

Matematički zadatak

Rješavanje zadataka najčešća je učenikova djelatnost. Cilj je ovog odjeljka dati kratak opis matematičkog zadatka, njegove uloge u matematičkom obrazovanju i glavnih pitanja u vezi s njim.

Danas se načelno pretpostavlja drukčija spoznajna djelatnost učenika od tradicionalne. Težište se postavlja na razvijanje umijeća samostalnog i stvaralačkog proučavanja matematike od strane učenika te na stvaranje preduvjeta za uspješnu primjenu stečenih matematičkih znanja i umijeća.

Samostalna spoznajna djelatnost učenika pri proučavanju matematike ostvaruje se u velikoj mjeri primjerenim izborom i korištenjem zadataka. Na taj način zadatci postaju važno sredstvo pri oblikovanju u učenika sustava osnovnih matematičkih znanja, umijeća i navika i doprinose razvoju njihovih matematičkih sposobnosti i stvaralačkog mišljenja.

O uspješnoj primjeni zadataka u nastavi matematike ovisi i stupanj pripremljenosti učenika za sljedeću razinu njihova matematičkog obrazovanja ili za njihovu praktičnu djelatnost u nekom drugom području.

A) Sastav zadatka

Zadatak je složen matematički objekt i njegov sastav nije uvijek jednostavno analizirati. Međutim, prirodno se u širem smislu izdvaja pet njegovih osnovnih sastavnica:

a) Uvjeti. Sastavni su dijelovi svakog zadatka u užem smislu poznate ili dane veličine, nepoznate ili tražene veličine i objekti i uvjeti koji opisuju veze između danih i nepoznatih veličina i objekata. Uočavanje navedenih sastavnih dijelova zadatka bitno je za njegovo razumijevanje.

b) Cilj. Što je cilj zadatka, najčešće je vrlo lako naznačiti. Kod jedne vrste zadataka to je pronalaženje rezultata, tj. određivanje nepoznatih veličina, svojstava i veza među njima. Kod druge vrste zadataka to je izvođenje zaključaka i opravdavanje postavljenih tvrdnji.

c) Teorijska osnova. Za nalaženje rješenja bilo kojeg zadatka potrebno je određeno znanje. To su one teorijske činjenice koje su u najužoj vezi

s uvjetima i ciljem zadatka. One se otkrivaju primjenom **analize**. Proučavanjem uvjeta, njihovim raščlanjivanjem na dijelove i primjenom nađenih teorijskih činjenica spoznavaju se i ustanovljuju odnosi među danim i nepoznatim veličinama. Time se otkriva put rješavanja zadatka.

d) Rješavanje. Rješavanje zadatka jest prijelaz od uvjeta do rezultata, tj. način postizanja cilja zadatka. Provodi se nakon iscrpne analize u kojoj je otkriven put rješavanja.

e) Osvrt. Pozornost koja se nekom zadatku poklanja obično završava nalaženjem njegova rješenja. Kada je rješenje nađeno, prelazi se na sljedeći zadatak i prethodni zadatak kao da više ne postoji. Čak se možda nije ni provjerilo je li dobiveno rješenje ispravno! Tako se čini da je brzo nalaženje rješenja najvažnije u čitavom procesu rješavanja zadatka i jedina njegova svrha. A nije tako.

Već su **procjena** rezultata na početku i **provjera** dobivenog rezultata na kraju rješavanja važni koraci pravilne primjene zadataka. Svaki zadatak treba igrati veću obrazovnu ulogu. Zato je od posebne važnosti ova sastavnica zadatka. Ona pruža mogućnosti ispitivanja novih ideja i daljnjih usmjeravanja mišljenja učenika. Određeno usmjeravanje može se najbrže postići nekim od ovih pitanja:

Može li se način rješavanja zadatka pojednostavniti?

Može li se zadatak riješiti na neki drugi način?

