

1

Brojevi



1.1. Prirodni i cijeli brojevi

Zadatak 1.

- 1) Zapiši prirodni broj koji neposredno slijedi iza prirodnog broja n .
- 2) Zapiši prirodni broj koji neposredno prethodi prirodnom broju $n - 2$. Kad zadatak ima rješenje?
- 3) Zapiši broj koji je za 2 veći od zbroja brojeva m i n .
- 4) Zapiši broj koji je dvostruko veći od razlike brojeva a i b .
- 5) Zapiši broj koji je tri puta manji od umnoška brojeva a i b .

Rješenje.

- 1) Sljedbenik broja n je broj $n + 1$.
- 2) Prethodnik broja $n - 2$ je $(n - 2) - 1 = n - 3$. Zadatak ima rješenje kad je $n > 3$.
- 3) To je broj $m + n + 2$.
- 4) To je broj $2(a - b)$.
- 5) To je broj $\frac{ab}{3}$.

Zadatak 2.

Ispiši:

- 1) sve cijele brojeve koji su između cijelih brojeva $k - 1$ i $k + 5$;
- 2) sve neparne cijele brojeve koji su veći od $2k - 1$ i manji od $2k + 7$, gdje je k cijeli broj;
- 3) sve parne cijele brojeve veće od $2k - 5$ i manje od $2k + 1$, gdje je k cijeli broj.

Rješenje.

- 1) To su brojevi $k, k + 1, k + 2, k + 3, k + 4$.
- 2) To su brojevi $2k + 1, 2k + 3$ i $2k + 5$.
- 3) To su brojevi $2k - 4, 2k - 2, 2k$.

Zadatak 3.

Marko je dvostruko stariji od Filipa, a Filip je 3 godine stariji od Luke. Ako je Luki n godina, koliko ukupno godina imaju sva trojica?

Rješenje.

Ako je Luki n godina, a Filip je 3 godine stariji, onda Filip ima $n + 3$ godina. Marko je dvostruko stariji od Filipa pa ima $2 \cdot (n + 3) = 2n + 6$ godina. Sva trojica ukupno imaju $n + n + 3 + 2n + 6 = 4n + 9$ godina.

Zadatak 4.

Zamisli neki broj. Dodaj mu 1 pa zbroj pomnoži s 4. Zatim oduzmi 4 pa dobiveni rezultat podijeli s 4. Koji je broj rezultat?

Ponovi ovaj postupak nekoliko puta. Što primjećuješ? Obrazloži!

Rješenje.

$[(n + 1) \cdot 4 - 4] : 4 = (4n + 4 - 4) : 4 = 4n : 4 = n$. Tako ovim računom uvijek dobijemo broj od kojega smo krenuli.

Zadatak 5.

Neka je d dan, a m mjesec rođenja tvojeg prijatelja. Evo kako ćeš odrediti koji je dan njegov rođendan. Zadaj mu neka provede sljedeći račun:

— Podvostruci broj d .

— Pomnoži dobiveni rezultat s 10.

- Dodaj 73.
- Pomnoži s 5.
- Dodaj broj m.

Neka ti sada prijatelj kaže rezultat koji je dobio. Oduzmi krišom od tog rezultata broj 365 i dobit ćeš datum njegovog rođenja.

Obrazloži matematičku pozadinu ovog općeg rješenja.

Rješenje. Prati niz zapisa: $2d \rightarrow 20d \rightarrow (20d + 73) \rightarrow (20d + 73) \cdot 5 \rightarrow (100d + 365 + m) \rightarrow (100d + m)$. Rezultat je četveroznamenkast broj čije su prve dvije znamenke redni broj dana, a posljednje dvije redni broj mjeseca rođenja.

Zadatak 6.

