

# 1.

## Školsko (gradsko) natjecanje

Školsko natjecanje prva je razina natjecanja iz matematike za koju zadatke sastavlja Državno povjerenstvo za matematička natjecanja. Školska natjecanja održana su diljem Hrvatske u četvrtak 28. siječnja 2019.

Svi učenici rješavali su po sedam zadataka. Prvih pet su lakši i bodovali su se sa 6 bodova svaki, a zadnja dva su teža i svaki je vrijedio 10 bodova. Za učenike osnovnih škola natjecanje je trajalo dva sata, a za učenike srednjih škola tri sata.

### ZADACI

#### Osnovna škola

##### 4. razred

4.1. Svaki znak predstavlja neki broj. Koji broj predstavlja ♥, koji ▲, a koji ◆ ako vrijedi:

$$♥ + ▲ = 20$$

$$♥ + ◆ = 25$$

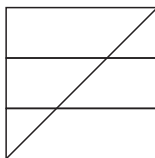
$$♥ + ◆ + ◆ = 33?$$

4.2. U plesnu skupinu "Pirueta" uključeno je 39 dječaka i 23 djevojčice. Svaki tjedan skupini se pridruži 6 dječaka i 8 djevojčica. Nakon koliko će tjedana u skupini biti jednak broj djevojčica i dječaka? Koliki će tada biti ukupan broj djece u plesnoj skupini?

**4.3.** Dječak je zamislio broj. Tom broju dodao je 5, zatim je dobiveni zbroj podijelio s 2, količnik pomnožio s 9, od umnoška je oduzeo 6, razliku podijelio sa 7 i dobio broj 3. Koji je broj zamislio dječak?

**4.4.** Braća Marko i Petar skupljaju stripove. U svojoj kolekciji trenutačno imaju 67 stripova, od kojih je Marko pročitao 34, a Petar 27. Koliko je nepročitanih stripova ako su oba brata pročitala 15 istih stripova?

**4.5.** Ima li na slici više trokuta ili pravokutnika? Koliko ima jednih, a koliko drugih? Nacrtaј sve trokute i pravokutnike koje si prebrojao/ prebrojala.



**4.6.** Stara ura na zvoniku zaostaje 12 sekundi u 14 dana. Koje će vrijeme pokazivati ta ura 9. travnja 2019. godine u 10 sati ako je namještena na točno vrijeme 1. siječnja 2019. godine u 10 sati? (2019. godina nije prijestupna.)

**4.7.** Udaljenost između mjesta  $A$  i  $B$  je 525 kilometara. Iz mjesta  $A$  prema mjestu  $B$  krene automobil i vozi brzinom od 82 kilometra na sat. U isto vrijeme iz mjesta  $A$  prema mjestu  $B$  krene kamion i vozi brzinom od 63 kilometra na sat. Kolika će biti udaljenost automobila i kamiona nakon 6 sati vožnje? Koliko će još kilometara od tog trenutka morati prijeći automobil, a koliko kamion, kako bi stigli do mjesta  $B$ ?

## 5. razred

**5.1.** Izračunaj:  $698 \cdot 134 - 260 : 2 \cdot 698 + (13 \cdot 49 + 7 \cdot 9) - 456 : 228$ .

**5.2.** Za broјčano označavanje stranica jedne knjige upotrijebljeno je 2019 znamenki. Koliko označenih stranica ima ta knjiga?

**5.3.** Na glavnom gradskom trgu Luka ima klavirski nastup 10 uzastopnih večeri. Za svaki nastup on dobiva 300 kuna, a ukoliko organizator procijeni da je Luka imao izvrstan nastup, on dobiva 500 kuna. Ako je Luka za svojih 10 nastupa dobio ukupno 3600 kuna, za koliko je večeri organizator procijenio da je on imao izvrstan nastup?

**5.4.** Odredi umnožak zbroja i razlike najvećeg troznamenkastog parnog broja s različitim znamenkama i najmanjeg troznamenkastog neparnog broja s različitim znamenkama.

