1 Korijeni i potencije

Što ću naučiti?

- definirati pojam *n*-ti korijen realnog broja uz navođenje konkretnih primjera
- povezati pojam *n*-ti korijen s pojmom potencije oblika $a^{\frac{1}{n}}$
- izraziti *n*-ti korijen broja s pomoću potencije i obrnuto
- izvoditi osnovne računske radnje s korijenima i potencijama s racionalnim eksponentom

Dodatni sadržaji

Pripremi se za gradivo koje slijedi, riješi pripremne zadatke koji se nalaze u elektroničkom dijelu udžbenika.

Bjeloglavi sup je ptica grabljivica iz porodice jastreba, potporodice strvinara. Pripada većim pticama. Raspon njegovih krila doseže do 280 *cm, a masa do* 15 *kg. U nas obitava uglavnom na kvarnerskim otocima, posebice u dva ornitološka rezervata na Cresu u mjestu Beli gdje je više od* 70 *parova.*

Kolika je površina krila bjeloglavog supa kojemu masa iznosi 11 *kg? Odgovor na ovo pitanje dobit će se iz formule* $P = 0.3m^{\frac{2}{3}}$, *gdje je* m *masa ptice izražena u kilogramima, a rezultat se iskazuje u kvadratnim metrima. Valja nam dakle izračunati koliko je* $0.3 \cdot 11^{\frac{2}{3}}$. *No koliko je* $11^{\frac{2}{3}}$? *Odgovor na ovo pitanje za sada ne možemo dati. Potražit ćemo ga na stranicama koje slijede.*

1.1. Korijeni

Korijen pozitivnog broja

Ako je b pozitivan broj pa vrijedi $a = b^2$, znamo da je broj b drugi ili kvadratni korijen broja a. Pišemo $b = \sqrt{a}$. Primjerice $25 = 5^2$ pa je $5 = \sqrt{25}$.

Kvadrat površine 2 ima stranicu duljine $\sqrt{2}$. Ovaj je broj moguće odrediti samo približno jer je on iracionalan. U tom računu koristimo kalkulator koji daje $\sqrt{2} = 1.414213562\ldots$ Broj decimala uzimamo u ovisnosti o vrsti računa, najčešće je dovoljno napisati $\sqrt{2} = 1.41$. Ovdje koristimo znak jednakosti iako je vrijednost zdesna tek približna vrijednost drugog korijena.

Slično smo naučili računati i treći korijen realnog broja. Vrijedi $4^3 = 64$ pa je $4 = \sqrt[3]{64}$. Općenito, ako je $a = b^3$, onda vrijedi $b = \sqrt[3]{a}$.

Kocka obujma 2 ima brid duljine $\sqrt[3]{2}$. Približnu vrijednost ovog broja računamo džepnim računalom s pomoću tipke $\sqrt[3]{x}$ ili $\sqrt[y]{x}$. Na mnogim računalima te tipke ne postoje, pa se onda rabi tipka x^y. Tu treba upisati 2 kao vrijednost za x, a $\frac{1}{3}$ za y. Provjeri da vrijedi (zaokruženo na četiri decimale) $\sqrt[3]{2} = 1.2599$.

Korijeni se mogu pisati i potencijama s razlomljenim eksponentom. Sljedeća su dva zapisa jednako dobra:

$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}, \qquad a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}.$$

Zadatak 1. Odredi točnu vrijednost korijena:

1) $\sqrt{121}$; **2)** $\sqrt{1.69}$; **3)** $\sqrt{\frac{9}{4}}$; **4)** $\sqrt{0.0004}$;

5) $\sqrt[3]{216}$; **6)** $\sqrt[3]{1.331}$; **7)** $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$; **8)** $\sqrt[3]{0.008}$.

Zadatak 2. Procijeni sljedeće brojeve pa tu procjenu provjeri uporabom džepnog računala:

1) $\sqrt{120}$; **2)** $\sqrt{20}$; **3)** $\sqrt{\frac{1}{2}}$; **4)** $0.4^{\frac{1}{2}}$;

5) $\sqrt[3]{100}$; **6)** $10^{\frac{1}{3}}$; **7)** $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$; **8)** $0.2^{\frac{1}{3}}$.

