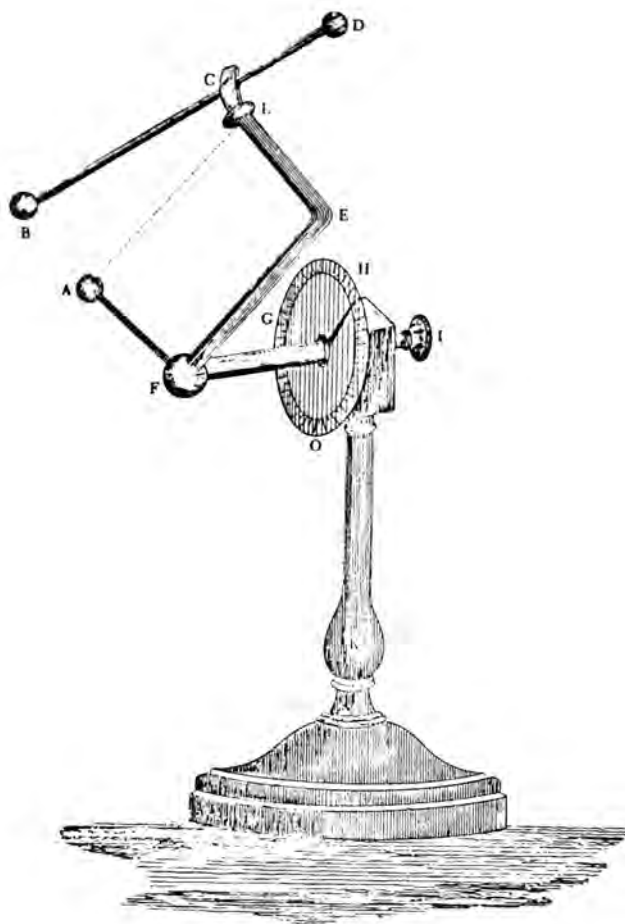

Uvod

Proučavanjem povijesti elektrotehnike, koja se bavi iskorištavanjem i praktičnom primjenom elektromagnetskih pojava, postaje jasno da je umijeće izrade i upotrebe naprava i sistema izgrađeno na skupu temeljnih principa, kojih u biti nije mnogo. Stoga će se kroz kratak povijesni prikaz dati pregled tih osnovnih zakona i principa.

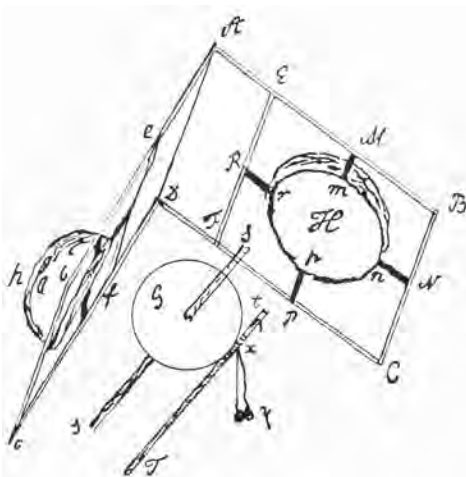
Fizika se danas temelji na konceptu da je sva materija izgrađena od atoma i da se oni sastoje od električno nabijenih čestica, čije ponašanje je određeno zakonima kvantne dinamike. I dok je ideja o atomizmu materije vrlo stara i potječe još od grčkih filozofa Demokritove škole (Demokrit iz Abdere na prelazu V. u IV. stoljeće prije n. e.), začeci korpuskularne teorije elektriciteta postavljeni su od Benjamina Franklina (1706. – 1790.) tek sredinom XVIII. stoljeća. Sigurno je da su Theophrastus (321. god. prije n. e.) i vjerojatno Thales (600. god. prije n. e.), znali da natrljani jantar ($\eta\lambda\epsilon\kappa\rho\nu$ – elektron) privlači k sebi laka tijela. No nakon tog otkrića starih Grka nije bilo nikakvih drugih spoznaja o elektricitetu sve do 1600. godine, kada je William Gilbert (1544. – 1603.) ustvrdio, da se staklena šipka i još dvadesetak drugih tijela ponašaju kao jantar. On je grčku riječ elektron prvi upotrijebio kao osnovu za naziv privlačne sile, vis elektriciteta. Godine 1733. došao je francuski fizičar C. F. de Cisternay du Fay (1698. do 1739.) do spoznaje, da postoje dvije vrste elektriciteta, koje je nazivao staklasti i smolasti. I najzad 1747. godine B. Franklin je uveo izraze pozitivni i negativni elektricitet i zaključio, da se pozitivni i negativni naboji pojavljuju uvijek istodobno i u točno jednakim količinama. On je na temelju toga uveo princip konzervacije naboja i postavio znanstvene osnove teorije o elektricitetu.

Cijelo područje makroskopskih fenomena poznato pod nazivom elektrostatika osiguralo je povijesnu osnovu za razvitak koncepta elektrostatičkog naboja, kao mjerljive fizikalne veličine. Elektrostatika, jedno od glavnih područja nauke o elektricitetu, temelji se na samo jednom eksperimentalnom postulatu – inverznom

kvadratnom zakonu, koji je jedan od fundamentalnih znanstvenih principa uopće. Nije bio kreiran samo od jednog istraživača. Prvi značajan doprinos dao mu je B. Franklin, a 1766. god. započeo je istraživanja Joseph Priestley (1731. – 1804.), na njegov poticaj. Godine 1769. odredio je J. Robinson (1739. – 1805.) direktnim eksperimentom silu između električnih naboja, a Henry Cavendish (1731. – 1810.) je 1773. definitivno potvrdio taj zakon, s pomoću uređaja prikazanog na sl. 2.