Neka tvoj prijatelj broj svojih godina starosti pomnoži s 4. Tom broju neka doda 10 pa rezultat pomnoži s 25. Neka potom od dobivenog rezultata oduzme broj dana u neprestupnoj godini. Konačno, neka razlici doda iznos sitniša u lipama koji ima u svojem džepu (svakako neka je manji od 100). Nakon ovog računa zahtijevajte da vam kaže rezultat. Dodat ćemo tom rezultatu 115 i očitati: prve dvije znamenke su godine, a sljedeće dvije iznos sitniša u džepu vašeg prijatelja. Možete li razobličiti ovu "čaroliju"?

Rješenje. Označimo sa n broj godina, a sa s količinu sitniša. Slijedi niz zapisa: $4n \rightarrow 4n+10 \rightarrow (4n+10) \cdot 25 \rightarrow (4n+10) \cdot 25 - 365 \rightarrow (4n+10) \cdot 25 - 365 + s = 100n + s - 115$. Dodamo li ovom posljednjem broju 115 dobit ćemo $100n + s$. Očigledno, prve dvije znamenke su broj godina, posljednje dvije iznos su sitniša.

Zadatak 7.

Na polici se nalazi šest svezaka *Opće enciklopedije*, poredanih slijeva u desno, jedan do drugog. Svaki svezak ima 515 stranica ne računajući korice.

- 1) Koliko ukupno stranica ima *Opća enciklopedija*?
- 2) Koliko stranica ima između 313. stranice drugog sveska i 127. stranice petog?
- 3) Brojimo li stranice enciklopedije redom te izbrojimo 1784, u kojem svesku i na kojoj stranici smo se zaustavili?
- 4) Brojimo li stranice enciklopedije redom, ali otraga prema naprijed te se zaustavimo na broju 3000, u kojem svesku i na kojoj stranici smo se zaustavili?

Rješenje.

- 1) $6 \cdot 515 = 3090$;
- 2) $(515 - 313 + 1) + 2 \cdot 515 + 127 = 1360$;
- 3) $1784 - 3 \cdot 515 = 239$;
- 4) $3090 - 3000 + 1 = 91$, zaustavili smo se na 91. stranici prvog sveska.

Zadatak 8.

Među brojevima 1, 2, 3, ..., 9 odaberis dva međusobno različita broja. Ispisi sve dvoznamenkaste brojeve kojima su znamenke ti brojevi, te ih zbroji. Taj je zbroj uvijek djeljiv s 22. Zbog čega? Obrazloži! Možeš li provesti analogno zaključivanje za tri odabrana broja?

Napomena: Dvoznamenkast broj \overline{xy} zapisujemo u obliku $10x + y$. Jednako je tako $\overline{xyz} = 100x + 10y + z$.

Rješenje.

Odaberemo li primjerice znamenke 2 i 5, svi dvoznamenkasti brojevi su 22, 25, 52 i 55. Njihov zbroj je 154 i on je djeljiv s 22.

Općenito, odaberemo li dvije različite znamenke x i y , svi dvoznamenasti brojevi su \overline{xx} , \overline{xy} , \overline{yx} , i \overline{yy} , a njihov zbroj je

$$\begin{aligned}\overline{xx} + \overline{xy} + \overline{yx} + \overline{yy} &= 10x + x + 10x + y + 10y + x + 10y + x \\ &= 22x + 22y = 22 \cdot (x + y).\end{aligned}$$

Zadatak 9. Broj 100 zapiši povezujući računskim operacijama

- 1) pet jedinica; 2) pet trojki; 3) pet petica.

Rješenje. Primjerice: $111 - 11$, $33 \cdot 3 + \frac{3}{3}$, $(5 + 5 + 5 + 5) \cdot 5$.

Zadatak 10. Ispiši redom brojeve 1 2 3 4 5 6 7 8 9. Poveži te brojeve znakovima + i – (koristeći ih ukupno triput) tako da dobiješ 100.

Rješenje. Primjerice: $123 - 45 - 67 + 89$.

Zadatak 11. Zapiši broj 100 uporabom svih 10 znamenki i uporabom četiriju osnovnih računskih operacija.

Rješenje. Primjerice: $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \cdot 9$, $0 - 1 + 3 \cdot 5 + 4 + 6 : 2 + 7 + 8 \cdot 9$.

