

# Postupci rješavanja za nastavnike

## Opće napomene o rješavanju zadataka

Rješavanju zadataka iz elektrotehnike treba posvetiti posebnu pažnju, jer je to važna komponenta učenja, kojom se upotpunjuje shvaćanje teorije i ujedno razvija osjećaj o kvantitativnim odnosima u fizikalnim zakonima kojima se opisuje teorija. Prije bilo kakvog rješavanja učenika treba podsjetiti na važnost i značaj matematike. Uvijek treba izdvojiti onaj dio matematičkog aparata koji se pri tom koristi. Kod jednostavnijih zadataka, to su osnovne matematičke operacije: jednadžbe s jednom nepoznicom i sl. Kasnije se to proširuje na sustave linearnih jednadžbi, trigonometriju neke funkcije itd. Na taj će način učenik ujedno shvatiti svrhu i važnost učenja i primjene matematike u elektrotehnici. Bez primjene u rješavanju konkretnih elektrotehničkih (i drugih) problema, matematičke formule, teoremi, poučci itd. “vise u zraku” i mnogima se čine nepotrebnima tj. predstavljaju teret.

Danas učeniku stoje na raspolaganju mala računala – kalkulatori, koji olakšavaju postupak računanja. No i za njih treba pripremiti podatke i odrediti tijek izračunavanja. Taj se tijek naziva postupak rješavanja (u računarstvu – algoritam). To znači da pri rješavanju zadatka postoji početak od kojeg treba krenuti i zatim postupno izračunavati jednu po jednu fizikalnu veličinu tzv. međurezultate. Pojedine fizikalne veličine su pritom samo pomoćno sredstvo da bi se došlo do onog što smo odredili kao cilj tog proračuna. Kod složenijih zadataka ponekada treba dosta domišljatosti da bi se problem uspješno započeo rješavati (da bi se krenulo pravim putem).

Nadalje, treba voditi računa da postoje problemi koji se mogu rješavati na više načina uz uvjet da svaki daje isti konačni rezultat.

Nastavnik može ocjenjivati rad učenika tako da boduje svaki korak u rješavanju ili da bodove dodjeljuje na temelju točnosti rezultata i međurezultata. Način bodovanja treba svakako objasniti unaprijed. Mnogi će učenici možda biti nezadovoljni kada imaju točan postupak tj. tijekom računanja, a zbog pogrešnog rezultata nisu ostvarili očekivane bodove (jer su se zabunili u utipkavanju podataka, očitavanju međurezultata itd). Takve se stvari mogu tolerirati kod uvježbavanja, ali na ispitu učenik mora biti svjestan važnosti točnog rezultata. Npr. ako izračunamo premali presjek vodiča, dolazi do njegova pregaranja (požar, zastoje u radu, materijalna šteta). Tu malo vrijedi i smiješna je isprika: zabunio sam se pri dijeljenju, zbrajanju itd...

Rješavanjem većeg broja zadataka kod učenika treba razviti sigurnost u računanju kao i osjećaj za *red veličine* očekivanog rezultata. Npr. učenik mora odmah sumnjati da je za prijenos snage od 5 kW dovoljan vodič presjeka od  $0,1 \text{ mm}^2$  i sl.

Sastavni dio proračuna treba biti provjera rezultata. Obično su to provjere koje se temelje na zadovoljavanju fizikalnih zakona ili nekih uvjeta postavljenih u zadatku. Npr. ako računamo struje u složenom strujnom krugu tada rezultat mora zadovoljavati Kirchhoffove zakone.

Rješavanje zadataka ne smije se svoditi na “slijepo” uvrštavanje podataka u nekakve formule, nego to mora biti smišljeni rad koji započinje pažljivim razmišljanjem i prikupljanje fizikalnih zakona (formula) te završava skicom plana rješavanja. Kod jednostavnijih se zadataka sve to obavlja “u glavi” dok kod složenijih valja koristiti olovku i papir. Tu je svakako i odabir matematičkog aparata, dakle matematičkih formula (često se primjenjuju formule iz geometrije, trigonometrije). Učeniku se pritom može dozvoliti korištenje matematičkih priručnika i eventualno neke zbirke (popisa) formula iz elektrotehnike (naravno onih kompliciranijih). Treba ga svakako upozoriti da u formulama treba “čitati” fizikalne veličine, a ne oznake, jer često postoji razlika između oznaka u formuli i onih koje rabmo u konkretnom zadatku. Jednako je važno postići da učenik zadatak rješava pregledno i uredno (najbolje je unaprijed odrediti “format” papira na kojem

se zadatak rješava). Sastavni dio tog “formata” trebaju biti podaci o učniku, datum rješavanja, potpis... Time se učenik privikava na postojanje i značaj “tehničke dokumentacije”.