Sl. 1. Robinsonov uređaj



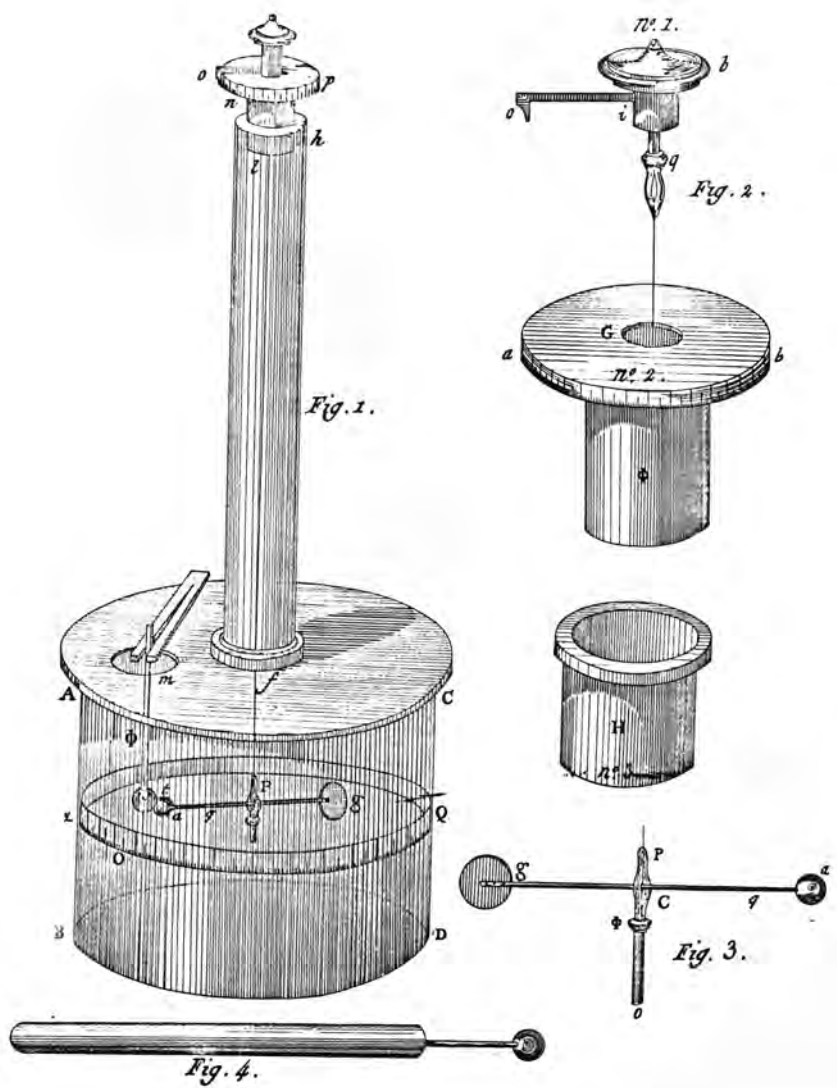
Sl. 2. Cavendishova originalna skica

Charles Augustin de Coulomb (1736. – 1806.) je 1785. godine demonstrirao inverzni kvadratni zakon, koristeći torzionu vagu, koja je prikazana na slici 3. Njegova otkrića čine prvu kvantitativnu bazu za matematički prikaz zakona električne sile, koji utvrđuje da dva električno nabijena tijela, čija veličina je mala u odnosu na udaljenost između njih, djeluju jedno na drugo s jednakim i suprotnim silama, koje su obrnuto srazmjerne kvadratu njihove međusobne udaljenosti. Sile ovise o okolnom mediju i odbojne su za istoimeno, a privlačne za raznoimeno nabijena tijela. To je suglasno s algebarskim predznakom sile, koja je proporcionalna produktu naboja na oba tijela; odbojna sila je pozitivna, a privlačna negativna. Svi ovi rezultati su uključeni u izraz za silu interakcije

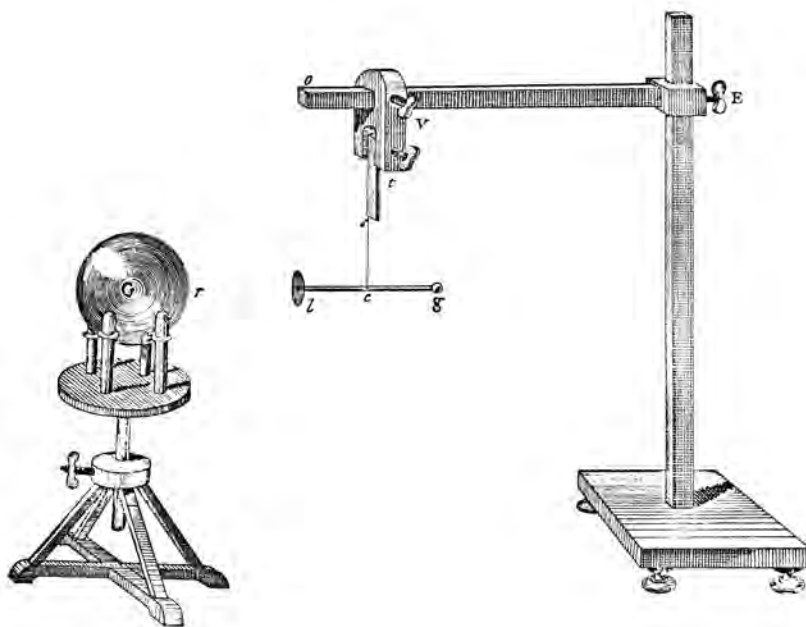
$$\vec{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon r^2} \vec{a}_r, \quad (1)$$

gdje su Q_1 i Q_2 brojni iznosi količina dvaju električnih naboja (uključujući i njihov predznak), r je razmak između tijela, a ϵ je dielektrična konstanta, čiji iznos ovisi o okolnom mediju i izboru sustava jedinica.

Coulombova metoda eksperimentalnog određivanja inverzivnog kvadratnog zakona bila je direktna, kvantitativna i lako razumljiva, pa su njegovi rezultati bili spremno prihvaćeni. To su prvi rezultati iz nauke o elektricitetu, koji su bili publicirani i široko rasprostranjeni. Tome su znatno pridonijela i teoretska razmatranja Simèona Denisa Poissona (1781. – 1842.), objavljena u dva memoara 1812. i 1813. godine. U njima je on, uzimajući Coulombov inverzni kvadratni zakon kao fundamentalni postulat, znatno unaprijedio i upotpunio elektrostatičku upotrebom analogije prema gravitacionoj teoriji, koja je tada bila visoko razvijena.