Zadatak 12. Riješi rebus:

$$\begin{array}{r} & \text{O} & \text{H} & \text{O} & \text{H} & \text{O} \\ + & \text{A} & \text{H} & \text{A} & \text{H} & \text{A} \\ \hline \text{A} & \text{H} & \text{A} & \text{H} & \text{A} & \text{H} \end{array}$$

Rješenje. A može biti samo 1 pa imamo:

$$\begin{array}{r} & \text{O} & \text{H} & \text{O} & \text{H} & \text{O} \\ + & 1 & \text{H} & 1 & \text{H} & 1 \\ \hline 1 & \text{H} & 1 & \text{H} & 1 & \text{H} \end{array}$$

Odatle je $O = 9$, pa sad rebus izgleda ovako:

$$\begin{array}{r} & 9 & \text{H} & 9 & \text{H} & 9 \\ + & 1 & \text{H} & 1 & \text{H} & 1 \\ \hline 1 & \text{H} & 1 & \text{H} & 1 & \text{H} \end{array}$$

Lako se vidi da je $H = 0$. Dakle, rješenje je $90\,909 + 10\,101 = 101\,010$.

Zadatak 13. Odredi četiri uzastopna prirodna broja kojima je zbroj jednak 1258.

Rješenje. Neka je n najmanji od tražena četiri broja. Onda mora biti

$$\begin{aligned}n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) &= 1258, \\ 4n + 6 &= 1258.\end{aligned}$$

Odatle je $n = 313$, te su traženi uzastopni brojevi 313, 314, 315, 316.

Zadatak 14. Zbroj pet uzastopnih parnih prirodnih brojeva jednak je 6080. Koji su to brojevi?

Rješenje. Označimo treći po redu broj s n . Onda su ostala četiri jednaka $n - 4$, $n - 2$, $n + 2$ i $n + 4$ pa mora biti

$$(n - 4) + (n - 2) + n + (n + 2) + (n + 4) = 6080 \\ 5n = 6080$$

te je $n = 1216$. Riječ je o brojevima 1212, 1214, 1216, 1218, 1220.

Zadatak 15. Zbroj sedam uzastopnih neparnih prirodnih brojeva jednak je 581. Koliki je zbroj sedam narednih neparnih prirodnih brojeva?

Rješenje. Srednji ćemo broj označiti s n . Onda su preostali brojevi $n - 6$, $n - 4$, $n - 2$, $n + 2$, $n + 4$ i $n + 6$ pa mora biti

$$(n - 6) + (n - 4) + (n - 2) + n + (n + 2) + (n + 4) + (n + 6) = 581 \\ 7n = 581$$

te je $n = 83$. Riječ je o brojevima 77, 79, 81, 83, 85, 87 i 89. Sedam narednih neparnih brojeva su redom 91, 93, 95, 97, 99, 101 i 103, a njihov zbroj iznosi 679.

Zadatak 16. Umnožak triju uzastopnih prirodnih brojeva jednak je 4080. Koliki je zbroj tih triju brojeva?

Rješenje. Rastavljanjem broja 4080 na proste faktore, dobivamo $4080 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17 = 16 \cdot 15 \cdot 17$. Dakle, riječ je o umnošku brojeva 15, 16 i 17. Njihov zbroj je 48.

Zadatak 17. Koja je posljednja znamenka umnoška $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 99$?

Rješenje. Riječ je o umnošku uzastopnih neparnih prirodnih brojeva od kojih neki završavaju s 5, te stoga i cijeli umnožak završava s 5.

Zadatak 18. S koliko nula završava umnožak $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 33$?

Rješenje. Broj je djeljiv s 10 ako je djeljiv s 2 i s 5. Kad bismo zadani umnožak rastavili na proste faktore, zanima nas koliko u tom rastavu ima petica (dvojki očigledno ima više nego petica). Među zadanim brojevima imamo tri koji završavaju s 5 (5, 15 i 25 – njihov je umnožak djeljiv s 5 četiri puta), te tri koja završavaju s nulom (10, 20 i 30 – umnožak je djeljiv s 5 tri puta). Stoga cijeli umnožak završava sa sedam ništica.