Pojam drugog i trećeg korijena može se po analogiji proširiti i poopćiti. Tako vezu $16 = 2^4$ možemo napisati na način $2 = \sqrt[4]{16}$ ili kao $2 = 16^{\frac{1}{4}}$.

n-ti korijen pozitivnog broja

Neka je a pozitivan realni broj. Broj $\sqrt[n]{a}$ naziva se **n-ti korijen** broja a. To je pozitivan broj kojemu je n-ta potencija jednaka broju a. Zapisujemo ga još u obliku $a^{\frac{1}{n}}$:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \qquad (\sqrt[n]{a})^n = a, \qquad (a^{\frac{1}{n}})^n = a.$$

U izrazu $\sqrt[n]{a}$ broj n naziva se **eksponent korijena**, a broj a **radikand**.

Primjer 1. Izračunajmo:

1) $81^{\frac{1}{4}}$; **2)** $\sqrt[5]{32}$; **3)** $625^{\frac{1}{4}}$; **4)** $10^{\frac{1}{3}}$; **5)** $\sqrt[5]{16}$.

1) $81^{\frac{1}{4}} = 3$, jer je $3^4 = 81$.

2) $32^{\frac{1}{5}} = 2$, jer je $2^5 = 32$.

3) $625^{\frac{1}{4}} = 5$, jer je $5^4 = 625$.

4) $10^{\frac{1}{3}} = 2.154434690\ldots$ To je približna vrijednost ovog korijena, dobivena na džepnom računalu. Kubirajte ovaj broj (računalom) i provjerite.

5) $\sqrt[5]{16} = 1.741101127\ldots$ Provjerite na svom džepnom računalu.

Korijen negativnog broja

Drugi korijen negativnog broja nije realan, već imaginaran broj: $\sqrt{-9} = 3i$, $\sqrt{-3} = i\sqrt{3}$. Ako je a pozitivan broj, onda je općenito

$$\sqrt{-a} = i\sqrt{a}.$$

Treći korijen negativnog broja je realan broj koji je i sam negativan: $\sqrt[3]{-8} = -2$, $\sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2}$. Uvijek će vrijediti

$$\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}.$$

Slično će vrijediti za svaki prirodni broj n.

n-ti korijen negativnog broja

Neka je a pozitivan realni broj. Tada $(-a)^{\frac{1}{n}}$ postoji u skupu realnih brojeva samo ako je n neparan broj. Pritom je

$$(-a)^{\frac{1}{n}} = -a^{\frac{1}{n}}, \qquad \sqrt[n]{-a} = -\sqrt[n]{a}.$$

Parni korijen negativnog broja ne postoji u skupu realnih brojeva.

Primjer 2. Izračunajmo:

1) $\sqrt[3]{-64}$; **2)** $(-16)^{\frac{1}{4}}$; **3)** $-16^{\frac{1}{4}}$; **4)** $(-32)^{\frac{1}{5}}$; **5)** $\sqrt[5]{-10}$.

◆ **1)** $\sqrt[3]{-64} = -4$, jer je $(-4)^3 = -64$.

2) $(-16)^{\frac{1}{4}}$ *ne postoji u skupu* $\mathbb{R}$. Naime, a^4 je nenegativan broj za svaki realni broj a. Zato ne postoji realni broj a za koji je $a^4 = -16$. Također, rezultat nije niti broj $2i$ jer je $(2i)^4 = 2^4 i^4 = 16$, a vrijedi i $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$. Broj koji tražimo je kompleksan, a kako se računa naučit ćemo u četvrtom razredu.

3) $-16^{\frac{1}{4}} = -2$. Predznak se nalazi ispred potencije pa ne sudjeluje u računu.

4) $(-32)^{\frac{1}{5}} = -2$ jer je $(-2)^5 = -32$.

5) $\sqrt[5]{-10} = -1.584893192\ldots$ Ovu vrijednost korijena čitamo na zaslonu računala.

Za svaki prirodni broj n vrijedi $0^n = 0$. Zato je $\sqrt[n]{0} = 0$, $\qquad 0^{\frac{1}{n}} = 0$.

RAČUNANJE POTENCIJA I KORIJENA

Korijene računamo s pomoću tipke označene simbolom $\sqrt[x]{y}$. Ako ta tipka ne postoji na džepnom računalu, može se koristiti y^x koja je ugrađena u svako džepno računalo.

