

# 1.

# Prikupljanje, uređivanje, tabelarno i grafičko prikazivanje statističkih podataka

*Statistički podaci* su izmjerena ili opažena svojstva jedinica statističkog skupa koja se promatraju. *Statistički skup* mora biti jednoznačno definiran pojmovno, prostorno i vremenski. Pojmovno definirati statistički skup znači odrediti opća svojstva koja se izražavaju opisno, a imaju ih sve *jedinice statističkog skupa*. Prostorno definirati statistički skup znači odrediti prostor za koji su vezane sve jedinice statističkog skupa. Vremenski definirati statistički skup znači odrediti vrijeme za koje su vezane sve jedinice statističkog skupa. *Opseg skupa* je ukupan broj jedinica koje se promatraju ( $N$ ). Jedinice statističkog skupa razlikuju se ili jedne drugima nalikuju po svojstvima (statističkim varijablama). *Statističke varijable* mogu biti kvalitativne (izražavaju se riječima, opisno) i kvantitativne (izražavaju se brojem). Kvalitativne varijable mogu biti nominalne (atributivne i geografske) i redoslijedne (varijable ranga). Kvantitativne (numeričke) varijable mogu biti diskretne (diskontinuirane) i kontinuirane. Diskretne varijable poprimaju konačno ili prebrojivo mnogo vrijednosti, a kontinuirane varijable poprimaju beskonačno mnogo vrijednosti nad određenim intervalom. Oblici u kojima se pojavljuju varijable zovu se *modaliteti*. Skup podataka o promotrenom svojstvu (varijabli) za sve jedinice statističkog skupa naziva se *populacija* ili *osnovni skup*. Za jedan statistički skup može se definirati više osnovnih skupova. Podskup populacije zove se *uzorak*. Svi podaci (za sve analizirane varijable po svim jedinicama (konačnog) statističkog skupa zapisuju se u matrici podataka. Uređivanje podataka po jednom ili više obilježja podrazumijeva iscrpno i isključivo *grupiranje podataka* i njihovo tabelarno i grafičko prikazivanje. Grupiranjem podataka prema modalitetima jednog statističkog obilježja (varijable) nastaje *statistički niz*.

## 1.1. Statistički nizovi i grafičko prikazivanje kvalitativnih podataka

Statistički niz je skup uređenih parova modaliteta obilježja i pripadajuće apsolutne ili relativne frekvencije. *Apsolutna frekvencija* ( $f_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ) je broj jedinica skupa s određenim modalitetom obilježja. *Relativne frekvencije* su proporcije i postoci. Proporcija je omjer absolutne frekvencije i opsega skupa ( $p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ). Ako se proporcija pomnoži sa sto dobiva se postotak  $P_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ . Zbroj apsolutnih frekvencija jednak je opsegu skupa ( $N$ ). Nominalni atributivni statistički niz nastaje grupiranjem podataka prema modalitetima

nominalno-atributivnog obilježja. Nominalno-geografski niz nastaje grupiranjem podataka prema modalitetima nominalno geografskog niza dok redoslijedni statistički niz nastaje grupiranjem podataka prema modalitetima redoslijednog obilježja. Numerički niz nastaje grupiranjem podataka prema modalitetima (vrijednostima) numeričkog obilježja i naziva se *distribucija frekvencija*. Ako diskretno numeričko obilježje ima veliki broj modaliteta (vrijednosti) ili se grupiraju podaci kontinuiranog numeričkog obilježja često se formira distribucija frekvencija s obilježjem u razredima.

Ako statistička tabela sadrži samo jedan statistički niz, naziva se *jednostavna statistička tabela*. Ako su u tabeli prikazani dva ili više statističkih nizova koji su nastali grupiranjem podataka iz dvaju statističkih skupova, ali prema istim modalitetima istog obilježja, tada se tabela naziva *skupna statistička tabela*. *Kombinirana tabela (tabela kontingence)* sadrži dva ili više statističkih nizova nastalih grupiranjem podataka za jedinice jednog statističkog skupa, prema modalitetima dvaju ili više obilježja. Kvalitativni statistički nizovi prikazuju se *površinskim grafikonima* (jednostavni uspravni i jednostavni položeni stupci, dvostruki stupci, razdijeljeni stupci, strukturni stupci ili strukturni krugovi). Svaka statistička tabela i svaki grafikon moraju imati naslov, izvor podataka i po potrebi tumač (legendu) i napomenu.

### ● ● PRIMJER 1.1.

Korisnici mirovine (prema Zakonu o mirovinskem osiguranju)  
u Hrvatskoj, u lipnju 2012. godine

Vrsta mirovine	Broj umirovljenika (u tisućama)
Starosna	634,3
Invalidska	252,0
Obiteljska	239,0
Ukupno	1125,3

Izvor: MSI-6/2012, str. 88

- Definirajte statistički skup pojmovno, prostorni i vremenski.
- Koliki je opseg skupa?
- Što je jedinica skupa, a što je obilježje i kojoj vrsti obilježja pripada? Navedite modalitete obilježja.
- Kako se naziva statistički niz prikazan u tabeli?
- Kako se naziva navedena tabela?
- Kako se nazivaju vrijednosti u drugom stupcu tabele?
- Navedeni niz prikažite jednostavnim uspravnim stupcima.
- Analizirajte strukturu umirovljenika prema vrsti mirovine (u postocima).
- Strukturu umirovljenika prema vrsti mirovine prikažite strukturnim krugom. Uz grafikon navedite sve potrebne oznake.