Jesmo li opisani postupak rješavanja već koristili kod nekog drugog zadatka?

Može li se zadatak pojednostavniti?

Može li se zadatak poopćiti?

Možete li sastaviti neki sličan zadatak?

Kako glasi obrnuta tvrdnja?

Vrijedi li obrnuta tvrdnja?

Pitanja očito upućuju na važne znanstvene postupke kao što su analiza, sinteza, analogija, specijalizacija, generalizacija i dr. Traženjem odgovora na ta pitanja razvijaju se i njeguju određene matematičke sposobnosti učenika i njihova kreativnost podiže na višu razinu.

B) Vrste zadataka

Prema složenosti i težini zadatci se dijele u sljedeće dvije velike skupine: **standardni zadatci** i **nestandardni zadatci**.

Standardni zadatci. To su zadatci kod kojih nema nepoznatih sastavnica: uvjeti su postavljeni jasno i precizno, cilj je očigledan, teorijska se osnova lako uočava i bez dublje analize, a način rješavanja je poznat i teče prirodno i prema očekivanjima. Oni ne doprinose mnogo razvoju kreativnih sposobnosti učenika, ali su važni kao sredstvo boljeg razumijevanja i bržeg usvajanja novih matematičkih sadržaja.

Nestandardni zadatci. To su zadatci kod kojih je bar jedna sastavnica nepoznata. Ako su nepoznate dvije sastavnice ili više njih, nestandardni zadatci nazivaju se još i **problemski zadatci**. Rješavanje takvih zadataka višestruko je korisno jer ono omogućuje razvijanje logičkog mišljenja i provođenje nevelikih samostalnih istraživanja. Za njega su potrebni pojačan umni napor, dublja analiza, veća koncentracija, ustrajnost i dosjetljivost. Rješavajući nestandardne zadatke učenik nauči cijeniti male pomake i čekanje ideje koja vodi do uspješnog završetka.

Nužno je razlikovati *složenost* kao objektivno svojstvo svakog zadataka i *težinu* zadatka koja odražava odnos između zadatka i onoga tko ga rješava. Jedan te isti zadatak može jednom učeniku biti lagan, a drugom izrazito težak. O čemu to ovisi?

Za rješavanje nekog zadatka postavljenog određenom učeniku trebaju različite činjenice, pored ostalog i rješenja nekih zadataka koje je taj učenik ranije rješavao. Ako složenost tih zadataka nije bila zadovoljavajuća, postavljeni zadatak bit će tom učeniku težak. Prema tome, da bi se učenicima olakšalo rješavanje nekog postavljenog zadatka, odnosno smanjila njegova težina, potrebno je povećati složenost za tu svrhu potrebnih zadataka koji se ranije rješavaju. Ovo je posebno važno u radu sa slabijim učenicima.

Prema cilju zadatci se dijele u sljedeće dvije velike skupine: **odredbeni zadatci** i **dokazni zadatci**.

Odredbeni zadatci. Cilj odredbenog zadatka jest nalaženje nepoznate veličine ili traženog objekta. U algebarskim zadacima nepoznata veličina obično je broj. U geometrijskim zadacima traženi objekt obično je geometrijski lik.

Dokazni zadatci. Cilj dokaznog zadatka jest pokazati istinitost neke postavljene tvrdnje.

Put izgradnje svakog područja matematike zacrtan je na prirodan način. Na početku se promatra sustav osnovnih pojmova i polaznih tvrdnji. Zatim se postupno definiraju novi pojmovi i pomoću njih i polaznih tvrdnji logičkim sredstvima izvode nove tvrdnje. Dokazane tvrdnje postaju nakon toga sastavni dijelovi svakog daljnjeg postupka dokazivanja.