**5.5.** Zbrojiš li sve prirodne brojeve koji su veći od 55 i manji od 107, dobit ćeš isto kao da nepoznatom broju dodaš 2112. Odredi nepoznati broj.

**5.6.** Odredi najmanji i najveći peteroznamenasti prirodni broj koji je djeljiv istovremeno sa 7, 8 i 9.

**5.7.** Tlo plastenika ima oblik pravokutnika kojemu su stranice duge 4 m i 2 m. Na tlo treba smjestiti vaze oblika kocke u kojima su zasađene maćuhice ili tratinčice. Maćuhice su u vazama duljine brida 10 cm, a tratinčice u vazama duljine brida 20 cm. Vaza s maćuhicama treba biti trostruko više od vaza s tratinčicama. Koliko će se u plasteniku nalaziti vaza s tratinčicama, a koliko vaza s maćuhicama?

## 6. razred

**6.1.** Izračunaj:

$$\left(\frac{5}{3} - 1\right) : \frac{1}{6} + \left(\frac{20}{7} - 2\right) \cdot 14 - 1\frac{1}{2} : \left(1 - \frac{1}{2}\right).$$

**6.2.** Trokut opsega 55 mm podijeljen je nekom dužinom na dva trokuta. Izračunaj duljinu dužine kojom je početni trokut podijeljen ako opsezi dobivenih trokuta iznose 41 mm i 25 mm.

**6.3.** Maja i Roko putovali su u New York. Iz Zagreba za New York ne postoji direktan let, pa su kupili avionske karte za let preko Istanbula. Iz Zagreba su krenuli u subotu u 20:00 sati. Let od Zagreba do Istanbula trajao je  $2\frac{1}{12}$  sata. U Istanbulu su čekali 7 sati. Let od Istanbula do New Yorka trajao je  $11\frac{5}{12}$  sata. Ako se zna da je Istanbul istočnije od Zagreba s vremenskom razlikom 2 sata, a New York zapadnije od Istanbula s vremenskom razlikom 8 sati, koji je bio dan i koliko je bilo sati u New Yorku kad je sletio njihov avion?

**6.4.** Kut pod kojim se sijeku simetrale dvaju unutarnjih kutova nekog trokuta iznosi  $111^\circ$ . Jedna od njih siječe se s trećom simetralom kuta pod kutom od  $122^\circ$ . Odredi veličine unutarnjih kutova trokuta.

**6.5.** U nekoj školi učitelj je pripremio određen broj zahvalnica za sudionike Večeri matematike. Za sudjelovanje mu se prijavilo za  $\frac{2}{13}$  više učenika nego što je pripremio zahvalnica, no na samu Večer matematike nije došla  $\frac{1}{15}$  prijavljenih učenika. Koliko je učenika sudjelovalo na Večeri matematike ako je učitelj morao dodatno otiskati još 20 zahvalnica?

**6.6.** Zbroj pedeset različitih prirodnih brojeva je 8625. Drugi broj je za 5 veći od prvog, treći broj je za 5 veći od drugog, četvrti broj je za 5 veći od trećeg, . . . , pedeseti broj je za 5 veći od četrdesetdevetog broja. Koliki je najmanji, a koliki najveći pribrojnik u zadanom zbroju?

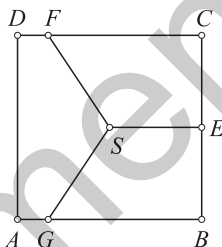
6.7. Ispiši sve peteroznamenaste brojeve oblika  $\overline{abcda}$  djeljive brojem 18, pri čemu je znamenka na mjestu stotica najmanji prosti broj. (Različita slova predstavljaju različite znamenke.)

### 7. razred

7.1. Zadan je niz od 5 prirodnih brojeva. Aritmetička sredina prva tri broja iznosi 19, a aritmetička sredina svih pet brojeva 20. Odredi posljednja dva broja u nizu ako je njihov umnožak 456.