## Rješenje

a) *Pojmovna definicija* (preuzeta iz MSI-6/2012, str. 93): Korisnikom mirovine (invalidske, starosne i obiteljske) smatra se osoba koja je stekla to pravo na temelju Zakona o mirovinskom osiguranju (NN, br. 102/98., 127/00., 59/01., 109/01., 147/02., 117/03., 30/04., 177/04., 92/05., 79/07., 35/08., 121/10., 130/10. – pročišćeni tekst, 61/11. i 114/11.), Zakona o pravima iz mirovinskog osiguranja djelatnih vojnih osoba, policijskih službenika i ovlaštenih službenih osoba (NN, br. 128/99., 129/00., 16/01., 22/02. i 41/08.), Zakona o pravima hrvatskih branitelja iz Domovinskog rata i članova njihovih obitelji (NN, br. 174/04., 92/05., 107/07., 65/09., 137/09., 146/10. i 55/11.) i Zakona o potvrđivanju Ugovora između Republike Hrvatske i Bosne i Hercegovine o suradnji na području prava stradalnika rata u Bosni i Hercegovini koji su bili pripadnici Hrvatskog vijeća obrane i članova njihovih obitelji (NN, br. 2/06.).

*Prostorna definicija:* Republika Hrvatska

*Vremenska definicija:* lipanj 2012.

b) Opseg skupa je 1125300 ( $N = 1125300$ ). U Hrvatskoj je u lipnju 2012. godine bilo 1125300 korisnika mirovina.

c) Jedinica skupa je jedan umirovljenik. Obilježje je vrsta mirovine. To je nominalno atributivno obilježje s tri modaliteta: starosna, invalidska, obiteljska.

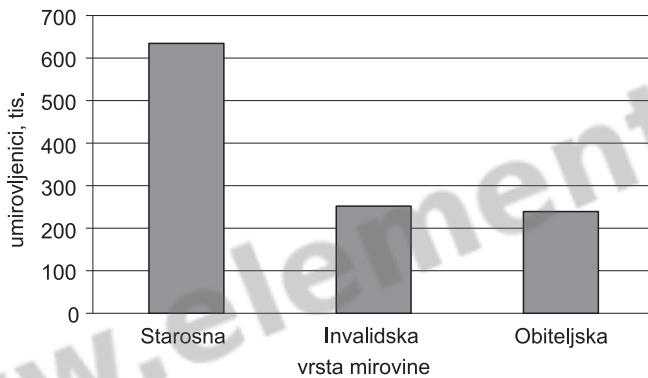
d) U tabeli je nominalni atributivni statistički niz.

e) Jednostavna statistička tabela.

f) Apsolutne frekvencije.

g) Grafički prikaz: *jednostavni uspravni stupci*

Korisnici mirovina (prema Zakonu o mirovinskom osiguranju)  
u Hrvatskoj, u lipnju 2012. godini



Izvor: MSI-6/2012, str. 88

h) Relativne frekvencije (postoci) dani su u tabeli (kako slijedi) u stupcu 3, a izračunate su po formuli  $P_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \cdot 100$ ,  $0 \leq P_i \leq 100$ ,  $\sum_{i=1}^k P_i = 100$ .

Primjerice,  $P_1 = \frac{f_1}{\sum_{i=1}^3 f_i} \cdot 100 = \frac{634,3}{1125,3} \cdot 100 = 56,37\%$ .

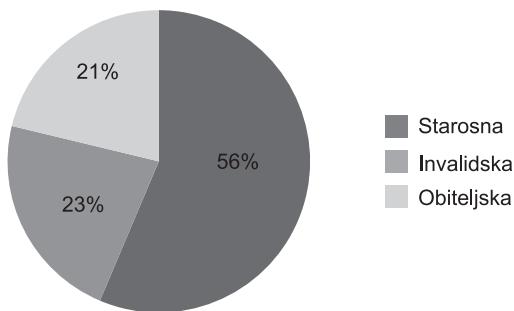
Struktura korisnika mirovina (prema Zakonu o mirovinskom osiguranju) u Hrvatskoj, u lipnju 2012. godine

Vrsta mirovine	Struktura u postocima
	$P_i$
1	2
Starosna	56,37
Invalidska	22,39
Obiteljska	21,24
Ukupno	100,00

Izvor: MSI-6/2012, str. 88

i) Grafikon: *strukturni krug*

Struktura korisnika mirovina (prema Zakonu o mirovinskom osiguranju) u Hrvatskoj, u lipnju 2012. godine



Izvor: MSI-6/2012, str. 88

**PRIMJER 1.2.**

Redoviti studenti stručnog i sveučilišnog studija upisani u zimski semestar akademske godine 2010/2011. u Hrvatskoj

Županija prebivališta	Studenti na stručnom studiju	Studenti na sveučilišnom studiju
Zagrebačka	1837	5040
Varaždinska	986	2569
Koprivničko-križevačka	545	2048
Ukupno	3368	9657

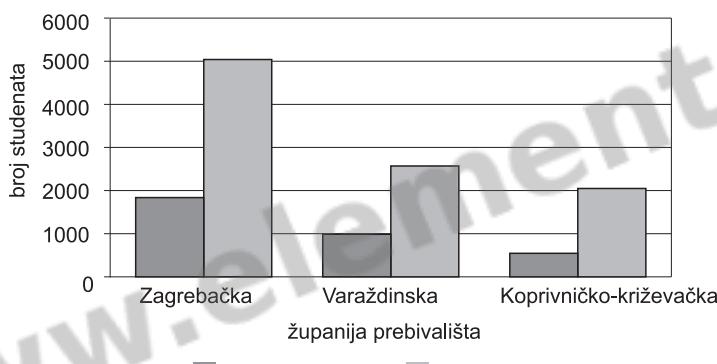
Izvor: prema SLJRH-2011, str. 483

- Kako se naziva navedena tabela?
- Što je obilježje i kojoj vrsti pripada?
- Koliko je statističkih nizova prikazano u navedenoj tabeli?
- Podatke iz tabele prikažite dvostrukim stupcima i strukturnim stupcima. Uz grafikon navedite sve potrebne oznake.
- Jesu li navedeni podaci primarni ili sekundarni (prema izvoru podataka)?