Budući da su matematika kao znanost i matematika kao nastavni predmet usko povezani, to ovaj oblik matematičke djelatnosti, dokazivanje tvrdnji, ima svoje mjesto i u nastavi matematike. Posebno su važni geometrijski dokazi jer oni učenicima pružaju pravu priliku upoznavanja ideje strogog zaključivanja. Matematičko obrazovanje učenika nije potpuno ako on tijekom školovanja nije upoznao i shvatio nekoliko standardnih dokaza.

Da se podsjetimo: dokaz neke tvrdnje znači prelaženje puta nizom logičkih zaključivanja od pretpostavke do zaključka. Što može bolje doprinijeti razvoju logičkog i matematičkog mišljenja! Otuda proizlazi važnost dokaznih zadataka u nastavi matematike. Dokazni zadatci najčešće su nestandardni zadatci. Vrlo često se zadaju na matematičkim natjecanjima.

Problemski zadatci. Već je prije rečeno da su problemski zadatci vrsta nestandardnih zadataka. Izdvojeni su posebno iz sljedećeg važnog razloga: s jedne strane, u nastavi matematike rijetko se pojavljuju, a s druge strane bez njih se ne mogu zamisliti matematička natjecanja.

Mnogi problemski zadatci omogućuju rješavanje na više načina. Jedni su načini složeniji, drugi jednostavniji. Naravno, postoji i onaj najbolji način rješavanja, lijep, jednostavan i racionalan, ali njegovo otkrivanje i nije najvažnije na početku postupka rješavanja. On se izdvaja na kraju. Na početku je važan svaki način rješavanja.

Sada se prirodno nameću pitanja:

Zašto razmatrati više načina rješavanja? Zar nije dovoljan samo jedan način budući da on vodi do onoga što se traži, a to je rješenje zadatka?

Naravno da je dovoljan jedan način rješavanja ako je cilj samo rješenje zadatka. No, ako se želi postići više, onda nije dovoljan. Što je to više? Za nalaženje rješenja zadatka potrebno je određeno znanje koje se sastoji od teorijskih činjenica koje su u najužoj vezi sa zadatkom. Za jedan način rješavanja potrebne su jedne činjenice, za drugi način neke druge činjenice, za treći treće. Zaključujemo da će za rješavanje zadatka na više načina

trebati više teorijskih činjenica i metoda nego za rješavanje na samo jedan način. Time se za samo jedan zadatak aktivira, analizira i primjenjuje veća količina stečenog znanja. Osim toga, znanja se produbljuju i proširuju novim znanjima, a najvažnije je da zadatci s više načina rješavanja povećavaju aktivnost učenika i njihov interes za matematiku.

I.

METODA UZASTOPNIH PRIBLIŽAVANJA



Naši učenici počinju se natjecati već u IV. razredu osnovne škole. To je najniža razina natjecanja. Izbor zadataka za njih nije jednostavan jer njihovo predznanje nije veliko, a treba paziti i na psihološki faktor natjecanja učenika ove dobi. Dosadašnje iskustvo u tom pogledu je pozitivno. Četvrtoškolci su prihvatili natjecanja iz matematike kao nešto vrlo vrijedno, uzbudljivo, poticajno i korisno. Vesele se uspjesima, a žale zbog neuspjeha na isti način kao i stariji učenici. Slično se može reći i za petoškolce.

Postoje li metode rješavanja problema primjerenih učenicima IV. i V. razreda? Teško je tu govoriti o problemima i metodama. Učenici ove dobi još ne uče jednadžbe, osnovno i djelotvorno sredstvo rješavanja velikog broja problema, pa se rješavanje nekog problema mora drukčije osmisliti. Ipak, postoji jedna metoda rješavanja problema primjerena učenicima ove dobi, koja uspješno zamjenjuje potrebu postavljanja jednadžbi. To je **metoda uzastopnih približavanja**, a poznata je i kao **metoda pokušaja i pogrešaka**.