Sl. 3. Coulombov uređaj



Sl. 4. Coulombov uređaj za raznolike naboje

Godine 1777. uveo je J. L. Lagrange (1736. – 1813.) funkciju $\Psi(x, y, z)$ pridruženu masama za koju je P. S. Laplace (1749. – 1827.) 1782. godine pokazao, da zadovoljava jednadžbu

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 0, \quad (2)$$

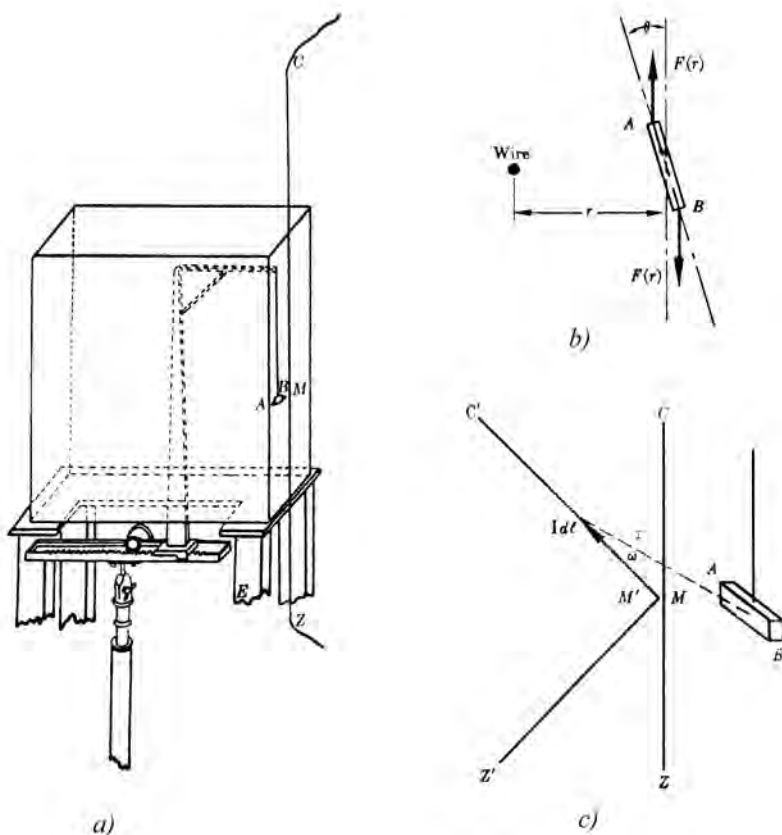
u svim točkama u kojima nema mase. Poisson je, na osnovu Coulombovog zakona, uveo sličnu funkciju $\Phi(x, y, z)$, kojoj doprinose svi naboji jednog električnog sustava obrnuto proporcionalno s udaljenošću. Zatim je, kao što je to učinio Lagrange u slučaju gravitacionih privlačnih sila, dokazao da parcijalne derivacije $-\partial\Phi/\partial x$, $-\partial\Phi/\partial y$, $-\partial\Phi/\partial z$, daju komponente električne sile u točki (x, y, z) . Petnaest godina kasnije u generaliziranju Poissonovih radova o električnim i magnetskim pojavama, George Green (1731. – 1841.) daje funkciji Φ univerzalno ime potencijal. Sljedeći značajan doprinos Poissona, zabilježen 1813. godine, je proširenje Laplaceove jednadžbe (2) tako da uključi točke zauzete materijalom

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = 4\pi\rho \quad (3)$$

gdje je ρ volumna gustoća mase. Jednadžba (3) nazvana je Poissonovom, a njena valjanost je opća, pa je stoga primjenljiva i u elektrostatici.

Usporedo s elektrostatikom razvijalo se, do tog doba istina odvojeno, drugo važno područje elektromagnetske teorije, magnetostatika. Sile, kojima su djelovali magneti jedan na drugoga, slično kao i elektrostatičke sile, bile su poznate još Thalesu. I dok su stari filozofi miješali ove dvije vrste djelovanja, W. Gilbert ih je bitno odijelio. Kada je 1785. godine Coulomb otkrio inverzni kvadratni zakon u elektrostatici, on je vršio pokuse i s polovima dvaju dugih tankih magneta, i našao da se sile između polova mogu također računati s pomoću tog zakona. Utvrđena je sličnost između tih dviju vrsta sila u mnogim njihovim matematičkim svojstvima. Mnogi, mada ne svi, od principa elektrostatske teorije koju je unaprijedio Poisson, bili su valjani i za magnetne. Magnetostatika se u to vrijeme razvijala u sjeni elektrostatičke.

Prava narav magnetizma istražena je početkom prošlog stoljeća, kada je cijelim nizom izvanrednih otkrića utvrđena međusobna povezanost električnih i magnetskih pojava. Rezultat tih istraživanja bila je činjenica, da je gibanje elektriciteta uvijek praćeno magnetskim pojavama. Naime, nakon što je 1800. godine Alessandro



Sl. 5. Biot-Savartov pokus

Volta (1745. – 1827.) pronašao bateriju, prvi izvor električne struje, već u zimi 1819. – 1820. Hans Christian Oersted (1777. – 1851.) otkrio je magnetsku interakciju između magnetske igle i vodiča protjecanog strujom. To otkriće je potaklo André-Marie Ampère (1775. – 1836.) da nedugo zatim, 1820. godine, utvrdi da električne struje djeluju jedna na drugu silama, koje je i kvantitativno odredio. U međuvremenu, iste 1820. godine, Jean-Baptiste Biot (1774. – 1862.) i Félix Savart (1791. – 1841.) ponavljajući Oerstedove eksperimente, mjerenjem su također odredili magnetske sile koja upravlja tom pojavom.

Prema današnjem načinu pisanja, rezultati svih tih eksperimenata, mogu se predstaviti izrazom

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_s \frac{d\vec{s} \times \vec{r}_0}{r^2} \quad (4)$$

koji određuje magnetsko polje u točki (x, y, z) proizvedeno sastavom stacionarnih struja I. Ova značajna jednadžba je poznata kao Biot-Savartov zakon i često se uzima kao eksperimentalni postulat na kome se zasniva dijela magnetostatika. Jednadžba (4) ujedno pokazuje, da se elementarna sila $d\vec{F}$ na element vodiča dužina $d\vec{s}$ protjecan strujom I u području gdje postoji magnetska indukcija \vec{B} , može odrediti prema

$$d\vec{F} = I(d\vec{s} \times \vec{B}). \quad (5)$$

Jednadžba (5) može se izvesti iz (4), a rezultat je istraživanja koja je Ampère izvršio od 1820. – 1825. godine, pa se često naziva Ampèreov zakon sile.

Ampèreova istraživanja, rezultati i zaključci do kojih je došao, vrlo su značajni za razvoj elektriciteta i magnetizma. Njegov poduži memoar objavljen 1825. godine, u kojem su sakupljeni rezultati svih njegovih istraživanja, spada prema riječima Maxwella među najbriljantnije u nauci. Slijedeći svoje otkriće sile između dviju struja, Ampère je nastavio istraživanje, i zaključio da je magnetizam u biti električni pojav. Prema njemu nije potrebno postulirati neovisno postojanje magnetskih dipola u prirodi, nego se oni mogu smatrati manifestacijom kružnih molekularnih struja koje se gibaju u krugovima subatomske dimenzije. Takvo gledanje čini danas jezgru teorije magnetizma. Uz to Ampère se može smatrati osnivačem elektrodinamike, jer je lučio pojave koje su obuhvaćale elektricitet u mirovanju, od pojava koje su obuhvaćale elektricitet u gibanju, svrstavajući prve pod nazivom elektrostatika, a druge pod nazivom elektrodinamika.