**Rješenje**

- Skupna statistička tabela.
- Obilježje je prebivalište. To je nominalno-geografsko obilježje.
- U tabeli su dva nominalno geografska statistička niza (redoviti studenti stručnog studija prema prebivalištu, redoviti studenti sveučilišnog studija prema prebivalištu).
- Grafički prikaz: *dvostruki stupci*

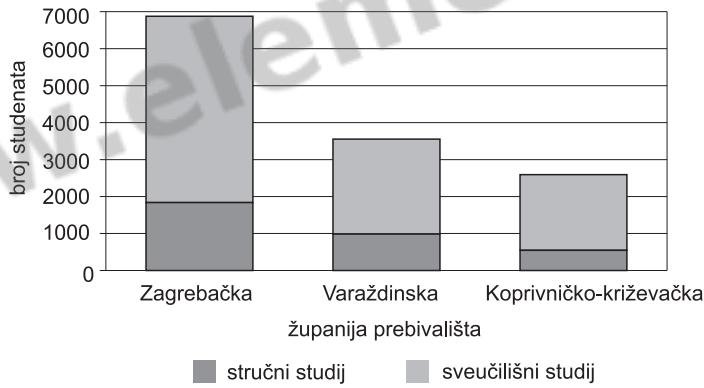
Redoviti studenti stručnog i sveučilišnog studija upisani u zimski semestar akademske godine 2010/2011. u Hrvatskoj



Izvor: prema SLJRH-2011, str. 483

Grafički prikaz: *strukturni stupci* (apsolutne frekvencije)

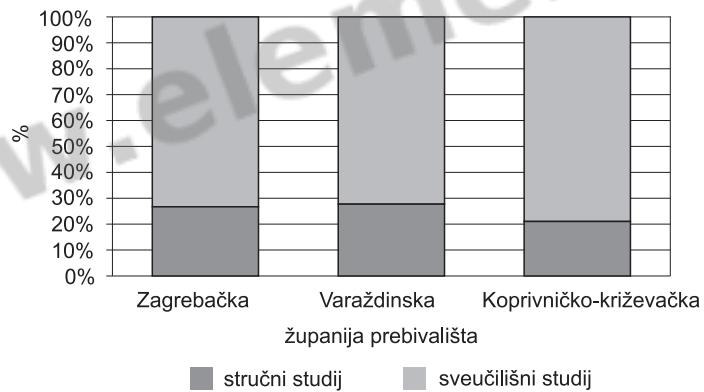
Redoviti studenti stručnog i sveučilišnog studija upisani u zimski semestar akademske godine 2010/2011. u Hrvatskoj



Izvor: prema SLJRH-2011, str. 483

Grafički prikaz: *strukturni stupci* (relativne frekvencije)

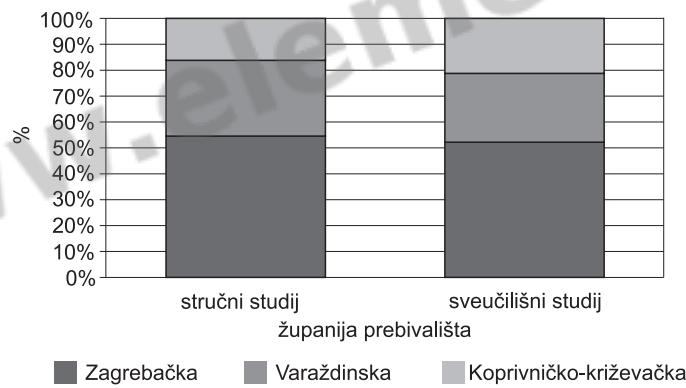
Struktura redovitih studenata stručnog i sveučilišnog studija upisanih u zimski semestar akademske godine 2010/2011. u Hrvatskoj



Izvor: prema SLJRH-2011, str. 483

### Grafički prikaz: *strukturalni stupci* (relativne frekvencije)

Struktura redovitih studenata stručnog i sveučilišnog studija upisanih u zimski semestar akademске godine 2010/2011. u Hrvatskoj



Izvor: prema SLJRH-2011, str. 483

- e) Podaci su sekundarni. Preuzeti su iz Statističkog ljetopisa Republike Hrvatske koji godišnje publicira Državni zavod za statistiku RH.



### PRIMJER 1.3.

Korisnici interneta u Republici Hrvatskoj 2010. godine  
prema stupnju obrazovanja

Stupanj obrazovanja	Broj korisnika (u tisućama)
Visoko	402,0
Srednje	1199,5
Osnovno	259,6
Ukupno	1861,1

Izvor: SLJRH-2011, str. 308

- Definirajte statistički skup pojmovno, prostorno i vremenski. Koliki je opseg skupa?
- Što je obilježe i kojoj vrsti pripada? Navedite modalitete obilježja.
- Kojoj vrsti pripada statistički niz prikazan u tabeli?
- Prikažite ga položenim jednostavnim stupcima.
- Analizirajte strukturu korisnika interneta po stupnju obrazovanja.

## Rješenje

a) *Pojmovna definicija:* korisnik interneta kao telekomunikacijske usluge (detaljnije u SLJRH-2011, metodološka objašnjenja).