Metoda se sastoji od niza pokušaja da se dođe do rješenja postavljenog problema. U svakom od njih nastoji se ispraviti pogreška koja je nastala u prethodnom pokušaju. Pri tome se općenito pogreška smanjuje i u svakom sljedećem pokušaju dolazi se sve bliže i bliže traženom rezultatu. Metoda se najčešće zorno predočuje pomoću tablice u koju se unose pokušaji.

Metoda je priprosta i obično se zanemaruje ili izbjegava. Međutim, učitelj bi trebao upoznati učenike s ovom metodom, posebno učitelj razredne nastave. Za stjecanje znanja učenika o metodama rješavanja matematičkih problema ova metoda je sasvim dobar i primjeren **početak**. Kasnije će učitelj matematike postupno upoznavati učenike s drugim i djelotvornijim metodama.



Opis metode uzastopnih približavanja počet ćemo jednim jednostavnim zadatkom s natjecanja.

1 Na učeničkom izletu 32 učenika četvrtog razreda bilo je smješteno ovako: djevojčice u dvokrevetne, a dječaci u trokrevetne sobe. Za smještaj djevojčica upotrijebljena je jedna soba više nego za smještaj dječaka. Koliko je bilo djevojčica, a koliko dječaka?
(Županijsko natjecanje, 1999., 4. razred)

Rješenje

Prema uvjetima zadatka broj soba dječaka ne može biti veći od 9. Taj broj ne može biti ni neparan jer bi tada i broj dječaka i broj djevojčica bio neparan, a neparan broj djevojčica ne bi se mogao potpuno smjestiti u dvokrevetne sobe. Prema tome, broj soba dječaka je 2, 4, 6 ili 8. Sada je lako načiniti tablicu. Za stupce u njoj treba odabrati: broj soba dječaka, broj soba djevojčica, broj dječaka, broj djevojčica i ukupan broj učenika. Evo te tablice:

| broj soba dječaka | broj soba djevojčica | broj dječaka | broj djevojčica | ukupno učenika |
|-------------------|----------------------|--------------|-----------------|----------------|
| 2 | 3 | 6 | 6 | 12 |
| 4 | 5 | 12 | 10 | 22 |
| 6 | 7 | 18 | 14 | 32 |
| 8 | 9 | 24 | 18 | 42 |

Treći slučaj je povoljan. Na izletu je bilo 18 dječaka i 14 djevojčica.



U prethodnom primjeru do rješenja smo došli nakon samo par pokušaja. To nije uvijek tako. Bolje razumijevanje metode dat će nam sljedeći nešto složeniji zadatak.

2 Na satu geometrije učenici su od štapića jednakih duljina slagali trokute i kvadrate. Upotrijebili su 300 štapića i složili 92 lika. Koliko je među njima bilo trokuta, a koliko kvadrata?

Rješenje

Rasuđivanje provodimo ovako:

Najveći mogući broj trokuta je 92, a tada nema kvadrata. Najveći mogući broj kvadrata je 92, a tada nema trokuta. To su krajnji slučajevi. U prvom od njih broj stranica je 276, a u drugom 368. Kako je ukupan broj stranica likova u zadatku 300, učenici su složili i trokuta i kvadrata.

Idući korak je srednji slučaj u kojemu uzimamo da je i trokuta i kvadrata po 46. U tom je slučaju ukupan broj stranica 322. To je previše. Budući da kvadrati više doprinose broju stranica, treba smanjivati broj kvadrata, a povećavati broj trokuta.

Sada počinjemo približavanje rješenju povećavanjem broja trokuta, recimo za po 5, tj. s 46 na 50, 55, 60, 65, 70. Istovremeno se broj kvadrata smanjuje s 46 na 42, 37, 32, 27, 22. Ukupan broj stranica likova u tim slučajevima je 318, 313, 308, 303, 298.

Što nam kažu posljednja dva broja stranica? Kažu nam da je traženi broj trokuta između 65 i 70. Treba nastaviti približavanje rješenju unazad i promatrati 69, 68, 67, odnosno 66 trokuta. Odmah se vidi da iduća dva pokušaja vode do rješenja.