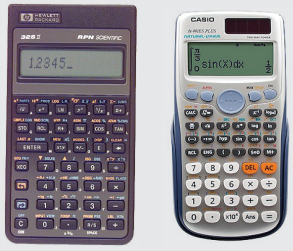
Način računanja bitno ovisi o vrsti džepnog računala. Danas su u srednjoj školi većinom u uporabi računala sa simboličkom notacijom, poput ovih na slici desno dolje. Ona imaju zaslon koji se sastoji od barem dvaju redaka, u prvom se ispisuje formula koja se unosi, a u posljednjem je rezultat izračuna.

Na džepnim računalima sa simboličkom notacijom, najprije se bira tipka operacije koja se izvodi, a tek onda se unose podatci. Primjerice, $\sqrt{2}$ se računa u poretku $\sqrt{\ }$ 2 = . Iako su ova računala novijeg datuma, za računanje je prirodniji obratni postupak u kojem se najprije unose podatci, a zatim operacija. Kod njih je postupak ovakav: 2 $\sqrt{\ }$. Ako operacija zahtijeva više od jednog podatka, onda je unos podataka prekinut operacijom, primjerice $\sqrt[3]{16}$ se računa kao 16 $\sqrt[x]{\ }$ 3 = .

I na koncu, kod RPN džepnih računala (s inverznom, poljskom notacijom, na slici lijevo) operacija se *uvijek unosi posljednja*. Ta su računala najprikladnija za numeričko računanje.

Izračunajmo: **1)** $10^{\frac{1}{3}}$; **2)** $(-10)^{\frac{1}{3}}$.

Kod simboličkih računala formula se ispisuje na zaslonu pa je vjerojatnost pogreške neznatna. Ako radite na takvom računalu, provjerite hoćete li dobiti rezultate identične ovima, dobivenim na standardnom džepnom računalu:



1) $10^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{10}$. Ako računamo s pomoću tipke y^x , onda radimo ovako:

10 y^x 3 $1/x$ = (2.15443 . . .)

Ako računamo s pomoću tipke $\sqrt[x]{y}$, radimo ovako:

10 $\sqrt[x]{y}$ 3 = (2.15443 . . .)

Drugi je način neznatno jednostavniji.

2) $(-10)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-10}$. Na pokušaj da se ovaj korijen izračuna na isti način:

-10 y^x 3 $1/x$ =

većina džepnih računala će javiti pogrešku. Razlog tome je negativna baza potencije.

To nije pogreška u konstrukciji računala. Naime, ona su programirana da računaju vrijednost $\sqrt[x]{a}$ za *svaki realni broj* x, a on ne postoji ako je a negativan. Više o tome naučit ćete u sljedećem poglavlju. Simbolička džepna računala prepoznat će da je riječ o cjelobrojnom eksponentu i točno će izračunati rezultat.

Zato za računanje neparnog korijena negativnog broja koristimo formulu

$$\sqrt[3]{-10} = -\sqrt[3]{10}.$$

Dakle, izračunamo vrijednost korijena pozitivnog broja i onda mu promijenimo predznak, $\sqrt[3]{-10} = -2.15443\ldots$

Provjeri rezultate na svom džepnom računalu.

Binomne jednadžbe

Binomna jednadžba

Jednadžba $x^n = a$ naziva se **binomna jednadžba**. U njoj su zadani prirodni broj n i realni broj a, a x je nepoznati realni broj koji želimo odrediti.

Pri rješavanju binomne jednadžbe moramo posebno razmotriti sljedeće slučajeve.

1. n je neparan. Jednadžba $x^n = a$ uvijek ima točno jedno rješenje, $x = \sqrt[n]{a}$. Tako, primjerice, imamo

$$\begin{array}{lll} x^3 = 8 & x^5 = -32 & x^7 = 10 \\ x = \sqrt[3]{8} & x = \sqrt[5]{-32} & x = \sqrt[7]{10} \\ x = 2 & x = -2 & (x = 1.389495\ldots) \end{array}$$

2. n je paran. Rješenja jednadžbe ovise o tome kakav je broj a. Ako je a negativan, jednadžba nema realnih rješenja. Ako je a pozitivan, onda *jednadžba ima dva rješenja*. Jedno od njih je $x_1 = \sqrt[n]{a}$, a drugo rješenje je $x_2 = -\sqrt[n]{a}$ jer je:

$$x_2^n = (-\sqrt[n]{a})^n = (\sqrt[n]{a})^n = a.$$

Primjer 3. Riješimo jednadžbe:

1) $x^4 = 16$; **2)** $x^8 = -8$; **3)** $x^6 = 10$.