Daljnje bitno unapređenje nauke o elektricitetu učinjeno je kroz elektrodinamiku fundamentalnim otkrićem elektromagnetske indukcije od Michaela Faradaya (1791. – 1867.). Pošto je Oersted pokazao, da elektricitet može proizvesti magnetske efekte, Faraday je nekoliko puta, istina bez uspjeha, pokušao dokazati da će magnetizam također proizvesti elektricitet. Konačno 1831. godine, šest godina nakon prvog pokušaja, uspio je dokazati taj efekt. Faradayevo otkriće bilo je eksperimentalno i sastojalo se od značajnog zapažanja, da promjena magnetskog polja

inducira u zavojnici elektromotornu silu. Svoje objašnjenje pojava induciranja elektriciteta relativnim gibanjem magnetskih linija sile (silnica) prema vodiču opisao je Faraday 1852. godine u referatu pročitanom pred Royal Society u Londonu. Maxwell ga je kasnije matematički opisao jednadžbom

$$e = -\frac{d}{dt} \int_s B_n dS, \quad (6)$$

gdje e predstavlja induciranu elektromotornu silu (EMS) u konturi C , a $\int_s B_n dS$ je totalni magnetski tok obuhvaćen konturom C . Jednadžba (6) izražava Faradayev zakon elektromagnetske indukcije, fundamentalni postulat na kojem se temelji elektrodinamika.

Nastavljajući s istraživanjem, nakon ovog početnog otkrića, Faraday također 1831. godine uvodi, prvi generator istosmjerne struje, koji se sastoji od bakarnog diska koji rotira između magnetskih polova. 1834. godine otkrio je pojavu samoindukcije, ne znajući da je Joseph Henry (1797. – 1878.) u Americi učinio to otkriće već dvije godine prije.

Kao što je rečeno, spoznaje o električnim i magnetskim pojavama temeljile su se na nabojima i strujama kao izvorima, i koncentrirale pažnju na sile između električnih i magnetskih tijela. Ideje o postojanju djelovanja na daljinu između naboja i struja bile su povezane s takvim misliocima kao što su Franklin, Cavendish i Ampère. Osnivajući se na predstavi o djelovanju na daljinu, Weberova (1804. – 1891.) teorija je u to doba imala uspjeha u opisivanju različitih električnih i magnetskih pojava. Takav način gledanja bio je dominantan i u teoriji gravitacije.

Faradayev pristup elektromagnetizmu temeljio se na ideji o fizičkoj realnosti procesa koji se odigravaju u prostoru između električnih naboja i između vodiča protjecanih strujama. On je, pripisujući djelovanje kontinuumu uveo pojmove električnog i magnetskog polja. Ova ideja dopustila je Faradayu da zamijeni djelovanje na daljinu lokalnom interakcijom naboja i struja s poljem sila. Njegov pronicljivi način fizikalnih predodžbi doveo ga je do slike linija magnetske sile-silnica, čiji se pravac u svakoj točki podudara s pravcem magnetskog intenziteta. Zamišljao je, da te linije povezuju molekule okolnog medija, polazeći od nabijenog vodiča ili magneta i da djeluju na druga tijela u njihovu susjedstvu. Te veze su napregnute, nastoje se skratiti i istodobno poprijeko raspršiti. Tako nabijeni vodič ili magnet nastoji privući tijela k sebi skraćujući svoje silnice.

Prema tome, po Faradayu, međusobno djelovanje električnih naboja prenosi se kroz kontinuum koji ih okružuje i posljedica je procesa koji se odigrava u njemu. Prostor u kojem se događa taj proces naziva se električno polje. Postojanje tog polja u okolišu nabijenog tijela opaža se preko mehaničkih sila, koje djeluju na ispitani naboj unesen u polje. Slično je i s međusobnim djelovanjem vodiča kroz koje protiču električne struje. Taj prostor naziva se magnetsko polje, a ono se može utvrditi mehaničkim silama ili pak elektromagnetskom indukcijom.

Voltin pronalazak prve kemijske baterije bio je neposredan poticaj i za studij vođenja elektriciteta. Značajne rezultate u istraživanju vođenja postigli su Humphry Davy (1778. – 1829.) i George Simeon Ohm (1787. – 1854.). Ovaj potonji je 1826. godine formulirao rezultat eksperimentalnih istraživanja, da je jakost struje u žici koja ne sadrži nikakvu EMS proporcionalna razlici potencijala na njenim krajevima. Ta činjenica, iako ne spada u posebnu klasu zakona neovisnih o materiji, nazvana je Ohmovim zakonom. Zakon je u biti vrlo jednostavan, no mora ga se upotrebljavati s pažnjom; jer nije primjenljiv za sve materijale. Za većinu metala je dobar, ali mnogi kruti nemetali pa čak i metali kao silicij su neohmski. Upravo zbog njegove jednostavnosti, trebalo je proći oko 14 godina, pa da to veliko otkriće u naučnom svijetu bude priznato i prihvaćeno. Godine 1841. J. P. Joule (1818. – 1889.) utvrđuje zakon koji povezuje struju koja protiče metalnim vodičem s razvijenom toplinom u njemu.

Veliki napredak u istraživanju električnog strujanja u vodičima zabilježen je 1847. godine, kada je Gustav Robert Kirchhoff (1824. – 1887.) dedukcijom izveo i formulirao svoja dva zakona, koji spadaju u grupu temeljnih zakona klasične elektromagnetske teorije. Prvi Kirchhoffov zakon postulira kontinuitet električne struje, dok je drugi Kirchhoffov zakon matematički identičan sa zakonom da razlika potencijala između bilo kojih dviju točaka ima istu vrijednost po svim putovima između njih. Ti zakoni su vrlo korisni i mnogo su upotrebljavani u elektrotehnici. Imali su velikog udjela u njenom napretku i posebno su značajni za razvoj električnih krugova i mreža.