Tablica:

| broj trokuta | broj kvadrata | ukupan broj stranica |
|--------------|---------------|----------------------|
| 92 | 0 | 276 |
| 0 | 92 | 368 |
| 46 | 46 | 322 |
| 50 | 42 | 318 |
| 55 | 37 | 313 |
| 60 | 32 | 308 |
| 65 | 27 | 303 |
| 70 | 22 | 298 |
| 69 | 23 | 299 |
| 68 | 24 | 300 |
| 67 | 25 | 301 |

Od 300 štapića učenici su složili 68 trokuta i 24 kvadrata. ● ●

3 Za gradnju vodovodne mreže duge 270 m upotrijebljene su 82 ravne cijevi. Neke su cijevi duge 5 m, a ostale 3 m. Koliko je upotrijebljeno kraćih, a koliko dužih cijevi (ako nisu rezane)?

(Regionalno natjecanje, 1993., 4. razred)

Rješenje

Ovaj se zadatak rješava na sličan način kao zadatak u prethodnom primjeru. U njemu ulogu trokuta igraju kraće cijevi, a kvadrata duže cijevi. Zato ćemo rješavanje skratiti. Postupak rješavanja i samo rješenje jasno se razaznaju iz ove tablice:

| broj kraćih cijevi | broj dužih cijevi | duljina vodovoda u metrima |
|--------------------|-------------------|----------------------------|
| 82 | 0 | 246 |
| 0 | 82 | 410 |
| 41 | 41 | 328 |
| 50 | 32 | 310 |
| 60 | 22 | 290 |
| 70 | 12 | 270 |
| 75 | 7 | 260 |

Za gradnju vodovodne mreže upotrijebljeno je 70 cijevi duljine 3 m i 12 cijevi duljine 5 m. ● ●

4 Umnožak triju brojeva je 270. Koji su to brojevi ako se zna da je umnožak prvog i trećeg broja 30, a umnožak drugog i trećeg broja 135?

(Regionalno natjecanje, Zagreb, 1992., 4. razred)

Pokazalo se da zadatak za ovaj uzrast učenika nije jednostavan. Na natjecanju je sudjelovalo 50 učenika. Od toga broja samo je 5 učenika točno riješilo zadatak, 29 učenika riješilo je zadatak djelomično, a 16 učenika nije osvojilo ni jedan bod.

Rješenje

Da su učenici poznavali metodu uzastopnih približavanja, onda bi možda bili pripremljeni za ovakvo razmišljanje:

Umnožak triju brojeva je 270.

Umnožak prvog i trećeg je 30.

Umnožak drugog i trećeg je 135.

Koliki može biti prvi broj?

Ako je umnožak prvog i trećeg broja 30, onda prvi broj može biti 30, 15, 10, 6, 5, 3, 2 ili 1. Sada se načini tablica u kojoj se u stupce: prvi broj, drugi broj, treći broj i umnožak unesu moguće vrijednosti prvog broja u prvi stupac, iz uvjeta računaju treći i drugi broj te promatraju umnošci svih triju brojeva. Evo te tablice:

| prvi broj | drugi broj | treći broj | umnožak |
|-----------|------------|------------|---------|
| 30 | 135 | 1 | 4050 |
| 15 | ? | 2 | |
| 10 | 45 | 3 | 1350 |
| 6 | 27 | 5 | 810 |
| 5 | ? | 6 | |
| 3 | ? | 10 | |
| 2 | 9 | 15 | 270 |
| 1 | ? | 30 | |

Traženi brojevi su 2, 9 i 15.