Sastavni dio pripreme za rješavanje svakako je upoznavanje učenika s označavanjem brojeva gdje se za pisanje brojeva koriste potencije broja 10. Dakle ponoviti  $10^0 = 1$ ,  $10^{-1} = 0,1$  itd., kao i računanje s potencijama jednake baze i sl.

Ako se takvo označavanje dobro svlada, otpada utipkavanja (u kalkulator) brojeva s puno nula gdje je mogućnost zabune velika. Osnovno je načelo pritom: nakon uvrštavanja u formulu, brojeve treba preurediti u potencije broja 10, dobiveni izraz pojednostavniti i tek tada utipkavati tj. izračunavati.

Spretniji učenik može pritom čak i procijeniti koliki će biti red veličine rezultata. Uvježbavanje ovakvog načina rješavanja nije izgubljeno vrijeme, jer će učenici nakon toga daleko brže i točnije rješavati “prave” zadatke.

Isto tako, učenik mora prije početka rješavanja zadataka iz elektrotehnike znati da svaka fizikalna veličina (pažnja: tu su i fizikalne konstante) osim iznosa ima i mjernu jedinicu. Npr., ako govorimo o struji ne možemo npr. kazati struja je 2,3 nego struja je 2,3 A.

Za svaku od sedam osnovnih jedinica međunarodnog SI sustava mjernih jedinica (metar, kilogram, sekunda, amper, kelvin, mol, kandela) postoji definicija na temelju koje se može reproducirati. Iz ovih sedam temeljnih izvode se sve ostale jedinice (na osnovi fizikalnih zakona) i nazivaju se izvedene jedinice. Dvadeset izvedenih jedinica ima svoje nazive i kratice (npr. V= volt, H= henri, T= tesla, itd.). Budući da se fizikalne veličine u tehničkoj praksi nalaze u ogromnom rasponu brojeva (iznosa), učenik se treba koristiti s označavanjem pomoću prefiksa k (kilo), m (mili) itd., koji su navedeni na početku udžbenika.

**Pažnja:** upozoriti učenike da u formule koje koristimo (ako nije drugačije napomenuto) uvrštavamo fizikalne veličine bez prefiksa (dakle struju u amperima, napon u voltima itd.) Kod složenijih se formula njihova formalna ispravnost može provjeriti uvrštavanjem jedinica. Npr. ako neka formula služi za izračun napona, tada uvrštavanjem jedinica fizikalnih veličina od

kojih se formula sastoji, mora nakon svih kraćenja, množenja itd. ostati V. Treba voditi računa da je volt izvedena jedinica koja se pomoću osnovnih izražava ovako  $1\text{V} = \text{kgm}^2 / \text{As}^3$ . Do toga se izraza dolazi izjednačavanjem električnog i mehaničkog rada:  $\text{VAs} = \text{Nm} = 1\text{J}$  (džul). 1 N (njutn) je sila koja masi od 1 kg daje ubrzanje  $1 \text{ m/s}^2$ .

Zgodan primjer za baratanje jedinicama je Coulombov zakon za silu između dva točkasta naboja:

$$F = \frac{(Q_1 \cdot Q_2)}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot d^2} = \frac{(\text{As} \cdot \text{As})}{\text{m}^2 \cdot \frac{\text{As}}{\text{V} \cdot \text{m}}} = \frac{(\text{V} \cdot \text{A} \cdot \text{s})}{\text{m}}, \quad \text{a to je njutn.}$$

**Ukratko:** svaki je zadatak korisno razmotriti i sa aspekta mjernih jedinica, a pogotovo one zadatke koji se koriste za pokuse u elektrotehničkom laboratoriju.

Vezano uz mjerne jedinice, treba na kraju reći da se zbog brzine pripreme, u *Postupcima rješavanja* vjerojatno potkrao koji slučaj gdje je rezultat izračuna u zadatku naveden bez pripadne jedinice, kao posljedica prebacivanja teksta iz formata računalnog programa *Mathcad* (u kojemu su zadaci rješavani) u format za tisak. Nastavnici će to lako uočiti i dopisati odgovarajuću jedinicu (te na to, po potrebi, upozoriti učenike).

**ZADACI I.**

**S1. S2. S3.** Ovi su zadaci ilustracija gore navedenoga. Ako je potrebno, nastavnik može sličnim zadacima dodatno pripremiti učenike za rješavanje “pravih” zadataka iz elektrotehnike.