Kroz primjenu baterije od Davya, Oersteda, Ampèrea, Ohma, Faradaya i Henrya, da nabrojimo samo nekoliko istraživača iz prve polovine XIX. stoljeća, došlo se do mnoštva osnovnih ideja, teorija i uređaja. Neumann je dao matematički izraz Faradayevim idejama indukcije, kao što je i Ampère ranije, potaknut Oerstedovim otkrićima, formulirao vezu između magnetskog polja i električne struje. Kirchhoff je proširio Ohmov rad o vođenju, ustrojstvom fundamentalnih topoloških relacija između grana, čvorova, i neovisnih petlji u mreži. Te relacije su temelj analize krugova i mreža danas. Istovremeno, kroz prvu polovinu XIX. stoljeća, i druga polja elektrostatičke i magnetostatičke bila su dalje razvijana od Poissona, Gaussa i Webera, koji su slijedili ranije eksperimentalne radove Priestleya, Coulomba i drugih. Koncept energije, njena univerzalnost i princip konzervacije, izrađeni po Youngu, Rumfordu, Jouleu, Mayeru i Helmholtzu imali su veliki utjecaj na objedinjavanje veza između mehanike, topline i elektriciteta.

Ishodište moderne elektromagnetske teorije bila je spoznaja da se elektromagnetske sile mogu objasniti interakcijom naboja i polja. Faradayeva gledišta, da u osnovi svih elektromagnetskih pojava leže električna i magnetska polja bila su veliki poticaj za Jamesa Clerka Maxwella (1831. – 1879.), direktora Cavendishovog laboratorija na univerzitetu u Cambridgeu. On je 1864. godine na osnovu Faradayevih ideja, polazeći od fundamentalnih zakona o elektricitetu i magnetizmu, koji su

do tada bili otkriveni i definitivno utvrđeni i primjenjujući matematičke postupke razvijene od Lagrangea, postavio prvu opću matematičku teoriju elektromagnetizma. Elektromagnetska teorija, koja je bazirana na Maxwellovim jednadžbama kao postulatima postala je egzaktna nauka. Klasična elektromagnetska teorija, zajedno s klasičnom i kvantnom mehanikom, čini jezgru suvremenog teoretskog pristupa u studiju fizike. Današnja elektrotehnika, koja je preobrazila čovjekov život, plod je Faraday – Maxwellovih shvaćanja elektriciteta.

Opća ideja, da se elektromagnetske pojave prostiru konačnom brzinom u obliku valova imala je, povijesno promatrano, svoj postupni razvoj. Od starih Grka 600. godina prije n. e. , pa sve do 1830. godine, kada je Karl Friedrich Gauss (1777. – 1855.) pokušao elektromagnetske pojave objasniti na osnovu priznanja konačne brzine prostiranja elektromagnetskog djelovanja, prevladavala su gledišta, koja su električne i magnetske pojave tumačila predodžbama o postojanju djelovanja na daljinu. U tom intervalu učinjena su u svijetu mnoga eksperimentalna otkrića, koja su elektrostatički i magnetostatički dala čvrstu znanstvenu osnovu i koja su ih spojila u elektromagnetizam. Kao što je već rečeno, M. Faraday nije vjerovao ni u djelovanje na daljinu, ni u trenutno prenošenje djelovanja; smatrao je da je cijeli prostor u stanju naprežanja kada je elektriziran ili magnetiziran i da polja naprežanja mogu biti prikazana s pomoću silnica. Godine 1858. Georg F. B. Riemann objavio je pretpostavku, da između električnih i magnetskih pojava s jedne strane i prostiranja svjetlosti s druge strane postoji tijesna povezanost. Vođem tom idejom izmijenio je Poissonovu potencijalnu jednadžbu i dopunio je vremenskim članom, čije rješenje daje retardirani potencijal.

U to doba, kada je najviše principa elektrostatike i magnetostatike bilo već poznato, električne i magnetske pojave promatrane su kao neovisna i jedina veza između njih bila je činjenica, da su struje koje proizvode polja električne po naravi. Osnovni zakoni nisu bili ničim međusobno povezani. S druge strane, Faradayeva opća koncepcija električnih i magnetskih polja nije bila matematički izražena, niti se znalo da li je to uopće moguće. Čitajući Faradayev zapis *Experimental Researches in Electricity* J. C. Maxwell je zaključio, da prije svega njegove ideje prevede na matematički jezik. Godine 1855. , u svom radu *On Faraday's Lines of Force*, služeći se principom analogije, uspoređivao je silnice sa strujnicama idealnog fluida. Zamišljao ga je imaginarnim, ali je na njega primijenio sve matematičke zakone kao i za realni fluid. Da bi dobio matematički izraz Faradayevog zakona indukcije, koji je bio posebno interesantan, primijenio je funkciju vektorskog potencijala uvedenu od Neumanna. Ta veličina nema ništa zajedničko s potencijalnom energijom i u stvari karakterizira uzajamnu kinetičku energiju naboja u gibanju. Faraday je tu funkciju nazivao elektrotoničko stanje, a Maxwell joj je dao ime elektrokinetički moment.

U nizu od tri članka objavljena u 1861. godini Maxwell je razradio posebnu teoriju za magnetska polja s pomoću magnetskih silocijevi kao vrtloga u eteru

čije osi rotacije se podudaraju sa smjerom sile. Konačno, 1864. godine objavio je svoj čuveni rad *On a Dynamical Theory of the Electromagnetic Field* u kojem je postulirao, da se elektromagnetske pojave događaju u eteru koji ispunjava cijeli prostor i u kojem je uveo koncept struje pomaka, koji je otklonio jednu od najvećih poteškoća u razvoju njegove teorije. Otkriće člana $\partial\bar{D}/\partial t$ (gustoće struje pomaka) i njegovo uvođenje u elektromagnetsku teoriju predstavlja bit Maxwellova doprinosa. Maxwellov naziv "struja pomaka" zadržao se i u novije doba. Izrastao je iz eterske teorije elektromagnetizma i ima samo historijsko značenje. Kako je kasnije postojanje etera odbačeno relativističkom teorijom, i pošto se elektromagnetska polja i valovi mogu prostirati kroz vakuum, jednako tako kao i kroz materijalne medije, to taj naziv danas nema smisla. No može se reći, da je struja pomaka matematički jednaka, ali ne i fizikalno identična Maxwelllovoj struji pomaka.