Zadatak 19. Koja je posljednja znamenka umnoška prvih stotinu prostih brojeva?

Rješenje. Broj 2 jedini je paran prost broj. Svi su ostali prosti brojevi, a među njima je i broj 5, neparni. Zbog toga umnožak završava nulom.

Zadatak 20. Prepiši, pa umjesto kvadratiča upiši broj tako da dobiješ točne jednakosti:

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| 1) $-11 + \square = -24$; | 2) $\square - (-45) = 13$; |
| 3) $23 + \square = -1$; | 4) $\square + (-17) = -34$; |
| 5) $33 - (-44) = \square$; | 6) $-75 - 28 = \square$; |
| 7) $-61 + \square = 77$; | 8) $\square - (-111) = -205$. |

Rješenje.

- 1) $\square = -24 + 11 = -13$; 2) $\square = 13 - 45 = -32$;
 3) $\square = -1 - 23 = -24$; 4) $\square = -34 + 17 = -17$;
 5) $\square = 33 + 44 = 77$; 6) $\square = -75 - 28 = -103$;
 7) $\square = 77 + 61 = 138$; 8) $\square = 205 - 111 = -316$.

Zadatak 21.

Izračunaj:

- 1) $-5 \cdot (2 - 11) - 4 \cdot (3 - 12)$; 2) $2 \cdot (-3) - 4 \cdot (-5) + (-6) \cdot (-7)$;
 3) $(-12) \cdot (-11) - (-10) \cdot (-15)$; 4) $-12 \cdot (-3) - 5 \cdot 14 - 11$.

Rješenje.

- 1) $-5 \cdot (2 - 11) - 4 \cdot (3 - 12) = -5 \cdot (-9) - 4 \cdot (-9) = 45 + 36 = 81$;
 2) $2 \cdot (-3) - 4 \cdot (-5) + (-6) \cdot (-7) = -6 + 20 + 42 = 56$;
 3) $(-12) \cdot (-11) - (-10) \cdot (-15) = 132 - 150 = -18$;
 4) $-12 \cdot (-3) - 5 \cdot 14 - 11 = 36 - 70 - 11 = -45$.

Zadatak 22.

Izračunaj

- 1) $-3 - 2 \cdot (-4 + 6 \cdot (3 \cdot (-2) + 4))$;
 2) $((3 \cdot (-2) - 2 \cdot 3) - 3 \cdot (-1)) \cdot (2 - 3)$;
 3) $(2 \cdot (2 - 5)) \cdot ((3 - 4) \cdot 2 \cdot (-2) + 5)$;
 4) $1 + 2 \cdot (1 - 3 \cdot (1 + 4 \cdot (1 - 5)))$.

Rješenje.

- 1) $-3 - 2 \cdot (-4 + 6 \cdot (3 \cdot (-2) + 4)) = -3 - 2 \cdot (-4 + 6 \cdot (-6 + 4)) = -3 - 2 \cdot (-4 + 6 \cdot (-2)) = -3 - 2 \cdot (-4 - 12) = -3 - 2 \cdot (-16) = -3 + 32 = 29$,
 2) $((3 \cdot (-2) - 2 \cdot 3) - 3 \cdot (-1)) \cdot (2 - 3) = ((-6 - 6) + 3) \cdot (-1) = (-9) \cdot (-1) = 9$,
 3) $(2 \cdot (2 - 5)) \cdot ((3 - 4) \cdot 2 \cdot (-2) + 5) = (2 \cdot (-3)) \cdot ((-1) \cdot 2 \cdot (-2) + 5) = (-6) \cdot (4 + 5) = -54$,
 4) $1 + 2 \cdot (1 - 3 \cdot (1 + 4 \cdot (1 - 5))) = 1 + 2 \cdot (1 - 3 \cdot (1 + 4 \cdot (-4))) = 1 + 2 \cdot (1 - 3 \cdot (-15)) = 1 + 2 \cdot (1 + 45) = 1 + 92 = 93$.