**S4.** Akumulator je naprava u koju možemo spremi električnu energiju. Ta je energija spremljena kao kemijska energija. Prilikom punjenja u akumulatoru se odigravaju kemijske promjene. Ustvari se na neki (čudan) način u akumulatoru gomila naboj. Polazimo od definicije struje koja glasi  $I = Q/t$ . Pretpostavljamo da se punjenje vrši stalnom strujom od 4 A. Možemo zamisliti da imamo napravu koja stalno regulira struju punjenja i “drži” je na 4 A. To bi mogli raditi “ručno” (što bi s obzirom na vrijeme punjenja bilo prilično dugotrajno).

$$Q = 1.584 \cdot 10^5 \text{ A} \cdot \text{s}, \quad I = 4 \text{ A} \quad t = \frac{Q}{I}, \quad t = 3.96 \cdot 10^4 \text{ s}.$$

Dobili smo rezultat u osnovnoj jedinici (sekunde) koje pretvorimo u sate:

$$t_h = \frac{t}{3600}, \quad t_h = 11 \text{ h}.$$

Osim u akumulatoru naboj se može spremi u kondenzatoru. O tome će biti riječi kasnije.

**S5.** U elektrotehnici se uzima da je potencijal Zemlje jednak nuli. Ako su poznati naponi prema Zemlji, možemo odrediti i međusobne napone kao razliku tih potencijala:

$$\varphi_1 = 110 \text{ V}, \quad \varphi_2 = -110 \text{ V}, \quad \varphi_3 = 90 \text{ V}.$$

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2, \quad U_{12} = 220 \text{ V};$$

$$U_{13} = \varphi_1 - \varphi_3, \quad U_{13} = 20 \text{ V};$$

$$U_{23} = \varphi_2 - \varphi_3, \quad U_{23} = -200 \text{ V}.$$

Napon se odnosi na dvije točke. Kod označavanja te točke stavljamo kao indekse uz napon. Pri proračunu je **važan redoslijed indeksa**.

Ako su točke na istom potencijalu, napon je jednak nuli. Bude li rezultat pozitivan, tada je prva točka na višem potencijalu od druge i obratno. U tom je smislu drugi indeks u oznaci napona tzv. referentna točka u odnosu na koju računamo potencijal prve točke. Na jednaki način postupamo pri proračunu napona između pojedinih točaka u strujnim krugovima. Važno je da učenici uoče veliku važnost referentne točke u strujnom krugu. Ta se točka (na koju može biti spojeno više elemenata pa i kućište uređaja) u žargonu naziva *masa*. Masa može biti na potencijalu nula ako se spoji na zemlju (uzemlji se). Kada *masa* nije uzemljena tada je na nekom nedefiniranom potencijalu prema zemlji i u žargonu se naziva “plivajuća masa”.

- S6.** Pretpostavimo da struja ima stalni iznos i smjer. Korisno je učenika upozoriti na razliku između stalne i vremenski promjenjive struje u smislu iznosa i smjera (više o tome u petom poglavlju). Pojam *istosmjerna struja* za koju se često rabi engl. kratica DC (direct current) odnosi se na stalnu struju istog smjera. Iz definicije struje proizlazi da je naboj:

$$Q = 2 \text{ A} \cdot 5 \text{ h} + 2 \text{ h} \cdot 1 \text{ A}, \quad Q = 12 \text{ Ah},$$

odnosno, ako sate izrazimo u sekundama

$$Q = 4.32 \cdot 10^4 \text{ As}.$$

Prolaskom struje (naboja) otpornik će se zagrijavati. Električna energija se pretvara u toplinsku. Uzrok gibanja naboja kroz otpornik svakako je nekakva sila. To je električna sila koja nastaje zbog razlike potencijala između krajeva otpornika. U metalima struju čine elektroni koji se gibaju prema točki višeg potencijala (prema plusu jer su oni negativni). Međutim, kao smjer struje se iz povijesnih razloga uzima upravo suprotan smjer tj. od plusa prema minusu. To se naziva *tehnički smjer struje*.

