množenje vektora realnim brojem te neka svojstva navedenih operacija)	3

3. Linearna zavisnost i nezavisnost vektora (linearna kombinacija vektora, linearno zavisni i linearno nezavisni vektori)	1
4. Vektori u koordinatnom sustavu u ravnini (prikazivanje vektora s pomoću njegovih koordinata, izračunavanje norme vektora, zbrajanje i oduzimanje vektora te množenje brojem vektora zadanih koordinatama)	3
5. Skalarni produkt vektora. Okomitost vektora (definiranje skalarnog produkta dvaju vektora i njegova svojstva; određivanje međusobno okomitih vektora pomoću njihovog skalarnog produkta)	2
<i>Treća pisana provjera znanja i analiza</i>	3
4. ANALITIČKA GEOMETRIJA RAVNINE	40
1. Točka i dužina (udaljenost dviju točaka, dijeljenje dužine u zadanom omjeru)	1
2. Jednadžba pravca (jednadžba pravca zadanog dvjema točkama, jednadžba pravca zadanog točkom i smjerom, eksplicitni, opći, segmentni i normalni oblik jednadžbe pravca)	3
3. Udaljenost točke od pravca (određivanje udaljenosti točke od pravca primjenom normalnog oblika jednadžbe pravca)	1
4. Kut dvaju pravaca. Uvjet okomitosti i uvjet paralelnosti dvaju prapravaca (izražavanje mjera kutova što ih čine dva pravca i određivanje usporednosti, odnosno okomitosti pomoću njihovih koeficijenata smjera)	2
5. Jednadžba simetrale kuta dvaju pravaca (određivanje jednadžbi simetrala kutova što ih čine dva pravca primjenom normalnog oblika jednadžbe pravca)	1
<i>Četvrta pisana provjera znanja i analiza</i>	3
6. Jednadžba kružnice (opća i centralna jednadžba kružnice, jednadžba kružnice određene trima točkama)	3
7. Međusobni položaj pravca i kružnice (određivanje međusobnog položaja pravca i kružnice traženjem njihovih zajedničkih točaka)	1
8. Jednadžba tangente i normale kružnice (jednadžba tangente u točki kružnice, jednadžba normale kružnice, jednadžba tangente iz točke na kružnicu, uvjeti tangencijalnosti pravca i kružnice)	3
<i>Peta pisana provjera znanja i analiza</i>	3

9.	Elipsa. Jednadžba elipse (fokusi, osi, središte, tjemena, linearni i numerički ekscentricitet te parametar elipse; osna jednadžba elipse, konstrukcija točaka elipse)	4
10.	Hiperbola. Jednadžba hiperbole (fokusi, središte, konstrukcija točaka hiperbole, tjemena, osi, linearni i numerički ekscentricitet te parametar hiperbole; osna jednadžba hiperbole, asimptote hiperbole, jednakostranična hiperbola, crta hiperbole)	5
11.	Parabola. Jednadžba parabole (fokus, direktrisa, poluparametar, tjeme i os parabole; osna, odnosno tjemena jednadžba parabole, crtanje parabole)	3
12.	Kružnica, elipsa, parabola i hiperbola kao presjeci stožaste (konusne) plohe ravninom (pojam krivulje drugog reda, odnosno drugog stupnja)	1
13.	Pravac i krivulje drugog reda (određivanje međusobnog položaja pravca i krivulje drugog reda traženjem njihovih zajedničkih točaka, jednadžba tangente i normale u točki elipse, hiperbole, odnosno parabole)	4
	<i>Ponavljjanje obrađene analitičke geometrije radi usustavljanja</i>	2
5.	OSNOVNO O LINEARNOM PROGRAMIRANJU	8
1.	Uvod u problem (matematičko oblikovanje problema linearnog programiranja)	1
2.	Linearne nejednadžbe i sustavi linearnih nejednadžbi (određivanje poluravnina koje su rješenje linearnih nejednadžbi i konveksnih skupova točaka koji su rješenja sustava linearnih nejednadžbi)	2
3.	Maksimiziranje (minimiziranje) linearnog polinoma uz zadane uvjete (određivanje minimuma i maksimuma linearnog polinoma dviju varijabli na konveksnom poligonu)	2
4.	Rješenja u uvodu postavljenih problema (rješavanje problema linearnog programiranja)	
	<i>Šesta pisana provjera znanja i analiza</i>	3
	<i>Ponavljjanje cijelog gradiva radi njegova povezivanja i zapamćivanja</i>	3
	Ukupno nastavnih sati:	105