Zadatak 23.Računamo: $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + \dots$. Ako imamo konačan broj pribrojnika, recimo n , koliki je rezultat ovog zbrajanja?**Rješenje.**Ako je n paran broj onda imamo

$$(1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + \dots + [(n - 1) - n] = \frac{n}{2} \cdot (-1) = -\frac{n}{2}$$

Ako je n neparan broj onda imamo

$$(0 + 1) + (-2 + 3) + (-4 + 5) + \dots + [-(n - 1) + n] = \frac{n}{2} \cdot 1 = \frac{n}{2}$$

Zadatak 24.Najviša ikad izmjerena temperatura zraka na Zemlji zabilježena je u Libiji 13.9.1922. Iznosila je 57.8°C ili 136°F . Najniža je izmjerena na Antarktici (Vostok Station) 12.1.1983., kada je termometar pokazivao -89.2°C ili -128.6°F .

Kolika je razlika između najniže i najviše temperature ikad izmjerene na Zemlji?

U Hrvatskoj je do sada najviša izmjerena temperatura iznosila 42.8°C ili 109°F , a izmjerena je 5.8.1998. u Pločama. Najniža temperatura izmjerena je u Čakovcu 3.2.1929., a bilo je -35.5°C ili -31.5°F .

Kolika je razlika između najviše i najniže izmjerene temperature u Hrvatskoj?

Rješenje. Na Zemlji: $57.8^{\circ}\text{C} - (-89.2^{\circ}\text{C}) = 147^{\circ}\text{C}$ ili $136^{\circ}\text{F} - (-128.6^{\circ}\text{F}) = 264.6^{\circ}\text{F}$;
U Hrvatskoj: $42.8^{\circ}\text{C} - (-35.5^{\circ}\text{C}) = 78.3^{\circ}\text{C}$ ili $109^{\circ}\text{F} - (-31.5^{\circ}\text{F}) = 140.5^{\circ}\text{F}$.

Zadatak 25.

Arhimed je živio od 287. g. pr. Kr. do 212. g. pr. Kr. To bismo jednostavnije mogli zapisati: Arhimed je živio od -287 . do -212 . g. Koliko je godina poživio Arhimed? Odgovori na isto pitanje za sljedeće matematičare:

Tales je živio od -620 . do -540 . godine.

Vitruvije je živio od -75 . do 15 . godine.

Heron je živio od 10 . do 70 . godine.

Rješenje. Arhimed je živio $-212 - (-287) = 75$ godina, Tales $-540 - (-620) = 80$ godina, Vitruvije $15 - (-75) = 90$ godina, a Heron $70 - 10 = 60$ godina.

1.2.**Racionalni brojevi****Zadatak 1.**

Razlomke $\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{3}{8}, \frac{15}{16}$ prikaži u obliku decimalnog broja.

Rješenje.

$$\frac{5}{2} = 2.5, \frac{5}{4} = 1.25, \frac{3}{8} = 0.375, \frac{15}{16} = 0.9375.$$

Zadatak 2.

Brojeve $0.5, 0.25, 0.125, 0.75, 0.625$ prikaži u obliku razlomka.

Rješenje.

$$0.5 = \frac{1}{2}, 0.25 = \frac{1}{4}, 0.125 = \frac{1}{8}, 0.75 = \frac{3}{4}, 0.625 = \frac{5}{8}.$$

Zadatak 3.

Poredaj po veličini brojeve: $\frac{2}{3}, 66\%, 0.666, 0.\dot{6}$.

Rješenje.

Prikažimo razlomak i postotak u obliku decimalnog broja: $\frac{2}{3} = 0.\dot{6}$ i $66\% = 0.66$. Brojevi poredani po redu od najmanjeg prema najvećem su: $0.66, 0.666, \frac{2}{3} = 0.\dot{6}$

Zadatak 4.