**S7.** Učenika treba upoznati s primjenom vodiča i spojnih vodova kojima povezujemo elemente strujnih krugova kako bi shvatio važnost proračuna otpora. U elektroenergetskoj i telekomunikacijskoj mreži otpor vodiča ima veliki značaj, jer su tamo velike udaljenosti izvora i trošila (izvor i trošilo treba promatrati u širem smislu). Dio energije odnosno signala gubi se u vodovima. Otpor vodiča može imati značaj i u električnim stajevima (namoti generatora, motora, transformatora) te kod električnih instalacija u zgradama. U većini električnih uređaja se otpor spojnih vodova može zanemariti, jer su pojedini elementi smješteni na malim udaljenostima (npr, u perilici, hladnjaku, automobilu isl.). Pri tom pretpostavljamo da su vodovi pravilno dimenzionirani s obzirom na dozvoljenu gustoću struje. U suvremenim elektroničnim uređajima-sklopovima spojne vodove ne primjećujemo. Napravljeni su posebnom tehnologijom na tzv. tiskanim pločicama. Njihova duljina je vrlo mala. Unutar integriranih krugova spojni vodovi gotovo da i ne postoje, jer se elementi (tranzistori otpornici itd.) spajaju direktno jedan na drugi. Ukratko: važno je da učenik shvati razliku između “crte” kojom na shemi prikazujemo spojni vod od onoga u stvarnosti. Pri tom treba naglasiti da ta “crta” predstavlja idealan vodič koji ima otpor nula te da stvarni vodič ima neki otpor (kapacitet i induktivitet). O tome će učenici više saznati kasnije odnosno na specijaliziranim predmetima. Proračun otpora voda je jednostavan kada vodič ima posvuda jednaku površinu presjeka. Formula za otpor vodiča duljine  $l$  i poprečnog presjeka  $S$  je:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

gdje je  $\rho$  specifičan otpor.

Jedinicu za specifičan otpor treba učenicima posebno rastumačiti, jer o tome ovisi uvrštavanje u formulu: u SI sustavu dobivamo  $\rho$  u  $\Omega\text{m}$ . Ako dakle imamo taj podatak ovako zadan, tada u formulu uvrštavamo duljinu u metrima, a površinu presjeka u  $\text{m}^2$ . Međutim iz praktičkih se razloga površina presjeka vodiča ne izražava u  $\text{m}^2$  nego u  $\text{mm}^2$

tako da je onda prikladnije imati  $\rho$  u  $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ . Sada u formulu za izračun otpora duljinu uvrštavamo u metrima, a presjek u  $\text{mm}^2$ .

Recipročna vrijednost specifičnog otpor je specifična vodljivost  $\kappa$ . Ako je  $\rho$  u  $\Omega\text{m}$ , tada je specifična vodljivost u  $\text{S}/\text{m}$ . Podatak za specifičnu vodljivost nekih važnijih elektrotehničkih materijala naveden u tablici na str. 28 udžbenika. U ovom se zadatku na temelju mjerenja otpora i dimenzija vodiča treba odrediti specifična vodljivost. Najprije računamo s “glavnim” jedinicama SI sustava

$$R = 80 \Omega, \quad l = 33 \text{ m}, \quad d = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad S = d^2 \cdot \frac{\pi}{4},$$

$$S = 1.257 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2, \quad \kappa = \frac{l}{R \cdot S}, \quad \kappa = 3.283 \cdot 10^6 \frac{\text{S}}{\text{m}}.$$

Ako površinu izrazimo u  $\text{mm}^2$  dobivamo:

$$d = 0.4 \text{ mm}^2, \quad S = 0.126 \text{ mm}^2, \quad \kappa = 3.283 \frac{\text{Sm}}{\text{mm}^2}.$$

- S8.** Obzirom na jedinice u kojima je zadan podatak za specifičan otpor, površinu poprečnog presjeka ćemo izraziti u  $\text{mm}^2$ . Presjek je kružni vijenac. Dobivamo da je:

$$S = 706.86 \text{ mm}^2, \quad \rho = 0.0175 \frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}}, \quad l = 30 \text{ m},$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}, \quad R = 7.43 \cdot 10^{-4} \Omega.$$

Ako zadani  $\rho$  pomnožimo sa  $10^{-6}$  dobivamo  $1.75 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$  (ustvari time kvadratne milimetre pretvaramo u kvadratne metre).

- S9.** Na način opisan u ovom zadatku obično izrađujemo žičane otpornike (ali i zavojnice tj. induktivitete). Najprije izračunamo ukupnu duljinu žice:

$$l_Z = 0.084 \text{ m}, \quad N = 1620, \quad l = N \cdot l_Z, \quad l = 136.08 \text{ m},$$

$$d = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad S = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}, \quad S = 1.257 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2,$$

$$\rho = 1.75 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}, \quad R = \rho \cdot \frac{l}{S}, \quad R = 18.951 \Omega.$$

Ako želimo postići veći otpor koristimo specijalnu tzv. otpornu žicu.