Primijetimo da bi se mnogo brže došlo do rješenja da se u tablici počinje s najmanjom vrijednošću za prvi broj, tj. da se u prvi stupac upišu mogućnosti za prvi broj u obrnutom poretku: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30. ●●

5

Na početku školske godine učenici petih razreda seoske škole počeli su skupljati novac za putovanje na more. Tijekom godine skupili su 14 925 kuna u novčanicama od 100 kuna i kovanicama od 25 kuna. Ukupan broj obiju vrsta novca je 216. Koliko je od toga novčanica, a koliko kovanica?

Rješenje

U tablici ugrađujemo pet stupaca: *broj novčanica*, *broj kovanica*, *vrijednost novčanica*, *vrijednost kovanica*, *zbroj*.

Počnje se s krajnjim slučajevima: 216 novčanica i 0 kovanica, odnosno 0 novčanica i 216 kovanica.

Slijedi srednji slučaj: 108 novčanica i 108 kovanica.

Sada se nastavlja povećavanjem jedne vrste novca i smanjivanje druge i postupno približavanje rješenju. U tablici će se pokazati da se traženi broj novčanica nalazi između 120 i 130.

Tablica:

| broj novčanica | broj kovanica | vrijednost novčanica | vrijednost kovanica | zbroj |
|----------------|---------------|----------------------|---------------------|-------|
| 216 | 0 | 2160 | 0 | 21600 |
| 0 | 216 | 0 | 5400 | 5400 |
| 108 | 108 | 10800 | 2700 | 13500 |
| 110 | 106 | 11000 | 2550 | 13650 |
| 120 | 96 | 12000 | 2400 | 14400 |
| 130 | 86 | 13000 | 2150 | 15150 |
| 125 | 91 | 12500 | 2275 | 14775 |
| 126 | 90 | 12600 | 2250 | 14850 |
| 127 | 89 | 12700 | 2225 | 14925 |

Štednja učenika sastoji se od 127 novčanica od 100 kuna i 89 kovanica od 25 kuna. ● ●

Metoda omogućuje dosta brzo rješavanje još složenijih problema. Takav je sljedeći problem.

6

Velika tvornica motornih vozila “Kotač” proizvela je posljednje godine 589 747 automobila i motocikala. Koliko od svake pojedine vrste ako je ukupan broj kotača na svim vozilima 2 000 000?

Rješenje

Postupak rješavanja u kratkim crtama izgleda ovako: krajnji slučajevi, srednji ili blizak slučaj, smanjivanje intervala u kojem se nalazi rješenje i postupno približavanje rješenju. Na početku uzimamo povećanje broja automobila malo veće, recimo 25 000. Stupci tablice su: *broj automobila*, *broj motocikala*, *broj kotača automobila*, *broj kotača motocikala*, *ukupan broj kotača*.

Tablica:

| broj automobila | broj motocikala | broj kotača automobila | broj kotača motocikala | ukupan broj kotača |
|-----------------|-----------------|------------------------|------------------------|--------------------|
| 589 747 | 0 | 2 358 988 | 0 | 2 358 988 |
| 0 | 589 747 | 0 | 1 179 494 | 1 179 494 |
| 294 873 | 294 874 | 1 179 492 | 589 748 | 1 769 240 |
| 320 000 | 269 747 | 1 280 000 | 539 494 | 1 818 494 |
| 345 000 | 244 747 | 1 380 000 | 489 494 | 1 869 494 |
| 370 000 | 219 747 | 1 480 000 | 439 494 | 1 919 494 |
| 395 000 | 194 747 | 1 580 000 | 389 494 | 1 969 494 |
| 420 000 | 169 747 | 1 680 000 | 339 494 | 2 019 494 |

Iz tablice vidimo da se broj automobila nalazi između brojeva 395 000 i 420 000. Približavanje rješenju možemo nastaviti tako da u ovom kraćem intervalu broj automobila povećavamo za, recimo, 5 000.