1) Realna rješenja ove jednadžbe su brojevi -2 i 2 jer je $(-2)^4 = 16$ i $2^4 = 16$.

2) Budući da je 8 paran broj, jednadžba $x^8 = -8$ nema rješenja. Nema realnog broja x za koji je $x^8 = -8$.

3) Džepnim računalom nalazimo $x_1 = -\sqrt[6]{10}$ ili $x_2 = \sqrt[6]{10}$, odnosno $x_{1,2} = \pm 1.467799265$.

Zadatak 3. Riješi jednadžbe:

1) $x^3 = -1$; **2)** $16x^4 - 81 = 0$; **3)** $3x^6 + 1 = 0$.

Spomenimo još da jednadžba $x^n = 0$ uvijek ima točno jedno rješenje: $x = 0$.

Rješenja binomne jednadžbe

Jednadžba $x^n = a$ ima rješenja:

	parni n	neparni n
$a > 0$	$x_{1,2} = \pm\sqrt[n]{a}$	$x = \sqrt[n]{a}$
$a < 0$	nema rješenja	$x = \sqrt[n]{a} = -\sqrt[n]{\lvert a\rvert}$
$a = 0$	$x = 0$	$x = 0$

ZAUSTAVNI PUT VOZILA

Koliki je put što ga vozilo prijeđe nakon što vozač pritisne papučicu za kočenje? Više je empirijskih formula koje daju procijenjene vrijednosti, poput ove koja se može pronaći na internetu:

$$v = 2\sqrt{5L}. \qquad (1)$$

Ovdje je v brzina vozila prije kočenja (u miljama na sat), a L duljina traga (u stopama) koje je pri kočenju automobil napravio uz standardne uvjete na cesti.

Preradimo tu formulu u MKS sustav. Jedna milja iznosi 1.609344 km. Jedna je stopa dugačka 0.3048 m. Naša varijanta ove formule glasi

$$v = 2\sqrt{5 \cdot \frac{L}{0.3048}} \cdot 1.609344 = 13.0364\sqrt{L}$$

pa je prikladno odabrati

$$v = 13\sqrt{L}. \qquad (2)$$

Sad se trag L mjeri u metrima, a brzina u kilometrima na sat.

Za ovu ovisnost ne postoji čvrsta veza jer ona ovisi još o vrsti podloge i vremenskim uvjetima. Zato se može pronaći i ova varijanta kod koje je brzina v ponovno izražena u miljama na sat, a duljina traga L u stopama:

$$v = \frac{5}{2}\sqrt{3L}. \qquad (3)$$

Zadatci

1. Odaberi prikladne konstante da bi se dobila jednostavna formula u MKS sustavu. Formule potraži u obliku

$$v = \frac{a}{b}\sqrt{c \cdot L} \qquad (4)$$

pri čemu su a, b i c cijeli brojevi.

2. Kolika je relativna pogreška kad se formula (1) zamijeni formulom (2)?

3. Uvjeri se da za $a = 4$, $b = 1$, $c = 10$ te $a = 7$, $b = 2$, $c = 13$ dobivamo dobre aproksimacije za formulu (3). Kolike su sad relativne pogreške? (U tu svrhu dovoljno je uzeti konkretnu vrijednost za L i usporediti rezultate. Pazi na konverziju između mjernih sustava.)

Zadatci 1.1.

1. Koliko je:

1) $49^{\frac{1}{2}}$; **2)** $-0.09^{\frac{1}{2}}$;

3) $\left(\frac{16}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$; **4)** $(-144)^{\frac{1}{2}}$?

Izračunaj:

2. **1)** $-27^{\frac{1}{3}}$; **2)** $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$;

3) $\left(-\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$; **4)** $\left(-\frac{64}{125}\right)^{\frac{1}{3}}$;

5) $16^{\frac{1}{4}}$; **6)** $-16^{\frac{1}{4}}$;

7) $\left(\frac{81}{625}\right)^{\frac{1}{4}}$; **8)** $(-256)^{\frac{1}{4}}$.