Treba istaći, da su svi osnovni zakoni elektromagnetske teorije, izuzev Faradayevog, bili izvedeni iz stacionarnih opažanja. Bio je potreban genije J. C. Maxwella da uoči nepotpunost tih zakona i da ih tako promijeni, da bi uključili nove fizikalne pojave, u to vrijeme nepoznate, ali kasnije verificirane s pomoću eksperimenata. Nedostatak je bio u Biot-Savartovom, odnosno Ampèreovom kružnom zakonu, koji je bio izveden za stacionarne struje s $\operatorname{div}\bar{J} = 0$. Potpuna jednadžba kontinuiteta za naboje ρ i struje \bar{J} treba glasiti $\operatorname{div}\bar{J} + \partial\rho/\partial t = 0$. Odatle je bio potreban samo jedan korak da se s pomoću Gaussovog teorema dobije novi potpuni oblik Ampèreovog kružnog zakona: $\operatorname{rot}\bar{H} = \bar{J} + \partial\bar{D}/\partial t$, koji sada obuhvaća i vremenski promjenljiva polja. Dodani član struje pomaka $\partial\bar{D}/\partial t$ je od bitne važnosti u brzo promjenljivim poljima. Bez njega nema elektromagnetskog zračenja. Ovakvim postupkom izveo je Maxwell skup od četiri jednadžbe, koje čine zakone teorije polja analogne Kirchhoffovim zakonima u teoriji krugova. Zbog ovog izvanrednog poteza izmjenjeni skup jednadžbi elektromagnetske teorije poznat je danas pod nazivom Maxwellove jednadžbe. Ostajući temeljem, one tako čine ishodišnu točku za razmatranje svih problema, koji obuhvaćaju elektromagnetske pojave i predstavljaju znanstvenu osnovu današnje elektrotehnike.

U Maxwellovom *A Treatise on Electricity and Magnetism* objavljenom 1873. godine, radu koji je imao dominantan utjecaj na sve kasnije objavljene tekstove, sistematski je izložen pregled cjelokupne teorije elektromagnetizma. Posebno poglavlje bilo je posvećeno elektromagnetskoj teoriji svjetlosti, u kojem je s pomoću jednadžbi polja pokazao da se elektromagnetski poremećaji prostiru kao transverzalni valovi i da im je brzina širenja $C = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$, tj. da je jednaka brzini prostiranja svjetlosti. U zraku ona približno iznosi $3 \cdot 10^8$ m/sec. Eksperimenti su kasnije pokazali potpuno slaganje između svjetlosnih i magnetskih valova, što je Maxwellovu hipotezu učinilo osnovom moderne fizike. Na temelju toga, Maxwell je zaključio da je i svjetlost elektromagnetskih pojava, koja se širi kroz prostor u skladu sa zakonima elektromagnetizma.

Maxwellovi radovi i teorije svratili su pažnju na fizičara i podstakli mnoga teoretska i eksperimentalna istraživanja u elektromagnetizmu kroz drugu polovi-

nu XIX. stoljeća. Prije svega postojala je ozbiljna potreba za eksperimentalnom provjerom Maxwellove teorije. To je uočio Halmholtz i na njegov poticaj 1888. godine njegov učenik Heinrich Rudolf Hertz (1857. – 1894.) potvrdio je postojanje elektromagnetskih valova služeći se oscilatorom i resonatorom. Za tu svrhu Hertz je napravio oscilator s iskrištem, pomoću kojeg je u okolnom prostoru proizvodio Maxwellove elektromagnetske valove. Uveo je i “Hertzov vektor” kao matematičko pomagalo, koji je koristio da poveže struje u njegovom oscilatoru i polja u elektromagnetskim valovima. Tim pokusima i nizom drugih, koji su slijedili, bila je potvrđena teorija elektromagnetizma, koju je izgradio Maxwell na osnovu Faradayevih opažanja.

Iznenadjujuća je činjenica, da suma ukupnog ljudskog znanja koje se odnosi na makroskopski elektricitet i magnetizam može biti sabrana u samo nekoliko jednačbi i definicija. Elektrostatika se temelji na Coulombovom zakonu, magnetostatika na Biot-Savartovom a elektromagnetizam na Faradayevom. Svi oni su sadržani u Maxwellovim jednačbama; njima se radi potpunosti dodaju još jednačba za Lorentzovu silu, kojom elektromagnetsko polje djeluje na naboj u gibanju i tri empirijski određene relacije konstitucije, u kojima je za makroskopske tvari sadržan dinamički odgovor agregata atoma materije na interakciju s poljem. Pristup problemima elektrotehnike je tada uglavnom deduktivan, sve slijedi iz fundamentalnih Maxwellovih jednačbi polja. Međutim, još više je iznenadjujuća činjenica, da se cjelokupna elektromagnetska teorija, uz pomoć specijalne teorije relativnosti, može razviti iz samo jednog eksperimentalnog postulata temeljenog na Coulombovom zakonu. Rezultati u magnetizmu i Biot-Savartov zakon, tada su posljedica toga postulata, a Lorentzov zakon sile se iskazuje kao relativistička transformacija Coulombovog zakona. Iz Lorentzovog zakona sile lako je izvesti Faradayev zakon indukcije i Maxwellove jednačbe kao dodatne posljedice. Takvu mogućnost pristupa elektromagnetizmu demonstrirao je prvi puta 1912. godine Leigh Page, profesor na Yale univerzitetu. Ograničenja koja su bila spomenuta, da je klasična elektromagnetska teorija, kao znanstvena osnova elektrotehnike, bazirana na makroskopskom pristupu elektricitetu i magnetizmu dopuštaju, da se zanemare granularne strukture materije i naboja, te omogućuju veliko pojednostavljenje teorije. I dok se ograničenja, koja se postavljaju na klasičnu Newtonovu mehaniku, odnose na veličinu gibanja, udaljenosti i veličinu masa, za sve zakone klasične Maxwellove elektromagnetske teorije “razumne granice” se postavljaju u drugom smjeru. Granice za makroskopski pristup su dimenzije i naboj atoma i frekvencije reda svijetlosti.

Daljnji razvoj elektromagnetske teorije, da se obuhvate i relativistički efekti, bio je potreban s namjerom da se ovlada s nekim problemima u elektrotehnici. Takav razvoj Maxwellove teorije učinjen je od Hendrika Antoona Lorentza (1853. – 1928.), H. Minkowskog (1864. – 1909.) i A. Sommerfelda (1868. – 1951.). Svojstva elektromagnetskih valova u odnosu na njihovu interakciju s materijom bitno su ovisna o valnoj duljini λ ili frekvenciji f , koji su povezani s brzinom

svjetla odnosom $c = \lambda \cdot f$. Opis interakcije zračenja i materije zahtijeva kvantnu modifikaciju teorije elektromagnetskih valova. Za mnoge svrhe svjetlost se može predstaviti tokom svjetlosnih kvanta, čija gibanja su statistički određena gibanjem udruženog klasičnog elektromagnetskog vala. Kvanti i njihova vjerojatnost, ne igraju praktički nikakvu ulogu u teoriji radiovalova, čak ni kod mikrovalova. Zanimajući kvante dolazi se u područje klasične elektromagnetske teorije, koja je unutar svojih granica potpuno točna.