Kasnije će učenici vidjeti da ovako napravljen otpornik osim otpora ima još jedno svojstvo, a to je induktivitet. Ovo svojstvo dobiva na značaju kada kroz zavojnicu prolazi vremenski promjenjiva struja.

$$\mathbf{S10.} \quad S=0.07 \text{ mm}^2, \quad R=2.5\Omega, \quad \kappa=2 \frac{\text{m}}{\text{mm}^2 \cdot \Omega}, \quad l=\kappa \cdot R \cdot S, \quad l=0.35 \text{ m}.$$

**S11.** Dvadeset posto veći promjer znači 1.44 puta veću površinu

$$R_1 = \rho \cdot \frac{l}{S}, \quad R_2 = \rho \cdot \frac{(0.8 \cdot l)}{(1.44 \cdot S)}, \quad R_2 = \left( \frac{0.8}{1.44} \right) \cdot R_1 = 0.556 \cdot R_1.$$

**S12.** Za svaki komad žice izračunamo otpor. Otpori su spojeni u seriju. Ukupan otpor žice je zbroj ta dva otpora. Struju odredimo iz Ohmovog zakona.

$$\rho = 0.0178 \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}, \quad l_1 = 10 \text{ m}, \quad l_2 = 18 \text{ m},$$

$$S_1 = 0.75 \text{ mm}^2, \quad S_2 = 1.5 \text{ mm}^2, \quad U = 2 \text{ V},$$

$$R_1 = \rho \cdot \frac{l_1}{S_1}, \quad R_2 = \rho \cdot \frac{l_2}{S_2}, \quad R = R_1 + R_2, \quad R = 0.451 \Omega,$$

$$I = \frac{U}{R}, \quad I = 4.435 \text{ A}.$$

Gustoća struje ima veliki značaj u tehničkoj praksi. Postoje podaci o dozvoljenoj gustoći za određene vrste vodiča. Prevelika gustoća struje dovodi do pretjeranog zagrijavanja vodova. Da bi vodiči mogli podnijeti veće struje, u nekim se primjenama prisilno hlade.

**Napomena:** ako bismo žicu iz našeg zadatka htjeli iskoristiti za priključak nekog trošila (npr. žarulje), tada je najveća moguća udaljenost od izvora 14 m.

“Napredniji” učenici bi na temelju ovog zadatka možda mogli pronaći “idejno rješenje” za proračun otpora vodiča koji nema posvuda jednaki presjek npr. u obliku krnjeg stošca isl. Takav vodič treba podijeliti u veći broj odsječaka (od kojih svaki ima određenu, približno jednaku površinu presjeka), zatim izračunati pojedinačne otpore i to sve skupa zbrojiti.

**S13.** Ovo je tipičan primjer u kojem treba koristiti pisanje brojeva pomoću potencija broja 10 (tzv. tehnička notacija brojeva):

$$R = \frac{U}{I} = \frac{(1.23 \cdot 10^2)}{1.23 \cdot 10^{-4}} = 1 \cdot 10^{(2+4)} = 1 \cdot 10^6 \Omega.$$

**S14.** Pokazuje se da otpor ovisi o temperaturi. Kod nekih materijala raste, a kod drugih opada s porastom temperature. Ta ovisnost otpora o temperaturi može biti složena (komplicirana) matematička funkcija. Međutim za “svakodnevnu uporabu” uzima se pojednostavljenje u kojem je ovisnost linearna tj. pravac. Specifičan otpor (vodljivost), koji nalazimo u tablicama, normiran je na temperaturu od 20 stupnjeva. Otpor koji izračunamo pomoću tog podatka označava se ovako:  $R_{20}$  (otpor na 20 stupnjeva). Formula po kojoj računamo otpor na nekoj drugoj temperaturi  $\vartheta$  je:  $R_{\vartheta} = R_{20} \cdot (1 + \alpha(\vartheta - 20))$ ,  $\alpha = 0.0039$  (temp. koeficijent otpora).

Važno je da učenik shvati da se radi o pravcu koji bi “matematički” napisan izgledao ovako:  $y = kx + b$ .