7.2. Cijena proizvoda je 2019 kuna. Proizvodu je cijena uvećana za 10 %, a nakon toga umanjena za 30 %. Kolika je cijena nakon te dvije promjene? Je li konačna cijena veća ili manja od početne i za koliko posto?

7.3. Kvadrat  $ABCD$  stranice duljine 1 m podijeljen je na dva sukladna četverokuta i jedan peterokut kao na slici. Oba četverokuta i peterokut imaju jednake površine. Ako je točka  $S$  središte kvadrata, koliko iznosi  $|FC|$ ?



7.4. Koja je 2019. znamenka iza decimalne točke u decimalnom zapisu broja  $\frac{21}{26}$ ?

7.5. Zemlja za cvijeće sadrži 12 % vode. Dora želi zasaditi ukrasne biljke koje zahtijevaju vlažnost zemlje 28 %. Koliko vode treba uliti u 5 kg kupljene zemlje da bi se biljke uspješno zasadile?

7.6. Kako bi se smanjili troškovi grijanja u jednoj stambenoj zgradi, stanari su odlučili promijeniti fasadu i odobrena su im bespovratna sredstva iz Fonda za zaštitu okoliša i energetska učinkovitost koja iznose 60 % svih ukupnih troškova. Ukupan trošak za novu fasadu je 1 200 000 kn. Nova fasada im jamči da će prosječni godišnji troškovi grijanja biti manji za 35 %. Ako je prosječna godišnja cijena grijanja za zgradu bila 168 000 kn, za koliko će se godina isplatiti ova investicija?

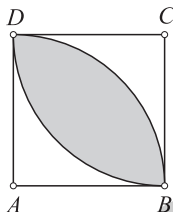
7.7. U koordinatnom sustavu na pravcu kome je točka  $O$  ishodište odabrane su točke  $P$ ,  $R$  i  $S$  takve da je  $|OP| = 70$  mm,  $|OR| = 0.2$  dm,  $|RS| = 5$  cm i točka  $T$  takva da je polovište dužine  $\overline{PS}$ . Ako je duljina

jedinične dužine jednaka 1 cm, odredi koordinate točkaka  $S$  i  $T$ . Ispitaj sve slučajeve.

### 8. razred

**8.1.** Trokutu opsega 210 cm duljine stranica odnose se u omjeru  $3 : 5 : 7$ . Izračunaj duljine stranica tog trokuta. Je li taj trokut pravokutan?

**8.2.** U kvadratu je nacrtan "list" kao na slici. Izrazi postotkom zaokruženim na cijeli broj koliki dio kvadrata zauzima zatamnjeni "list".



**8.3.** Duljine dijagonala romba razlikuju se za 14 cm. Produljimo li dužju dijagonalu za 2 cm, a kraću za 8 cm, površina romba će se povećati za  $144 \text{ cm}^2$ . Kolike su duljine dijagonala početnog romba?

**8.4.** Gospodin Perić je u petak stigao u Matkograd i naručio taxi. Vozač mu je objasnio da polazak naplaćuje 20 kuna, uz doplatu od 5 kuna za svaki prijeđeni kilometar. U subotu je koristio usluge istog taxi prijevoznika, ali su taj dan, zbog godišnjice osnutka tvrtke, sve račune za vožnju umanjivali za 20 %. Toga je dana gospodin Perić prešao 5 km više nego u petak, a platio je isti iznos novca. Koliko se kilometara gospodin Perić vozio u petak, a koliko u subotu te koliko je platio jednu taxi vožnju?

**8.5.** Bacamo istovremeno četiri simetrična novčića (za simetričan novčić vjerojatnosti da će pasti pismo ili glava su jednake). Kolika je vjerojatnost da su pri jednom bacanju ta četiri novčića pala dva pisma i dvije glave?