Atomizam elektriciteta bio je kao sastavni dio uključen u Faradayeve eksperimente o elektrolizi 1833. godine. Godine 1881. G. Johnstone Stoney (1826. – 1911.) izložio je atomsku teoriju elektriciteta, a 1891. godine upotrijebio je riječ elektron kao naziv “prirodne jedinice elektriciteta”. H. A. Lorentz je 1895. godine postavio teoriju elektromagnetskih i optičkih pojava, koja se s jedne strane oslanja na Maxwellovu teoriju, a s druge strane na predstavu o postojanju elementarnih električnih naboja povezanih s česticama materije. Ova teorija nakon otkrića elektrona nazvana je elektronska teorija. J. J. Thomson (1856. – 1940.) je 1897. godine eksperimentalno otkrio elektron i utvrdio omjer njegovog naboja prema masi. Ako je za XIX. stoljeće svojstveno, da se razvila atomska teorija materije, za naše stoljeće karakteristična je crta analiza strukture materije u dijelovima manjim od atoma. Elektron je prvi subatomske dio koji je bio identificiran. U prvoj četvrtini XX. stoljeća općenito je smatran sitnim dijelom materije s poznatom masom i poznatim nabojem, dok je atom predstavljan kao sićušni sustav u kojem se elektroni gibaju u orbitama oko teške pozitivno nabijene jezgre. Godine 1924. započeo je skup novih razvoja u dinamici atomskih fenomena poznatih kao kvantna mehanika, kvantna dinamika ili valna mehanika. Kvantna teorija valnih polja spaja u jedinstvenu cjelinu korpuskularna i valna svojstva materije sa specijalnom teorijom relativnosti, koju je 1905. godine razvio Albert Einstein (1879. – 1955.). Kvantna teorija je područje fizike, koje zadire najdublje u osnovne zakone prirode. Te nove ideje razvili su L. de Broglie (1892.), E. Schrödinger (1887. – 1961.), W. Heisenberg (1901.), P. A. M. Dirac (1902.) i drugi. Oni su formulirali drugačiju sliku atomske strukture i sugerirali da elektron može poprimiti svojstva vala isto tako kao i čestice.

U vremenu kroz koje su nastajala ova otkrića i teorije, prirodno je da su se razvijala različita područja primjene. Nicala je elektroindustrija, razvijala se elektroenergetika, širile komunikacije i mnoga druga područja elektrotehnike, koja su na primjer sredinom ovog stoljeća zahtijevala u cijelom svijetu oko 40 milijardi kilovatsati električne energije godišnje. Sva ova područja sa njihovim mnogobrojnim primjenama uzrokovala su nagli razvoj elektronike, nove grane elektrotehnike koja je kroz razvoj poluvodiča dobila vitalni značaj.

U daljem tekstu bit će predstavljena makroskopska elektromagnetska teorija, koja predstavlja znanstvenu osnovu elektrotehnike, polazeći od fundamentalnih Maxwellovih jednadžbi i kroz pristup preko koncepta polja, u obliku prilagođenu za inženjersku primjenu.

1.

Osnove elektromagnetske teorije

Elektromagnetska teorija se temelji na Maxwellovim jednađbama i konceptu polja. Stoga će u ovom odjeljku biti definirane osnovne veličine za predstavljanje polja, opisane Maxwellove jednađbe koje povezuju polja s nabojima i strujama, uvedeni elektromagnetski potencijali i izvedeni različiti oblici diferencijalnih i integralnih jednađbi za opisivanje elektromagnetskih pojava, te na kraju utvrđeni energetske odnosi u elektromagnetskim poljima.

U uvodu je opisan povijesni razvitak ideja i istraživanja koje su dovele do suvremene teorije o elektromagnetizmu zasnovane na eksperimentima Coulomba, Ampèrea i Faradaya, i koje nas učvršćuju u uvjerenju, da su makroskopske elektromagnetske pojave određene Maxwellovim jednađbama.

1.1. Maxwellove jednađbe

Elektromagnetsko polje proizvode struje i naboji. Ograničimo li se na makroskopske učinke polja, raspodjele struja i naboja u prostoru mogu se, unatoč korpuskularnoj prirodi elektriciteta, opisati funkcijama koordinata i vremena koje su neprekinute i imaju neprekinute derivacije u ordinarnim točkama. (Pod ordinarnom točkom podrazumijeva se ona, u čijem su okolišu fizikalna svojstva tvari nepromijenjena. Isključene su točke na rubnim plohama materijalnih tijela.)

Uvedimo najprije gustoću naboja ρ . Pod gustoćom naboja u točki misli se na srednju vrijednost naboja u jedinici volumena u okolišu te točke. Prosječna vrijednost naboja u elementu volumena iznosi tada

$$\delta q = \rho \cdot \delta V, \quad (7)$$

gdje je δV volumen malog prostornog elementa, koji treba biti dovoljno velik da sadrži velik broj atoma, iako su dimenzije elementa malene.

Gibanje naboja čini struju, čija se djakost efinira količinom naboja koja u jedinici vremena poteče kroz plohu površine δS u okolišu točke promatranja

$$\delta I = \bar{J}\bar{n}\delta S. \quad (8)$$

Raspodjela struje je karakterizirana vektorom gustoće struje $\frac{\bar{J}}{v}$, koji je određen gustoćom naboja i srednjom brzinom gibanja

$$\bar{J} = \rho\bar{v}. \quad (9)$$

Struja kroz plohu površine S može se računati prema

$$I = \int_S \bar{J}\bar{n}dS, \quad (10)$$

gdje je \bar{n} jedinični vektor normalan na element plohe dS , a uzima se da je pozitivan, ako je usmjeren prema vani iz zatvorene plohe.

Opišimo dalje osnovne veličine kojima se služimo za predstavljanje elektromagnetskih polja. U općem slučaju polje je određeno s četiri vektora \bar{E} , \bar{B} , \bar{D} i \bar{H} . Vektori \bar{E} i \bar{B} definiraju se pomoću mehaničke tzv. Lorentzove sile, kojom električno i magnetsko polje djeluju na naboj q koji se giba u praznom prostoru brzinom \bar{v}

$$\bar{F} = q(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B}). \quad (11)$$

Ako je naboj q konačan i dovoljno malen, da ne djeluje na izvor polja, onda je električna sila na njega određena prvim članom jednadžbe (11), i ona iznosi $q\bar{E}$. Vektor \bar{E} naziva se jakost električnog polja. Kako se q giba brzinom \bar{v} postoji i dodatna sila magnetskog polja $q\bar{v} \times \bar{B}$. Vektor \bar{B} naziva se gustoća magnetskog toka, a vrlo često se upotrebljava i naziv magnetska indukcija. Na ovaj način uspostavljena je neposredna veza između mehaničkih sila i vektora određenih da opišu strukturu polja. Upotrebljeni su zakoni sile, jer one direktno djeluju na naša fizička osjetila.