Tablica:

| | | | | |
|---------|---------|-----------|---------|-----------|
| 400 000 | 189 747 | 1 600 000 | 379 494 | 1 979 494 |
| 405 000 | 184 747 | 1 620 000 | 369 474 | 1 989 474 |
| 410 000 | 179 747 | 1 640 000 | 359 494 | 1 999 494 |
| 415 000 | 174 747 | 1 660 000 | 349 494 | 2 009 494 |

Iz tablice vidimo da se broj automobila nalazi između 410 000 i 415 000. Broju 2 000 000 bliži je broj 1 999 494. Razlika je samo 506 kotača. Zato treba nastaviti s još manjim povećavanjem, recimo, 250.

Tablica:

| | | | | |
|---------|---------|-----------|---------|-----------|
| 410 250 | 179 497 | 1 641 000 | 358 994 | 1 999 994 |
| 410 251 | 179 496 | 1 641 004 | 358 992 | 1 999 996 |
| 410 252 | 179 495 | 1 641 008 | 358 990 | 1 999 998 |
| 410 253 | 179 494 | 1 641 012 | 358 988 | 2 000 000 |



Riješeni primjeri pokazuju da je metoda uzastopnih približavanja prilično **djelotvorna**. Posebno ako se uzme u obzir da učenici u trenutku njezine primjene još ne znaju postavljati i rješavati jednadžbe.

Važno pitanje metode je **tablica**. Učenike treba naučiti da brzo uoče koje veličine određuju stupce pri gradnji tablice.

Važna značajka metode je **procjena**. Učenici u svakome pokušaju promišljaju o granicama u kojima se nalazi rješenje problema i dolaze mu sve bliže. Njihovo je mišljenje vrlo aktivno. S vremenom će učenici steći iskustvo koje će im omogućiti bolju procjenu, smanjivanje broja pokušaja i brže rješavanje. Na učitelju je da im u tome primjereno pomogne.

7

Josip je razbio svoju kasicu-prasicu u kojoj su bile 62 kovanice. Od toga su 32 kovanice imale vrijednost od 50 lipa, a ostale su bile u vrijednosti od 2 kune i 5 kuna. Ukupna vrijednost svih kovanica bila je 100 kuna. Koliko je bilo kovanica od 2 kune, a koliko od 5 kuna?

(Općinsko / školsko natjecanje, 2009., 4. razred)

Rješenje

Ukupna vrijednost 32 kovanice od 50 lipa je 16 kuna. Preostalo je 30 kovanica od 2 kune i 5 kuna, čija je ukupna vrijednost 84 kune. Dalje vidite tablicu!

| kovanice od 2 kune | kovanice od 5 kuna | vrijednost |
|--------------------|--------------------|------------|
| 30 | 0 | 40 |
| 0 | 30 | 150 |
| 15 | 15 | 105 |
| 16 | 14 | 102 |
| 18 | 12 | 96 |
| 20 | 10 | 90 |
| 22 | 8 | 84 |
| 24 | 6 | 78 |

Bile su 22 kovanice od 2 kune i 8 kovanica od 5 kuna. ●●

8 Od početka školske godine do danas Zvonimir je dobio 46 ocjena. Svaka od njih je ili petica ili četvorka. Zbroj svih ocjena je 204. Koliko je Zvonimir dobio petica?

(Županijsko natjecanje, 2005., 4. razred)

| broj petica | broj četvorki | zbroj petica | zbroj četvorki | ukupan zbroj ocjena |
|-------------|---------------|--------------|----------------|---------------------|
| 46 | 0 | 230 | 0 | 230 |
| 0 | 46 | 0 | 184 | 184 |
| 23 | 23 | 115 | 92 | 207 |
| 22 | 24 | 110 | 96 | 206 |
| 21 | 25 | 105 | 100 | 205 |
| 20 | 26 | 100 | 104 | 204 |
| 19 | 27 | 95 | 108 | 203 |

Zvonimir je dobio 20 petica (i 26 četvorki). ●●

9 Na slavlju je bilo 248 gostiju. Svaki je gost na kraju večere pojeo jedan od dva sladoledna kupa: sladoledni kup “More” s tri kuglice sladoleda ili sladoledni kup “Ledko” s pet kuglica sladoleda. Koliko je gostiju pojelo kup “More”, a koliko ih je pojelo kup “Ledko” ako je potrošeno ukupno 1000 kuglica sladoleda?