**8.6.** Ako su  $a$  i  $b$  cijeli brojevi takvi da je  $a - b$  djeljivo sa 4, dokaži da je tada  $(3a + 5b)^2$  djeljivo sa 16.

**8.7.** Kružnice  $k_1$  i  $k_2$  se dodiruju izvana. Omjer duljina njihovih polumjera je  $2 : 1$ . Zajednička tangenta dira kružnicu  $k_1$  u točki  $T$ , a kružnicu  $k_2$  u točki  $R$ . Koliki je omjer duljine dužine  $\overline{TR}$  i duljine polumjera veće kružnice?

## Srednja škola — A varijanta

## 1. razred

1.1. Odredi sve troznamenkaste brojeve sa zbrojem znamenaka 11 od kojih se zamjenom znamenki jedinica i stotica dobiva za 594 veći broj.

1.2. Neka su  $a$  i  $b$  pozitivni realni brojevi za koje vrijedi

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3 \quad \text{i} \quad \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} = 10.$$

Odredi  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ .

1.3. Neka je  $ABC$  trokut u kojem je  $\sphericalangle CAB = 20^\circ$  i neka je  $D$  polovište stranice  $\overline{AB}$ .

Ako je  $\sphericalangle CDB = 40^\circ$ , odredi  $\sphericalangle ABC$ .

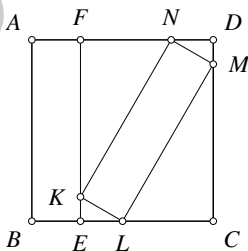
1.4. Za kvadratnu ploču čija su polja obojena crnom ili bijelom bojom kažemo da je *lijepa* ako se njezin izgled ne mijenja rotacijom za  $90^\circ$ .

Koliko ima različitih lijepih ploča dimenzija  $5 \times 5$ ?

1.5. Odredi sve parove  $(m, n)$  cijelih brojeva za koje vrijedi  $mn + 5m + 2n = 121$ .

1.6. Borna želi svaki od brojeva  $2, 3, \dots, 32$  obojiti jednom od  $k$  boja ( $k \in \mathbb{N}$ ) tako da nijedan broj ne bude višekratnik nekog drugog broja iste boje. Odredi najmanji prirodni broj  $k$  za koji Borna može to postići.

1.7. Na slici je kvadrat  $ABCD$  stranice duljine 1. Ako su  $ABEF$  i  $KLMN$  sukladni pravokutnici, odredi duljinu  $|BE|$ .

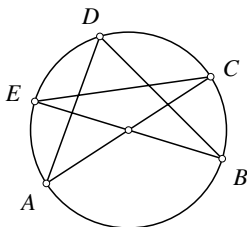


## 2. razred

2.1. Odredi sve kompleksne brojeve  $z$  za koje vrijedi  $z^2 = \frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}}$ .

2.2. Odredi sve parove  $(p, q)$  prostih brojeva za koje kvadratna jednadžba  $x^2 + px + q = 0$  ima dva različita rješenja u skupu cijelih brojeva.

**2.3.** Na kružnici je dano pet točaka kao na slici. Dužine  $\overline{AC}$  i  $\overline{BE}$  sijeku se u središtu kružnice. Ako je  $\sphericalangle DAC = 37^\circ$  i  $\sphericalangle EBD = 28^\circ$ , odredi kut  $\sphericalangle ACE$ .



**2.4.** Nađi sve parove  $(x, y)$  realnih brojeva za koje vrijedi

$$xy^3 = -135, \quad (x + y)y = -6.$$

**2.5.** Koliko ima različitih narukvica koje se sastoje od četiri crne i četiri bijele kuglice poredane ukруг? Dvije narukvice smatramo različitim ako se ne mogu okrenuti tako da poredci kuglica na njima budu isti.

**2.6.** U kupaonici dimenzija  $6 \text{ m} \times 6 \text{ m}$  jedan kut zauzima pravokutna kada dimenzija  $2 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$ . Koliki je polumjer najvećeg kružnog tepiha koji se može raširiti na podu kupaonice?