Druga dva vektora \bar{D} i \bar{H} čvrsto su povezana sa silnicama, koje proizvode naboji i struje. Vektor \bar{D} efektivno mjeri broj silnica koje nastaju ili nestaju u naboju i naziva se gustoća električnog toka. Zbog njegovog posebnog značenja u izučavanju dinamičkih elektromagnetskih pojava, Maxwell ga je nazvao vektorom električnog pomaka. Često se upotrebljava i naziv vektor električne indukcije. Vektor \bar{H} je jakost magnetskog polja, a definiran je tako da njegov iznos po zatvorenoj krivulji efektivno mjeri struju koja je obuhvaćena tom krivuljom. Opširnije o definiranju i mjerenju osnovnih veličina za predstavljanje elektromagnetskih polja, može se naći u izvornim djelima i običnim udžbenicima iz tog područja, od kojih su neki navedeni u popisu literature.

Potrebno je pretpostaviti da su vektori \bar{E} , \bar{B} , \bar{D} i \bar{H} konačni, da su neprekinute funkcije koordinata i vremena, i da imaju neprekinute derivacije u svim ordinarnim točkama polja. Njihova svojstva na rubnim plohama materijalnih tijela

bit će opisana u odjelu 1.9. James Clerk Maxwell je postulirao, da u ordinarnim točkama u prostoru, elektromagnetsko polje zadovoljava jednadžbe

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}, \quad (12)$$

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}. \quad (13)$$

Nazivamo ih Maxwellovim jednadžbama. One čine bazu elektromagnetske teorije.

Opravanost ovog postulata je u činjenici, da su utvrđeni fenomeni u skladu s eksperimentima kako u parcijalnim slučajevima elektrostatike, magnetostatike, magnetskih efekata stacionarnih i sporo promjenljivih struja, gdje pojedini članovi jednadžbi mogu biti zanemareni, tako i u slučajevima brzo promjenljivih struja i širenja promjena, gdje svi članovi jednadžbi moraju biti uzeti u obzir.

1.2. Jednadžba kontinuiteta

Iz jednadžbe (10) može se, po analogiji između gustoće struje i gustoće mase u hidrodinamici, izvesti jednadžba

$$\oint_S \bar{J} \cdot \bar{n} dS = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV. \quad (14)$$

Ovo je integralni oblik jednadžbe kontinuiteta i ta relacija izražava konverzaciju naboja u makroskopskim razmjerima. Ako je ploha integracije neovisna o vremenu i integral konvergentan, upotrebom teorema divergencije dobiva se diferencijalni oblik jednadžbe kontinuiteta

$$\operatorname{div} \bar{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (15)$$

Jednadžba (15) označava konzervaciju naboja u okolišu točke i zajedno s Maxwellovim jednadžbama čini sustav jednadžbi koje određuju elektromagnetsko polje.

1.3. Makroskopska svojstva materije

Svojstva materijala izravno utiču na odnose u elektromagnetskom polju. Budući da jednadžbe (12), (13) i (15) ne određuju u cijelosti odnose među veličinama polja \bar{E} , \bar{B} , \bar{D} i \bar{H} , te strujama \bar{J} i nabojima ρ , koji se također pojavljuju u tim jednadžbama, potrebno je uvesti neke relacije za interakciju polja i materije.

Materija se u elektromagnetskom polju ponaša na određeni način. Stoga je potrebno opisati prirodu sredstva koje se promatra, jer metode rješavanja problema

polja čvrsto ovise o tome da li se karakteristike materije u prostoru koji je od interesa mijenjaju u ovisnosti o mjestu, izvorima naprezanja itd. Postoje uobičajeni nazivi:

1. Materija je homogena, ako joj svojstva ne ovise o mjestu, inače je nehomogena. Praktički važan nehomogen medij je atmosfera.
2. Materija je izotropna, ako je njeno ponašanje isto i neovisno od smjera bilo kojeg vektora polja. Ako odnosi ovise o smjerovima polja ona je anizotropna.
3. Materija je linearna, ako relacije između fizikalnih veličina koje karakteriziraju pojavu koja se promatra, ne ovise o njihovim iznosima.
4. Konačno, materija može imati i vremenski nepostojana svojstva.

Materijali uključeni u probleme polja koje ćemo analizirati i rješavati bit će uglavnom uzimani kao da su homogeni, izotropni, linearni i vremenski postojani.

Počimo od eksperimentalno utvrđene činjenice, da u bilo kojoj točki u polju, u vakuumu ili unutar materije, vektor \vec{D} može biti predstavljen kao funkcija od \vec{E} i vektor \vec{B} kao funkcija od \vec{H} . Oblik tih funkcionalnih veza ovisi jedino o fizikalnim svojstvima tvari u okolišu promatrane točke. U vakuumu se vektori \vec{D} i \vec{E} , te \vec{B} i \vec{H} razlikuju samo konstantnim faktorom i mogu se opisati kao

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (16a,b)$$

gdje su ϵ_0 i μ_0 konstante kojima vrijednosti ovise o prihvaćenom sustavu jedinica. Mi ćemo se služiti racionalnim sustavom jedinica temeljenom na četvorci MKSA. Konstanta μ_0 je definirana s $\mu = 0.4\pi \cdot 10^{-6}$ H/m, što određuje i iznos ϵ_0 jer je utvrđeno da je brzina svjetlosti u vakuumu

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 299.792.5 \pm 0.4 \text{ km/sec} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec.}$$

Prema tome je

$$\epsilon_0 \approx 136\pi \cdot 10^{-9} = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m.}$$

U izotropnim materijalima, koji nisu feromagnetski, \vec{D} je paralelan sa \vec{E} , a \vec{H} je paralelan sa \vec{B} . Odnosi između vektora su linearni u mnogo slučajeva, pa imamo

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}. \quad (17a,b)$$

Bezdimenzionalni odnosi

$$K_e = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}, \quad K_m = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad (18a,b)$$

neovisni su o izboru sustava jedinica i obično se nazivaju specifične induktivne kapacitivnosti. U homogenim sredstvima su te veličine konstantne i u tom slučaju K_e označuje dielektričnu konstantu, a K_m označuje permeabilitet. Zbog jednostavnosti bit će ti nazivi upotrebljavani i onda kada sredstvo nije homogeno. Općenito su induktivne kapacitivnosti skalarne funkcije položaja i karakterizirane su elektromagnetskim svojstvima materije.