*Prostorna definicija:* Republika Hrvatska

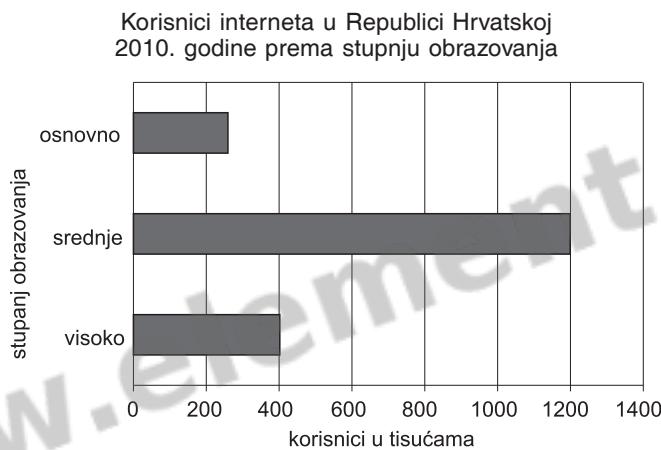
*Vremenska definicija:* 2010. godina

Opseg skupa je 1861100 korisnika.

b) Obilježje je stupanj obrazovanja. To je redoslijedno obilježje (obilježje ranga). Ima tri modaliteta: visoko, srednje i osnovno.

c) U jednostavnoj statističkoj tabeli prikazan je redoslijedni statistički niz.

d) Grafikon: *jednostavnii položeni stupci* (iz absolutnih frekvencija)



Izvor: SLJRH-2011, str. 308

e) Struktura u postocima (stupac 2)

Stupanj obrazovanja	Struktura u postocima
	$P_i$
1	2
Visoko	21,60
Srednje	64,45
Osnovno	13,95
Ukupno	100,00

**PRIMJER 1.4.**

Aktivno stanovništvo Republike Hrvatske prema administrativnim izvorima i prema spolu, u lipnju 2012. godine

Administrativni izvor	Spol		Ukupno
	Muškarci	Žene	
Zaposleni u pravnim osobama	609516	541770	1151286
Zaposleni u obrtu i slobodnim profesijama	125939	99334	225273
Zaposleni osiguranici poljoprivrednici	17240	11611	28851
Nezaposleni	138949	155928	294877
Ukupno	891644	808643	1700287

Izvor: <http://dzs.hr>, Priopćenje DZS-a broj 9.2.1/6., 31. 07. 2012.

- Definirajte statistički skup pojmovno, prostorno i vremenski. Koliki je opseg skupa? Kako se naziva navedena tabela? Prema kojim obilježjima je provedeno grupiranje u tabeli? Kojoj vrsti pripadaju navedena obilježja? Koliko je statističkih nizova u navedenoj tabeli? Odgovor obavezno obrazložite.
- Analizirajte strukturu aktivnog stanovništva Hrvatske u lipnju 2012. godine pomoću relativnih frekvencija (postotaka) na sva tri načina (kutna, vertikalna i horizontalna analiza). Konkretno protumačite po jednu relativnu frekvenciju dobivenu trima provedenim analizama.

**Rješenje**

a) Statistički skup čini aktivno stanovništvo Republike Hrvatske u lipnju 2012. godine. Opseg skupa je 1700287 aktivnih stanovnika ( $N = 1700287$ ). Tabela se naziva kombinirana tabela (tabela kontingence ili tabela s dva ulaza). Grupiranje je provedeno prema dva obilježja: administrativni izvor i spol. Oba obilježja su nominalna atributivna obilježja. Prvo ima četiri, a drugo dva modaliteta. U tabeli je ukupno osam nominalno-atributivnih statističkih nizova (tri su nastala grupiranjem podataka prema modalitetima obilježja administrativni izvor, a pet ih je nastalo grupiranjem prema modalitetima obilježja spola).

b) Struktura aktivnog stanovništva može se analizirati na tri načina i to kako slijedi:

*Kutna analiza:*

Svaka frekvencija u tabeli dijeli se sa sveukupnom vrijednosti (ukupnim brojem aktivnog stanovništva) i množi sa sto.

Struktura aktivnog stanovništva RH prema administrativnim izvorima i prema spolu (kutna analiza)

Administrativni izvor	Spol		Ukupno
	Muškarci	Žene	
Zaposleni u pravnim osobama	35,85	31,86	67,71
Zaposleni u obrtu i slobodnim profesijama	7,41	5,84	13,25
Zaposleni osiguranici poljoprivrednici	1,01	0,68	1,70
Nezaposleni	8,17	9,17	17,34
<b>Ukupno</b>	<b>52,44</b>	<b>47,56</b>	<b>100,00</b>

Interpretacija:

$P_{41} = 8,17$  8,17% ukupnog aktivnog stanovništva u lipnju 2012. godine u RH bili su nezaposleni muškarci.

$P_{1.} = 67,716$  7,71% aktivnog stanovništva u RH u lipnju 2012. godine bilo je zaposleno u pravnim osobama.

*Vertikalna analiza:*

Svaka frekvencija u retku dijeli se sa zbrojem pripadajućeg retka i množi sa sto.

Struktura aktivnog stanovništva RH  
prema administrativnim izvorima (vertikalna analiza)

Administrativni izvor	Spol		Ukupno
	Muškarci	Žene	
Zaposleni u pravnim osobama	52,94	47,06	<b>100,00</b>
Zaposleni u obrtu i slobodnim profesijama	55,91	44,09	<b>100,00</b>
Zaposleni osiguranici poljoprivrednici	59,76	40,24	<b>100,00</b>
Nezaposleni	47,12	52,88	<b>100,00</b>
<b>Ukupno</b>	<b>52,44</b>	<b>47,56</b>	<b>100,00</b>

Interpretacija:

$P_{32} = 40,24$  U ukupnom broju zaposlenih osiguranika poljoprivrednika u RH u lipnju 2012. godine, 40,24% bile su žene.

$P_{.2} = 47,56$  U lipnju 2012. godine u RH 47,56% aktivnog stanovništva činile su žene.