Ako je $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$, koliko je $\frac{1}{30}$?

Ako je $\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$, koliko je $2\frac{6}{7}$?

Rješenje.

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{10} = 0.\dot{3} : 10 = 0.0\dot{3}.$$

$$2\frac{6}{7} = \frac{14+6}{7} = \frac{20}{7} = \frac{2}{7} \cdot 10 = 0.\dot{2}8571\dot{4} \cdot 10 = 2.\dot{8}5714\dot{2}.$$

Zadatak 5.

Odredi period u decimalnom zapisu racionalnog broja:

1) $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{3}{11}$; 3) $\frac{5}{13}$; 4) $\frac{6}{7}$.

Rješenje. 1) $\frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$; 2) $\frac{3}{11} = 0.\dot{2}\dot{7}$; 3) $\frac{5}{13} = 0.\dot{3}8461\dot{5}$; 4) $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$.

Zadatak 6.

Koja se znamenka nalazi na 101. mjestu iza decimalne točke u decimalnom zapisu svakog od četiriju brojeva iz prethodnog zadatka?

Rješenje.

1) $\frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$. Na svim decimalnim mjestima je znamenka 3 pa je i na 101. mjestu.

2) $\frac{3}{11} = 0.\dot{2}\dot{7}$. Uzastopno se ponavlja skupina od dvije znamenke (27). Podijelimo li 101 s 2 dobit ćemo 50 i 1 ostatka. To znači da će na 101. mjestu biti prva znamenka iz skupine, a to je 2.

3) $\frac{5}{13} = 0.\dot{3}8461\dot{5}$. Uzastopno se ponavlja skupina od šest znamenki (384615). Podijelimo li 101 s 6 dobit ćemo 16 i 5 ostatka. To znači da će na 101. mjestu biti peta znamenka iz skupine, a to je 1.

4) $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$. Uzastopno se ponavlja skupina od šest znamenki (857142). Podijelimo li 101 s 6 dobit ćemo 16 i 5 ostatka. To znači da će na 101. mjestu biti peta znamenka iz skupine, a to je 4.

Zadatak 7.

Odredi 303. znamenku u decimalnom zapisu broja $\frac{15}{37}$.

Rješenje.

$$\frac{15}{37} = 0.405405\dots = 0.\dot{4}0\dot{5}.$$

U decimalnom zapisu broja $\frac{15}{37}$ uzastopno se ponavlja skupina od tri znamenke (405). Podijelimo li 303 s 3 dobit ćemo 101. To znači da na 303. mjestu završava navedena skupina, te je tražena znamenka 5.

Zadatak 8.

Odredi 777. znamenku u decimalnom zapisu broja $-\frac{111}{11}$.

Rješenje.

$$-\frac{111}{11} = -10.090909\dots = 0.\dot{0}\dot{9}.$$

U decimalnom zapisu broja $\frac{15}{37}$ uzastopno se ponavlja period od dvije znamenke (09). Podijelimo li 777 s 2 dobit ćemo 388 i ostatak 1. To znači da će na 777. mjestu biti prva znamenka iz skupine, a to je 0.

Zadatak 9.

Odredi 1500. znamenku u decimalnom zapisu broja $\frac{3}{13}$.

Rješenje.

$$\frac{3}{13} = 0.230769230769\dots = 0.\dot{2}3076\dot{9}.$$

U decimalnom zapisu broja $\frac{3}{13}$ uzastopno se ponavlja period od šest znamenki (230769). Podijelimo li 1500 sa 6 dobit ćemo 250. To znači da na 1500. mjestu završava navedena skupina, te je tražena znamenka 9.

Zadatak 10.

Za koje su cijele brojeve a brojevi $\frac{1}{a}, \frac{a+2}{a(a-3)}, \frac{a}{2a-10}, \frac{a+2}{a^2-4}$ racionalni?

Rješenje.