(Općinsko / gradsko natjecanje, 2004., 4. razred)

Rješenje

Vidite tablicu!

| broj gostiju koji jedu kup “More” | broj gostiju koji jedu kup “Ledko” | broj kuglica “More” | broj kuglica “Ledko” | ukupan broj kuglica |
|-----------------------------------|------------------------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
| 248 | 0 | 744 | 0 | 744 |
| 0 | 248 | 0 | 1240 | 1240 |
| 124 | 124 | 372 | 620 | 992 |
| 123 | 125 | 369 | 625 | 994 |
| 122 | 126 | 366 | 630 | 996 |
| 121 | 127 | 363 | 635 | 998 |
| 120 | 128 | 360 | 640 | 1000 |
| 119 | 129 | 357 | 645 | 1002 |



10 Učenici nižih razreda jedne škole krenuli su na izlet u 11 autobusa od kojih su neki imali 37, a drugi 29 sjedala. Koliko je bilo autobusa svake vrste ako je učenika bilo 351 i svi su autobusi bili popunjeni?

(Županijsko natjecanje, 1998., 4. razred)



11 125 kg šećera stavljeno je u 40 vrećica od kojih neke sadrže 2 kg, a neke 5 kg. Koliko je bilo vrećica od 2 kg, a koliko od 5 kg?

(Regionalno natjecanje, Split, 1997., 5. razred)



12 Razgovaraju dvije domaćice. Prva se hvali: “U svom dvorištu imam domaće životinje s ukupno 44 glave i 100 nogu.” Druga je upita: “Koliko imaš dvonožnih, a koliko četveronožnih životinja?” Na to prva odgovori: “Izračunaj sama!”

Pomozi drugoj domaćici odrediti broj dvonožnih i četveronožnih životinja u dvorištu.

(Županijsko natjecanje, 1996., 4. razred)



13 Na školskom natjecanju iz matematike Ivica je dobio 10 zadataka. Za svaki točno riješen zadatak dobiva 5 bodova, a za netočno riješen ili neriješen oduzimaju mu se 3 boda. Koliko je zadataka Ivica točno riješio ako je na kraju imao 26 bodova?

(Regionalno natjecanje, Osijek, 1996., 4. razred)



14 Škola je za odlazak svojih 708 učenika na jednodnevni izlet osigurala 15 autobusa, od kojih neki imaju 52 sjedala, a neki 43 sjedala. Koliko je bilo autobusa s 52 sjedala, a koliko s 43 sjedala ako su sva mjesta bila popunjena?

(Regionalno natjecanje, Zagreb, 1996., 4. razred)



15 U jednoj autoradionici u jednom mjesecu popravljena su 44 vozila, i to motocikli i automobili. Na svim tim vozilima bila su ukupno 144 kotača. Koliko je bilo motocikala, a koliko automobila?

(Županijsko natjecanje, 1995., 4. razred)



16 Na učeničkom “maturalcu” 60 učenika četvrtog razreda bilo je smješteno na sljedeći način: djevojčice u trokrevetne sobe, a dječaci u četvero-

krevetne sobe. Koliko je bilo dječaka, a koliko djevojčica ako je za dječake upotrijebljena jedna soba više nego za djevojčice?

(Regionalno natjecanje, Split, 1993., 4. razred)



17

Duljina kraka jednakokračnog trokuta je za 3 cm veća od duljine osnovice. Izračunajte duljine stranica trokuta ako opseg trokuta iznosi 24 cm. Nacrtajte trokut!

(Općinsko natjecanje, 1993., 4. razred)