**Horizontalna analiza:**

Svaka frekvencija u stupcu dijeli se sa zbrojem pripadajućeg stupca i množi sa sto.

Struktura aktivnog stanovništva RH prema spolu (horizontalna analiza)

Administrativni izvor	Spol		Ukupno
	Muškarci	Žene	
Zaposleni u pravnim osobama	68,36	67,00	67,71
Zaposleni u obrtu i slobodnim profesijama	14,12	12,28	13,25
Zaposleni osiguranici poljoprivrednici	1,93	1,44	1,70
Nezaposleni	15,58	19,28	17,34
Ukupno	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>

Interpretacija:

$P_{12} = 67,00$  U ukupnom broju ženskog aktivnog stanovništva u RH u lipnju 2012. godine bilo je 76% zaposlenih u pravnim osobama.

$P_3 = 1,7$  U lipnju 2012. godine u RH 1,7% aktivnog stanovništva bili su zaposleni osiguranici poljoprivrednici.

## 1.2. Numerički nizovi i grafičko prikazivanje kvantitativnih podataka

Ako se analizira numeričko obilježje za mali broj jedinica statističkog skupa, dovoljno je podatke poredati po veličini. Takvi negrupirani numerički podaci prikazuju se dijagramima *stablo – list* (S-L dijagram) i *dijagramom s točkama* (Dot-dijagram). Distribucija frekvencija, odnosno numerički statistički niz grafički se prikazuju linijskim (*poligon frekvencija*) i površinskim (*histogram*) dijagramima. Ako je obilježje u distribuciji frekvencija kontinuirano ili diskretno obilježje i ima veliki broj modaliteta (vrijednosti), tada je ono dano u razredima. Za grafičko prikazivanje takve distribucije frekvencija potrebno je urediti *granice razreda* i izračunati *veličine razreda*. Ako razredi nisu jednake veličine, potrebno je korigirati frekvencije. Na osi apscisa se nanosi aritmetičko mjerilo za numeričko obilježje, a na osi ordinata se nanosi aritmetičko mjerilo za *korigirane (apsolutne ili relativne) frekvencije*. Uređivanje granica razreda, izračun veličine razreda i korigiranje frekvencija dani su u nastavku.

Podaci o cijenama i prometu na tržištu vrijednosnica prikazuju se specifičnim *burzovnim grafikonima* (linijskim i površinskim).

● ● **PRIMJER 1.5.**

Broj dnevnih pritužbi kupaca na ponašanje prodavača u trgovačkom centru MC u kolovozu 2012. godine bio je kako slijedi:

2 2 3 3 6 4 0 1 2 2 5 3 2 4 1 5 6 0 1 3 4 2 3 4 2 5 2 4 2 2 1

- Što je jedinica, a što obilježje u navedenom primjeru? Kojoj vrsti pripada navedeno obilježje?
- Navedene podatke prikažite S-L dijagramom i dijagramom s točkama. Što zaključujete iz grafikona?
- Jesu li navedeni podaci primarni ili sekundarni (prema izvoru podataka)?

### Rješenje

- Jedinica je jedan radni dan, a obilježje je broj pritužbi kupaca. To je numeričko diskretno obilježje s modalitetima: 0,1,2,3,4,5,6.
- Negrupirani numerički podaci (mali broj modaliteta i mali broj podataka) prikazuju se S-L dijagramom i dijagramom s točkama

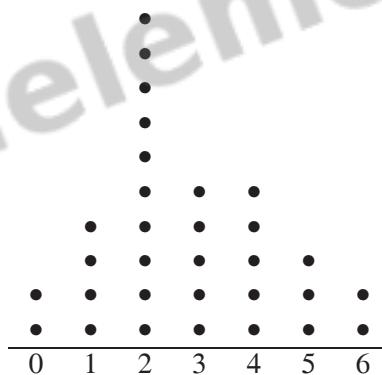
*Dijagram stablo-list (SL)*

Broj dnevnih pritužbi kupaca na ponašanje prodavača u trgovačkom centru MC u kolovozu 2012. godine

		#
0	00	2
1	0000	4
2	0000000000	10
3	00000	5
4	00000	5
5	000	3
6	00	2
0   0 = 0.0		

*Dijagram s točkama (dot-diagram)*

Broj dnevnih pritužbi kupaca na ponašanje prodavača  
u trgovačkom centru MC u kolovozu 2012. godine



Iz oba se grafikona uočava da su najčešće bile dvije prijave kvara dnevno. Bilo je dana bez prijave kvara. Najviše je bilo šest prijava u danu.

- c) Podaci su primarni.

**PRIMJER 1.6.**

Programskom potporom SAS generiran je sljedeći grafički prikaz. Prikazuje broj bodova na prvom kolokviju iz Uvoda u gospodarsku statistiku za jednu grupu zadataka, u akademskoj godini 2011/2012. na Ekonomskom fakultetu u Zagrebu.

Stem Leaf	#
3 6	1
3 23	2
2 68	2
2 0344	4
1 68899	5
1 0012234	7
0 55668	5
0 3344	4

-----+-----+-----+-----+  
Multiply Stem. Leaf by 10\*\*\*+1

- a) Pročitajte pojedinačne vrijednosti prikazane S-L grafikonom. Koliko je studenata pisalo ovu grupu zadataka na prvom kolokviju?  
b) Koji je najmanji, a koji najveći broj bodova ostvaren na kolokviju?

**Rješenje**

- a) Uobičajeno se podaci prikazani S-L dijagramom čitaju tako da se vrijednost stabla čita kao cijeli broj, a vrijednost lista kao prva decimalna. Napomena ispod

ovog grafikona znači da svaku pojedinačnu vrijednost na grafikonu treba dodatno pomnožiti s 10. Tako se najmanja vrijednost 0,3 čita kao 3. Potom slijedi: 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, ..., 36. Na grafikonu je 30 podataka što znači da je 30 studenata pisalo ovu grupu zadatka na kolokviju.