3. **1)** $-32^{\frac{1}{5}}$; **2)** $(-32)^{\frac{1}{5}}$;

3) $243^{\frac{1}{5}}$; **4)** $\left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{6}}$;

5) $2^{\frac{1}{4}}$; **6)** $3^{\frac{1}{3}}$;

7) $(-10)^{\frac{1}{3}}$; **8)** $16^{\frac{1}{5}}$.

4. **1)** $\sqrt[4]{16}$; **2)** $\sqrt[4]{-16}$;

3) $\sqrt[3]{-\frac{27}{125}}$; **4)** $\sqrt[5]{32}$;

5) $\sqrt[5]{-32}$; **6)** $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$;

7) $\sqrt[6]{64}$; **8)** $\sqrt[3]{-343}$.

5. Riješi u skupu realnih brojeva jednadžbe:

1) $x^3 = 125$; **2)** $8x^3 = 27$;

3) $16x^4 - 1 = 0$; **4)** $81x^4 - 256 = 0$;

5) $x^5 = 16$; **6)** $3x^4 = 25$.

6. Područje koje promatramo mikroskopom ima površinu od $3 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^2$. Na stakalcu se nalazi okrugao predmet promatranja koji pokriva otprilike četvrtinu površine. Koliki je njegov promjer?

7. Geometrijska sredina n pozitivnih brojeva $a_1, \ldots, a_n$ definira se formulom

$$G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n}$$

Izračunaj sredinu sljedećih brojeva i usporedi je s aritmetičkom sredinom istih brojeva. Što uočavaš?

1) 8, 9;

2) 8, 8, 9, 9;

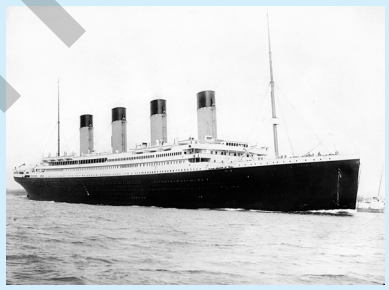
3) 1, 2, 3, 4, 5, 100;

4) 13.1, 13.4, 13.2, 13.8, 13.3, 12.9, 13.6.

8. Formulom $v = 6.5p^{\frac{1}{7}}$ izražava se ovisnost brzine broda u čvorovima o snazi p brodskog motora u konjskim snagama (1 čvor = 1.15 mi/h = 1.85 km/h).

1) Kolikom se brzinom kreće brod čiji motor ima snagu od 600 KS?

2) Ako se snaga motora udvostruči, kojom će se brzinom kretati brod?



3) Brzina Titanika pri udaru o santu bila je 18.5 čv. Kolikom su snagom prije isključenja radili motori?

9. Flora Malezije jedna je od najraznovrsnijih na Zemlji. Dvije trećine kopnene površine pokriveno je šumama s oko 2000 različitih vrsta stabala. Na jednom hektaru može se pronaći i do 240 različitih vrsta. Vidi na poveznici `https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_plants_of_Malaysia`.
Prosječan broj vrsta drveća u području površine P (u kvadratnim miljama) može se prikazati formulom

$$N = 435\,P^{\frac{1}{4}}$$

koja je dobra aproksimacija za područja umjerene veličine (par desetaka kvadratnih milja).

Odredi očekivani broj vrsta drveća u području površine $50\ \mathrm{km}^2$.

1.2. Potencije s racionalnim eksponentom

Nakon što smo naučili što predstavlja potencija $a^{\frac{1}{n}}$, možemo definirati i potencije s racionalnim eksponentom.

Potencija s racionalnim eksponentom

Ako je a pozitivan realni broj i m, n prirodni brojevi, onda je

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m.$$

Primjer 1. Izračunajmo:

1) $100^{\frac{3}{2}}$; **2)** $125^{\frac{2}{3}}$; **3)** $32^{\frac{3}{5}}$; **4)** $27^{\frac{4}{3}}$; **5)** $27^{\frac{2}{5}}$.