“Spretniji matematičar” će otkriti da je:

$$k = R_{20}\alpha, \quad x = \vartheta, \quad b = R_{20}(1 - 20\alpha).$$

U ovom zadatku treba napisati:  $1.2 \cdot R_{20} = R_{20}[1 + \alpha \cdot (\vartheta - 20)]$ .  $R_{20}$  se krati pa ostane nepoznanica  $\vartheta$ . Nakon sređivanja ove jednadžbe dobivamo

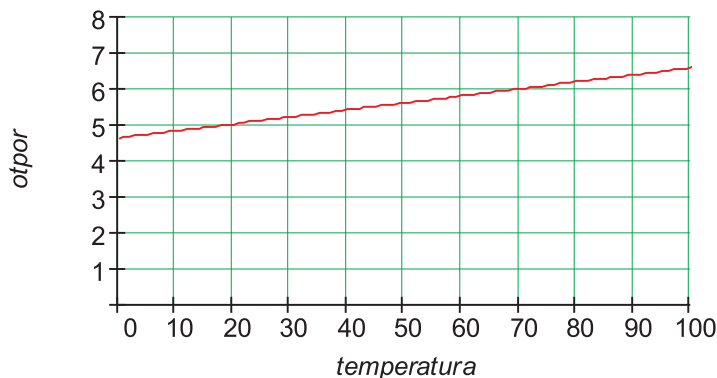
$$\vartheta = \frac{(1.2 - 1 + 20 \cdot \alpha)}{\alpha}, \quad \vartheta = 71.282.$$

**Napomena:** ovaj i slični zadaci su vrlo korisni, jer se u njima izravno koriste i ponavljaju znanja vezana uz pravce i jednadžbe s jednom nepoznicom. Korisno je učeniku zadati da nacрта graf ove ovisnosti tj. funkciju, s tim da se zada neka početna vrijednost otpora npr.  $R_{20} = 5 \Omega$ .

$R_{\vartheta}(\vartheta) = R_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (\vartheta - 20)]$  funkcija koju treba nacrtati.

Iz grafa možemo očitavati vrijednosti otpora na pojedinim temperaturama. Grafički prikaz je osobito prikladan za uspoređivanje različitih materijala. Treba pokazati kako veći ili manji temperaturni koefici-

jent otpora utječu na nagib pravca. Posebno razmotrite slučaj kada je temperaturni koeficijent otpora negativan.



- S15.**  $R_{20} = 1 \Omega$ ,  $R_{\vartheta} = 1.6 \Omega$ . Otpor namota se povećao za 60%. Koristimo postupak opisan u prethodnom zadatku

$$\vartheta = \frac{(1.6 - 1 + 20 \cdot \alpha)}{\alpha}, \quad \vartheta = 173.846.$$

Ovaj elektromotor se “dobro ugrijao” možda i previše, pa će to štetiti npr. izolaciji namota, ali to nije problem u ovom zadatku. Kod velikih se elektromotora ugrađuju osjetila/ senzori koji mijenjaju otpor s promjenom temperature tako da se “daljinski” kontrolira temperatura namota pa se u slučaju pregrijavanja motor isključuje iz pogona.

Općenito se temperaturno ovisni otpornici koriste kao osjetila temperature u raznim elektrotehničkim i drugim uređajima (npr. automobil ima nekoliko takvih senzora koji osim za pokazivanje/ mjerenje stanja daju “signal” u računalo koje onda optimira rad motora. Da bi bili što osjetljiviji takva se osjetila (senzori) dakako izrađuju od materijala koji jako mijenja otpor s promjenom temperature. Za neke namjene koriste se i NTC otpornici kojima otpor opada s promjenom temperature.

- S16.** Ovaj bi zadatak trebao kod učenika razviti kriterij uspoređivanja svojstava materijala koje koristimo u elektrotehnici. Za neke primjene (npr. kod mjerne tehnike) često trebamo temperaturno postojane otpornike. Neke legure kao npr. konstantan (manganin) imaju baš takvo

svojstvo. Vidimo veliku razliku između volframa i konstantana. Korisno je da učenik prilikom rješavanja zadataka sam uzima podatke iz tablice na str. 33 udžbenika, a ne da se to navodi u tekstu zadatka. Ta preporuka vrijedi i za korištenje ostalih “tehničkih podataka” koji su navedeni u udžbeniku.

- S17.** Pod hladnim stanjem se podrazumijeva temperatura od 20 stupnjeva,  $180 = 100 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)$ ,  $\Delta \vartheta = 100$ ,

$$\alpha = \frac{(180 - 100)}{100 \cdot \Delta \vartheta}, \quad \alpha = 8 \cdot 10^{-3}.$$

**Napomena:** Ponekad je jednostavnije uvesti novu varijablu  $\Delta \vartheta$  tj. promjenu temperatura umjesto  $(\vartheta - 20)$ .

- S18.**  $400 = 1\,000 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta \vartheta)$ ,  $\Delta \vartheta = 80$ ,  
 $\alpha = \frac{(400 - 1\,000)}{1\,000 \cdot \Delta \vartheta}$ ,  $\alpha = -7.5 \cdot 10^{-3}$ .