Broj $\frac{1}{a}$ je racionalni broj za sve cijele brojeve a , $a \neq 0$. Broj $\frac{a+2}{a(a-3)}$ je racionalan za sve a , $a \neq 0$ i $a \neq 3$. Broj $\frac{a}{2a-10}$ je racionalan za sve a , $a \neq 5$. Broj $\frac{a+2}{a^2-4}$ je racionalan za sve a , $a \neq -2$ i $a \neq 2$.

Zadatak 11.

Odredi sve cijele brojeve n za koje je razlomak $\frac{6}{n+1}$ cijeli broj.

Rješenje.

Razlomak $\frac{6}{n+1}$ je cijeli broj za $n = -7, -4, -3, -2, 0, 1, 2, 5$.

Zadatak 12.

Za koje je cijele brojeve n razlomak $\frac{6}{n-1}$ cijeli broj?

Rješenje.

$n \in \{-5, -2, -1, 0, 2, 3, 4, 7\}$.

Zadatak 13.

Odredi sve cijele brojeve n za koje je razlomak $\frac{n+2}{n-2}$ cijeli broj.

Rješenje.

Zapišimo $\frac{n+2}{n-2} = \frac{n-2+4}{n-2} = 1 + \frac{4}{n-2}$ te je $n \in \{-2, 0, 1, 3, 4, 6\}$.

Zadatak 14.

Odredi prirodni broj x tako da vrijede jednakosti:

$$1) \frac{x}{12} = \frac{2}{3}; \quad 2) \frac{4}{x} = \frac{2}{5}; \quad 3) \frac{3}{7} = \frac{x}{21}.$$

Rješenje.

U rješavanju primjenjujemo definiciju jednakosti racionalnih brojeva.

1) Iz $3x = 24$ slijedi $x = 8$. 2) Iz $2x = 20$ slijedi $x = 10$.

3) Iz $7x = 63$ slijedi $x = 9$.

Zadatak 15.

Za koji cijeli broj x vrijedi:

$$1) \frac{1}{5} = \frac{x}{20}; \quad 2) \frac{x}{6} = -\frac{1}{3}; \quad 3) -\frac{x}{24} = \frac{5}{6}?$$

Rješenje.

1) Iz $5x = 20$ slijedi $x = 4$. 2) Iz $3x = -6$ slijedi $x = -2$.

3) Iz $-6x = 120$ slijedi $x = -20$.

Zadatak 16. Za koji je broj x ispunjena jednakost $\frac{9+x}{15+x} = \frac{2}{3}$?

Rješenje.

$$\begin{aligned}\frac{9+x}{15+x} &= \frac{2}{3} \\ 3(9+x) &= 2(15+x) \\ 27+3x &= 30+2x \\ x &= 30-27 \\ x &= 3.\end{aligned}$$

Zadatak 17. Za koji je broj x ispunjena jednakost $\frac{123-x}{101+x} = \frac{5}{9}$?

Rješenje.

$$\begin{aligned}9(123-x) &= 5(101+x) \\ 1107-9x &= 505+5x \\ -14x &= -602 \\ x &= 43.\end{aligned}$$

Zadatak 18. Ako od brojnika i nazivnika razlomka $\frac{15}{32}$ oduzmemmo isti broj x , dobit ćemo razlomak $\frac{4}{21}$. Koliki je x ?

Rješenje.

$$\begin{aligned}\frac{15-x}{32-x} &= \frac{4}{21} \\ 21(15-x) &= 4(32-x) \\ 315-21x &= 128-4x \\ -21x+4x &= 128-315 \\ -17x &= -187 \\ x &= 11.\end{aligned}$$

Zadatak 19. Ako brojniku razlomka $\frac{113}{212}$ dodamo neki broj, a isti taj broj oduzmemmo od nazivnika, dobit ćemo razlomak $\frac{2}{3}$. O kojem se broju radi?

Rješenje.

$$\begin{aligned}\frac{113+x}{212-x} &= \frac{2}{3} \\ 3(113+x) &= 2(212-x) \\ 339+3x &= 424-2x \\ 5x &= 85 \\ x &= 17.\end{aligned}$$