- b) Najmanji broj bodova je 3, a najveći 36.

● ● **PRIMJER 1.7.**

Zrakoplovna kompanija M-AIR ispituje učestalost otkaza rezervacija na liniji Zagreb – London, let AM457 u srpnju i kolovozu 2012. godine. Analiza je provedena za 50 letova. Podaci su prikazani u tabeli kako slijedi:

Broj otkaza rezervacija	Broj letova
0	9
1	15
2	11
3	8
4	4
5	3
Ukupno	50

Izvor: Evidencija zrakoplovne kompanije

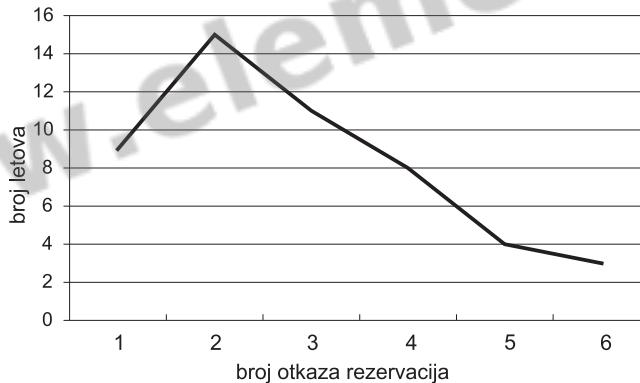
- Što je jedinica, a što obilježje u navedenom primjeru? Kojoj vrsti pripada navedeno obilježje?
- Kako se naziva navedena tabela i statistički niz prikazan u njoj?
- Podatke iz tabele prikažite linijskim i površinskim grafikonom.
- Sastavite kumulativni niz “manje od”. Protumačite treću vrijednost kumulativnog niza.
- Kumulativni niz prikažite grafički.

**Rješenje**

- Jedinica statističkog skupa je jedan let na relaciji Zagreb – London u srpnju i kolovozu 2012. Obilježje je broj otkaza rezervacija. To je numeričko diskretno obilježje. Ima šest modaliteta.
- Tabela je jednostavna statistička tabela. Budući da obilježje ima malo modaliteta, a promatra se veliki broj jedinica, formira se numerički niz (distribucija frekvencija).

c) Linijski grafikon (*poligon frekvencija*)

Letovi zrakoplova na liniji Zagreb – London u srpnju i kolovozu 2012. godine prema broju otkaza rezervacija



Izvor: Evidencija zrakoplovne kompanije

Površinski grafikon (*histogram*)

Letovi zrakoplova na liniji Zagreb – London u srpnju i kolovozu 2012. godine prema broju otkaza rezervacija



Izvor: Evidencija zrakoplovne kompanije

d) *Kumulativni niz “manje od”* sastavlja se iz apsolutnih (i relativnih) frekvencija postepenim zbrajanjem (stupac 3) po formuli:

$$S(X \leq x_i) = S(x_i) = f_1 + f_2 + \dots + f_i$$

Broj otkaza rezervacija	Broj letova	Kumulativni niz "manje od"
$x_i$	$f_i$	$S(x_i)$
1	2	3
0	9	9
1	15	24
2	11	35
3	8	43
4	4	47
5	3	50
Ukupno	50	–

Izvor: Evidencija zrakoplovne kompanije

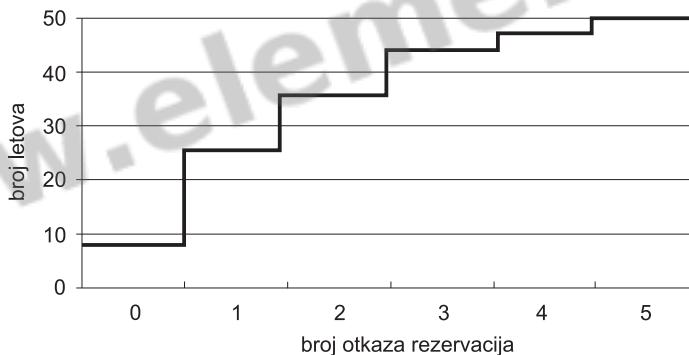
Interpretacija:

$$S(X \leq x_3) = S(x_3) = 9 + 15 + 11 = 35$$

Za 35 letova evidentirana su dva i manje otkaza rezervacije.

- e) Grafički prikaz kumulativnog niza diskretnog numeričkog obilježja je (stopenasta) *kumulanta*.

Kumulativni niz letova zrakoplova na letu Zagreb – London u srpnju i kolovozu 2012., prema broju otkaza rezervacija



Izvor: Evidencija zrakoplovne kompanije

### ● ● PRIMJER 1.8.

Članovi obveznih mirovinskih fondova u RH u veljači 2011. godine, prema dobi (u tisućama)

Starost, godine	Broj članova, u tis.
(15) – 24	187,84
25 – 34	570,68
35 – 44	523,49
45 – (64)	286,54
Ukupno	1568,55

Izvor: <http://www.ripe.hanfa.hr/hr/publiciranje/izvjesca>, prema REGOS-u

- Definirajte statistički skup pojmovno, prostorno i vremenski.
- Što je jedinica, a što obilježje u navedenom primjeru? Kojoj vrsti pripada navedeno obilježje?
- Kako se naziva statistički niz u tabeli?
- Uredite nominalno zadane granice razreda.
- Izračunajte razredne sredine.
- Izračunajte veličine razreda.
- Korigirajte frekvencije.
- Distribuciju članova obveznih mirovinskih fondova u RH u veljači 2011. prikažite histogramom.
- Izračunajte kumulativni niz "manje od" (iz proporcija).
- Kumulativni niz prikažite grafički.