Vidimo da predznak temperaturnog koeficijenta otpora “automatski” izlazi iz izračuna. . . .

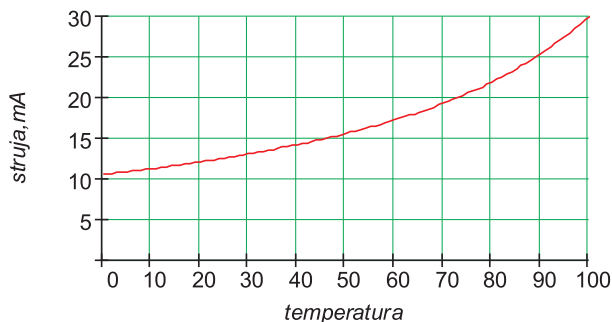
- S19.** Najbolje je nacrtati graf promjene struje s promjenom temperature iz kojeg onda očitavamo tražene podatke. Taj graf dobijemo tako da napon podijelimo s otporom,

$$R_{20} = 1\,000, \quad U = 12, \quad \alpha = -0.0075,$$

$$R_{\vartheta}(\vartheta) = R_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot (\vartheta - 20)],$$

a ovisnost struje  $I(\vartheta) = \frac{U}{R_{\vartheta}(\vartheta)}$ .

Za crtanje grafa učenik može koristiti ručni postupak u kojem će izračunati iznose struje za deset temperatura. To upisuje u tabelu iz koje se podaci unose na graf. Druga je mogućnost korištenje računalnog programa ili boljeg kalkulatora. Za potpunije shvaćanje funkcijskih ovisnosti bilo bi korisno nekoliko grafova nacrtati ručnim postupkom. Za crtanje grafova valja koristiti milimetarski papir.



**S20.** Ovo je malo složeniji (problemski) zadatak u kojem treba svakako najprije smisliti plan rješavanja. Možda je korisno da učenik skicira grafove promjena otpora za mjed (sporija promjena!) i aluminij te na njima približno označi traženu temperaturu tj. onu na kojoj će otpor  $R_{\text{aluminija}}$  biti  $1.3 R_{\text{mjedi}}$ . Time će lakše shvatiti u čemu je problem i onda matematički izjednačiti potrebne izraze:

$$\alpha_{\text{Mj}}=0.0015, \quad \alpha_{\text{Al}}=0.0037, \quad R_{20}=2, \quad R_{\text{Mj}}=R_{20} \cdot (1 + \alpha_{\text{Mj}} \cdot \Delta \vartheta),$$

$$R_{\text{Al}} = R_{20} \cdot (1 + \alpha_{\text{Al}} \cdot \Delta \vartheta), \quad R_{\text{Al}} = 1.3 \cdot R_{\text{Mj}},$$

$$1 + \alpha_{\text{Al}} \cdot \Delta \vartheta = 1.3 + 1.3 \cdot \alpha_{\text{Mj}} \cdot \Delta \vartheta, \quad \Delta \vartheta = \frac{(1.3 - 1)}{\alpha_{\text{Al}} - 1.3 \cdot \alpha_{\text{Mj}}},$$

$$\Delta \vartheta = 171.429, \quad \vartheta = \Delta \vartheta + 20, \quad \vartheta = 191.429.$$

U gornje izraze uvrstimo dobivenu temperaturu i odredimo otpore:

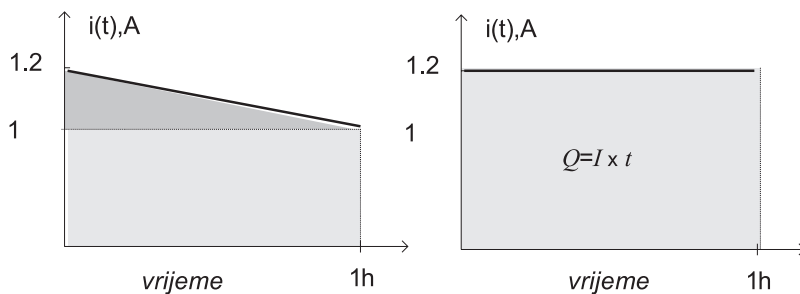
$$R_{\text{Mj}} = 2.514 \, \Omega, \quad R_{\text{Al}} = 3.27 \, \Omega.$$

Na kraju valja provjeriti zadovoljavaju li dobiveni otpori uvjet iz zadatka tj. da li je otpor aluminijske žice doista za 30% veći od mjedene. Provjera pokazuje da je uvjet zadovoljen i time je zadatak riješen.