1) $100^{\frac{3}{2}} = (100^{\frac{1}{2}})^3 = 10^3 = 1000$

2) $125^{\frac{2}{3}} = (125^{\frac{1}{3}})^2 = 5^2 = 25$

3) $32^{\frac{3}{5}} = (32^{\frac{1}{5}})^3 = 2^3 = 8$

4) $27^{\frac{4}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^4 = 3^4 = 81$

5) $27^{\frac{2}{5}} = (27^{\frac{1}{5}})^2 = (1.93318\ldots)^2 = 3.73719\ldots$

U ovim smo primjerima koristili definiciju potencije s racionalnim eksponentom pa smo broj najprije korjenovali, a zatim potencirali cjelobrojnim eksponentom. Taj se poredak može zamijeniti. Naime, prema svojstvu potencija vrijedit će:

$$\begin{aligned}\left(a^{\frac{m}{n}}\right)^n &= \left[\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m\right]^n = \text{(potenciranje potencije)}\\ &= \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{mn} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{nm} = \left[\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n\right]^m = a^m.\end{aligned}$$

Dakle, n-ta potencija broja $a^{\frac{m}{n}}$ jednaka je a^m, pa je onda

$$(a^m)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{m}{n}}.$$

Tako za potencije s racionalnim eksponentom vrijedi

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m.$$

Temeljno svojstvo potencije s racionalnim eksponentom

Ako je a pozitivan realni broj i m, n prirodni brojevi, onda je

$$a^{\frac{m}{n}} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m.$$

Ova se potencija onda može zapisati s pomoću korijena na sljedeća dva načina:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m.$$

Primjer 2. Izračunajmo:

1) $\sqrt[4]{16^3}$; **2)** $\sqrt[5]{32^3}$; **3)** $\sqrt[5]{27^2}$; **4)** $\left(\sqrt[3]{2}\right)^5$.

1) $\sqrt[4]{16^3} = (\sqrt[4]{16})^3 = 2^3 = 8$

2) $\sqrt[5]{32^3} = (\sqrt[5]{32})^3 = 2^3 = 8$

Računajući u drugom poretku, imali bismo

$$\sqrt[5]{32^3} = \sqrt[5]{32\,768} = 8,$$

što možemo vidjeti samo uporabom džepnog računala.

3) $\sqrt[5]{27^2} = \sqrt[5]{729}$. Ovaj korijen nije cjelobrojan. Uporabom džepnog računala dobivamo da je on jednak $3.73719\ldots$ (sve su znamenke točne).

4) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^5 = \sqrt[3]{32} = 3.17480\ldots$ Računajući u drugom poretku, imali bismo: $\left(\sqrt[3]{2}\right)^5 = (1.25992\ldots)^5 = 3.17480\ldots$

Zadatak 1. Izračunaj:

1) $\sqrt[3]{8^3}$; **2)** $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{16}\right)^3}$; **3)** $\sqrt[5]{32^4}$.

Potenciranje negativnim racionalnim eksponentom definira se na isti način kao i potenciranje negativnim cijelim brojem.

Potenciranje negativnim racionalnim eksponentom

Ako je a pozitivan realni broj i m, n prirodni brojevi, onda je

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}.$$

Primjer 3. Izračunajmo:

1) $8^{-\frac{1}{3}}$; **2)** $125^{-\frac{1}{3}}$; **3)** $\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}}$; **4)** $16^{-\frac{3}{5}}$.

1) $8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{8^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{2}$. Pri potenciranju negativnim eksponentom najprije se rješavamo negativnog predznaka u eksponentu.

2) $125^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{125^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{5}$.

3) $\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{3}} = 64^{\frac{1}{3}} = 4$. Promjena predznaka u eksponentu mijenja bazu u njoj recipročnu.

4) $16^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{16^{\frac{3}{5}}} = \frac{1}{(16^{\frac{1}{5}})^3} = \frac{1}{(1.74110\ldots)^3} = \frac{1}{5.27803\ldots}$
$= 0.18946\ldots$

Dakako, ovaj smo račun na džepnom računalu mogli i brže napraviti: $16^{-\frac{3}{5}} = 16^{-0.6} = 0.18946\ldots$ Uvjerite se u to.

Zadatak 2. Izračunaj:

1) $27^{-\frac{2}{3}}$; **2)** $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{4}}$; **3)** $625^{-\frac{3}{4}}$.

Računske operacije s potencijama

Za potencije s racionalnim eksponentom vrijede sva pravila koja smo utvrdili kod potencija s cjelobrojnim eksponentima.

Pravila potenciranja

Ako su a i b pozitivni brojevi, onda za sve racionalne brojeve r i s vrijedi

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}, \qquad a^r : a^s = a^{r-s}, \qquad (a^r)^s = a^{rs},$$
$$a^r \cdot b^r = (ab)^r, \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}.$$