### Rješenje

a) *Pojmovna definicija:* članovi obveznih mirovinskih fondova

*Prostorna definicija:* Republika Hrvatska

*Vremenska definicija:* veljača 2011.

- b) Jedinica statističkog skupa je jedan član obveznih mirovinskih fondova. Obilježje je starost (u godinama). To je numeričko kontinuirano obilježje (ima veliki broj modaliteta i veliki broj jedinica skupa).
- c) U tabeli je numerički niz odnosno distribucija frekvencija s obilježjem u razredima.
- d) Granice razreda se (u ovom slučaju) uređuju tako da se donja granica razreda umanji, a gornja poveća za pola razlike između donje granice idućeg i gornje granice tekućeg razreda (stupac 3).

Članovi obveznih mirovinskih fondova u RH u veljači 2011. godine,  
prema dobi (u tisućama)

Starost, godine	Broj članova, u tis.	Prave granice	Razredne sredine	Veličine razreda	Korigirane frekvencije
	$f_i$		$x_i$	$i_i$	$f c_i$
1	2	3	4	5	6
(15) – 24	187,84	(14,5) – 24,5	19,5	10	187,84
25 – 34	570,68	24,5 – 34,5	29,5	10	570,68
35 – 44	523,49	34,5 – 44,5	39,5	10	523,49
45 – (64)	286,54	44,5 – (64,5)	54,5	20	143,27
Ukupno	1568,55	–	–	–	–

Izvor: <http://www.ripe.hanfa.hr/hr/publiciranje/izvjesca>, prema REGOS-u

e) *Razredna sredina* je poluzbroj donje i gornje (prave) granice razreda:

$$x_i = \frac{L_{i1} + L_{i2}}{2} \text{ (stupac 4).}$$

f) *Veličine razreda* je razlika donje granice idućeg i donje granice tekućeg razreda:  $i_i = L_{i+1,1} - L_{i,1}$  (stupac 5).

g) Budući da su razredi različitih veličina, potrebno je korigirati frekvencije. Kada u distribuciji ima više razreda jednakih veličina, ta se veličina uzima kao bazna, a frekvencije se korigiraju po formuli:  $f_{c,i} = \frac{f_i}{\frac{i_b}{i_i}}$ . Tri razreda su veličine

10, stoga je bazna veličina 10.  $f_{c,1} = \frac{f_1}{\frac{i_b}{i_i}} = \frac{\frac{187,84}{i_b}}{\frac{10}{10}} = 187,84$ . To znači da

su originalna i korigirana frekvencija u razredima s baznom veličinom razreda jednakim. Korigira se samo frekvencija u posljednjem razredu i to:

$$f_{c,4} = \frac{f_4}{\frac{i_b}{i_i}} = \frac{\frac{286,54}{i_b}}{\frac{20}{10}} = 143,27.$$

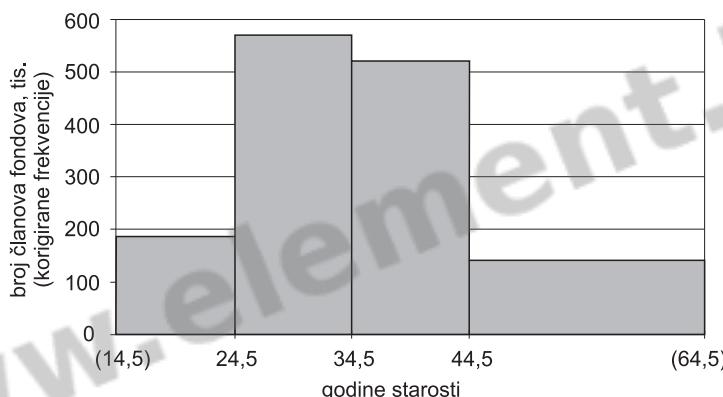
Ako su svi razredi različitih veličina, frekvencije se korigiraju tako da se svaka frekvencija podijeli s pripadajućom veličinom razreda  $f_{c,i} = \frac{f_i}{i_i}$ .

h) Za grafičko prikazivanje distribucije frekvencija s razredima potrebno je:

- urediti granice razreda (podzadatak d)),
- odrediti veličine razreda (podzadatak f)),
- korigirati frekvencije ako su razredi različitih veličina (podzadatak g)).

Na os apscisa nanosi se aritmetičko mjerilo za obilježje (uređene granice razreda), a na os ordinata aritmetičko mjerilo za korigirane (apsolutne ili relativne) frekvencije.

Članovi obveznih mirovinskih fondova u RH  
u veljači 2011. godine, prema dobi (u tisućama)



Izvor: <http://www.ripe.hanfa.hr/hr/publiciranje/izvjesca>, prema REGOS-u

- i) Kumulativni niz "manje od" iz proporcija (*funkcija distribucije*)  
 $F(X \leq x_i) = F(x_i) = p_1 + p_2 + \dots + p_i$