**S21.** Napon baterije (akumulatora) se postepeno smanjuje. Zbog jednostavnosti pretpostavljena je linearna promjena napona. U fizici (i elektrotehnici) često baratamo s vremenski promjenjivim veličinama. Korisno je već na jednostavnom primjeru učenika upoznati s nekim važnijim pojmovima. Osim trenutne vrijednosti važni su: brzina i smjer promjene. Ako se fizikalna veličina povećava, uzimamo da je promjena

pozitivna, a kada se smanjuje, promjena je negativna. Dobro je to usporediti s brzinom automobila. Ako “nagazimo”, brzina raste (pozitivno), a kada “prikočimo”, brzina pada (usporavanje). Ta promjena brzine ima osim predznaka dakako i iznos. (U matematici se promjena neke fizikalne veličine naziva derivacija funkcije). U ovom zadatku imamo posla sa sporo promjenjivom veličinom kojoj je ujedno brzina promjene stalna i negativna (napon se stalno smanjuje). Brzina promjene napona je u tom smislu:  $-2 \text{ V/h}$ . Negativan predznak označava da se napon smanjuje. Ako, međutim, vrijeme izrazimo u sekundama, tada je promjena napona  $-0.00055 \text{ V/s}$ , odnosno  $-0,55 \text{ mV/s}$ . Budući da je struja  $I = U/R$ , a otpor je stalan, slijedi da će se i struja smanjivati od  $1.2 \text{ A}$  na  $1 \text{ A}$  također nekom stalnom brzinom i to:  $-55.5 \text{ mikroA/s}$ .

Ukupan naboj je površina ispod grafa kojim prikazujemo struju. Ta se površina ovdje sastoji od jednog pravokutnika i jednog trokuta. Kod stalne struje ta je površina pravokutnik (slika).



- a)  $Q = 1 \cdot 1 + 0.2 \cdot \frac{1}{2}$ ,  $Q = 1.1 \text{ Ah}$ .      b)  $Q = 1.2 \text{ Ah}$ .  
Množenjem sa 3 600 dobivamo naboj izražen u ampersekundama odnosno kulonima.

**S22.**  $I = 0.2 \text{ A}$ ,  $R = 12 \Omega$ ,  $R_1 = 18 \Omega$ ,  $U = I \cdot R$ ,  $U = 2.4 \text{ V}$ .

U drugom slučaju, da bi struja ostala jednaka treba povećati napon na

$$U_1 = I \cdot R_1, \quad U_1 = 3.6 \text{ V}.$$

Dobro je raspraviti pitanje: kako održavati stalnu struju cijelo vrijeme. Očito bi trebalo pratiti iznos struje na ampermetru i prema potrebi postepeno povećavati napon izvora tako da struja bude konstantna. Za takav dugotrajan posao postoji poseban elektronički regulator na kojem jednostavno namjestimo potrebnu struju, a “on” automatski mijenja napon prema potrebi tj. pazi da struja ima odabrani iznos. Izvor time dobiva posebno svojstvo koje se manifestira kao davanje stalne struje. Takav se izvor naziva: strujni izvor. Strujni će izvor davati stalnu struju tako da automatski mijenja napon na svojim stezaljkama, ovisno o priključenom otporu. Ovdje se treba prisjetiti kako radi naponski izvor. Takav izvor održava napon, a automatski mijenja struju. Iz nekog je “čudnog” razloga učenicima pojam strujnog izvora “bauk”, no za to nema nikakvog valjanog razloga.

**S23.** Često se promjena neke veličine treba izraziti u postotku, a ne u apsolutnom iznosu. Napon se povećao za 50% pa se iz razloga linearnosti i struja poveća za taj postotak. Učenike valja podsjetiti na način izračunavanja postotka.

Kod složenijih se zadataka ne može tražiti apsolutno točan rezultat (pogotovo ako se koriste podaci koje treba očitavati s grafa). Tu ima dosta utipkavanja podataka kao i zanemarivanja decimala (zaokruživanja). Sve to dovodi do odstupanja od točne vrijednosti. U tom se smislu pogreška definira kao

$$p = 100 \cdot \frac{(\text{točna vrijednost} - \text{izračunata})}{\text{točna vrijednost}} \%$$

Obično se može tolerirati pogreška u granicama do  $\pm 5\%$ . Npr. ako umjesto točnog rezultata 1 A, učenik izračuna 1.05 A, takvo je rješenje prihvatljivo.