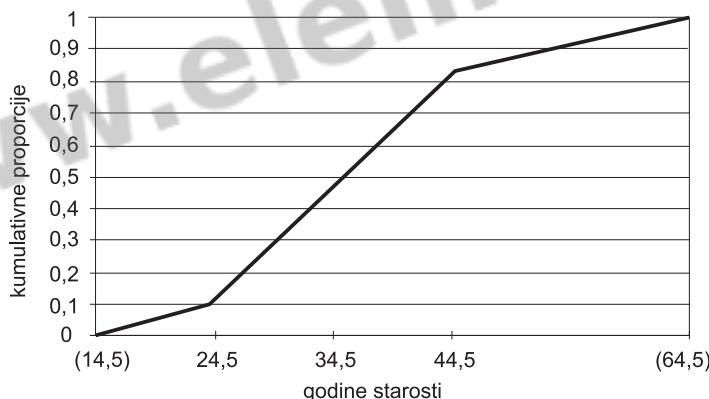
Starost, godine	Broj članova, u tis.	Struktura	Kumulativni niz "manje od"
	$f_i$	$p_i$	$F(x_i)$
1	2	3	4
(15) – 24	187,84	0,119754	0,119754
25 – 34	570,68	0,363827	0,483581
35 – 44	523,49	0,333741	0,817322
45 – (64)	286,54	0,182678	1
Ukupno	1568,55	1	–

Interpretacija:

$$F(x_2) = p_1 + p_2 = 0,48358$$

48,4% svih članova obveznih mirovinskih fondova u RH u veljači 2011. godine imalo je 34 godine i manje.

Kumulanta distribucije članova obaveznih mirovinskih fondova u RH u veljači 2011. godine, prema dobi (u tisućama)



Izvor: prema <http://www.ripe.hanfa.hr/hr/publiciranje/izvjesca>, prema REGOS-u

● ● PRIMJER 1.9.

Na internetskim stranicama Zagrebačke burze (<http://zse.hr>), na dan 9. kolovoza 2012. godine zabilježeni su sljedeći podaci o trgovanju dionica Zagrebačke banke d.d., Belja d.d. i Valamar Adria Holdinga.

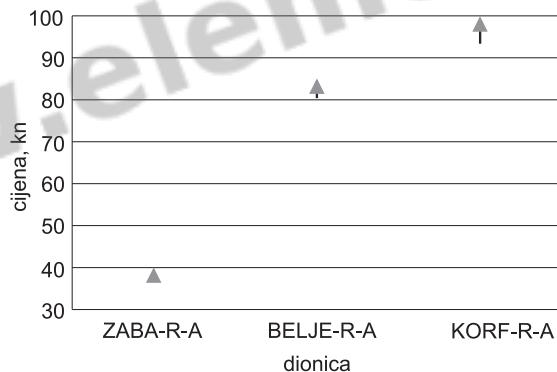
	ZABA-R-A	BELJE-R-A	KORF-R-A
Promet, u tis. kn	3764,03	822,14	1451,46
Početna cijena, kn	38,69	82	95,15
Najviša cijena, kn	38,69	82	97,95
Najniža cijena, kn	38	80,51	93,5
Zadnja cijena, kn	38,1	83,15	97,95

Izvor: <http://zse.hr>

Podatke prikažite odabranim burzovnim grafikonima i protumačite ih.

### Rješenje

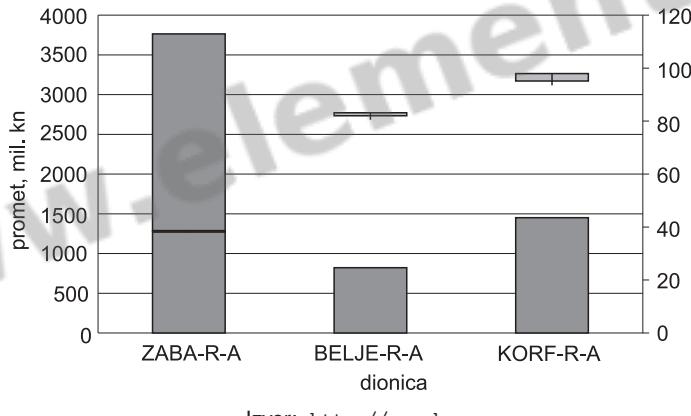
Cijene dionica na Zagrebačkoj burzi 9. kolovoza 2012.



Izvor: <http://zse.hr>

Na navedenom grafikonu označena je najviša, najniža i zadnja cijena. Zadnja cijena označena je trokutom, dok okomita crta predstavlja raspon najviše i najniže dnevne cijene. Razlika najviše i najniže cijene Zagrebačke banke na dan 9. kolovoza 2012. bila je vrlo mala i teško uočljiva na grafikonu. Najveća razlika u cijenama zabilježena je za Valamar Adria Holding. Budući da je trokut na gornjem dijelu okomite crte na grafikonu, znači da je zadnja cijena bila na razini najviše dnevne cijene.

Promet i cijene dionica na Zagrebačkoj burzi 9. kolovoza 2012.

Izvor: <http://zse.hr>

Na grafikonu je pored najviše, najniže i zadnje cijene prikazana i početna cijena i dnevno ostvareni promet. Promet je prikazan uspravnim stupcima. Zaključuje se da je najveći promet 9. kolovoza 2012. godine ostvaren trgovanjem dionicama Zagrebačke banke. Okomite crte i ovdje predstavljaju raspon najviše i najniže cijene. Visina pravokutnika na toj okomitoj crti govori o rasponu početne i zadnje cijene. Svjetla ispuna tog pravokutnika (Belje i Valamar) znači da je zadnja cijena bila veća od početne, a tamna ispuna pravokutnika (Zagrebačka banka) znači da je zadnja cijena bila niža od početne.

### •• PRIMJER 1.10.

Cijene i promet dionica pet tvrtki koje kotiraju na Zagrebačkoj burzi (na dan 30. kolovoza 2012.) prikažite odgovarajućim grafikonom. Koja je dionica bila najmanje rizična?

	A-R-A	B-R-A	C-R-A	D-R-A	E-R-A
Promet, u tis. kn	42	48	50	35	50
Početna cijena, kn	825	800	870	660	800
Najviša cijena, kn	827	800	880	670	900
Najniža cijena, kn	821	760	700	640	700
Zadnja cijena, kn	827	770	750	670	890