**2.7.** Između gradova prometuju jednosmjerne avionske linije. Za svaka dva grada  $A$  i  $B$  postoji točno jedna linija: ili iz  $A$  prema  $B$ , ili iz  $B$  prema  $A$ . Dokaži da postoji grad iz kojeg je moguće doći do bilo kojeg drugog grada s najviše jednim presjedanjem.

### 3. razred

**3.1.** Izračunaj

$$\frac{\operatorname{tg} 192^\circ + \operatorname{tg} 48^\circ}{1 + \operatorname{tg} 168^\circ \cdot \operatorname{tg} 408^\circ}.$$

**3.2.** Baza pravilne uspravne četverostrane piramide je kvadrat stranice duljine 12, a duljina visine je 8. Koliko je oplošje te piramide?

**3.3.** Odredi posljednjih 2019 znamenaka broja  $2^{2019} \cdot 5^{2018} \cdot 9^{2017}$ .

**3.4.** Neka je  $a$  pozitivni realni broj za koji vrijedi  $\log_{4a} 40\sqrt{3} = \log_{3a} 45$ . Dokaži da je  $a^3$  cijeli broj i odredi ga.

**3.5.** Umnožak određenog broja međusobno različitih prirodnih brojeva manjih od 1000 nije djeljiv brojem 250. Koliko je najviše brojeva pomnoženo?

**3.6.** U trokutu  $ABC$  vrijedi  $\sphericalangle ABC = 2\sphericalangle BCA$ . Simetrala kuta  $\sphericalangle BAC$  siječe stranicu  $\overline{BC}$  u točki  $D$  tako da je  $|AB| = |CD|$ . Odredi  $\sphericalangle CAB$ .

3.7. Marko stavlja novčiće na neka polja  $3 \times 3$  ploče, a zatim zapisuje koliko je novčića u svakom pojedinom retku i stupcu. Koliko najmanje novčića Marko mora staviti na ploču ako želi da tih šest brojeva bude međusobno različito?

#### 4. razred

4.1. Umnožak drugog i četvrtog člana aritmetičkog niza s razlikom  $d$  iznosi  $-d^2$ . Odredi umnožak trećeg i petog člana tog niza.

4.2. Odredi sve prirodne brojeve  $n$  takve da se neka tri uzastopna koeficijenta u razvoju  $(1+x)^n$  odnose kao  $3:4:5$ .

4.3. Dokaži da je za svaki prirodni broj  $n$ , broj

$$\underbrace{2 \dots 2}_{n \text{ znamenaka}} - 3^n + 1$$

djeljiv brojem 7.

4.4. Odredi broj kompleksnih rješenja jednadžbe

$$z^{2019} = z + \bar{z}.$$

4.5. Kolika je vjerojatnost da za dva slučajno odabrana broja  $x$ ,  $y$  iz skupa  $[-2, 2]$  vrijedi

$$|x| + |y| \geq 1 \quad \text{i} \quad ||x| - |y|| \leq 1?$$

4.6. Dana je točka  $A(0, 2)$  na paraboli  $y^2 = x + 4$ . Odredi sve točke  $B$  različite od  $A$  na danoj paraboli za koje postoji točka  $C$ , također na paraboli, takva da je kut  $\sphericalangle ACB$  pravi.

4.7. Povlačenjem pravaca paralelnih sa svakom stranicom, jednakostranični trokut stranice duljine  $n$  podijeljen je na  $n^2$  jednakostraničnih trokuta stranice duljine 1. Koliko najviše dužina duljine 1 na dobivenoj mreži možemo obojiti u crveno tako da nikoje tri crvene dužine ne tvore jednakostranični trokut?

### Srednja škola — B varijanta

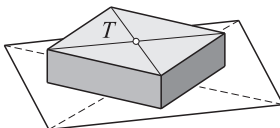
#### 1. razred

1.1. Ako za realne brojeve  $x$  i  $y$  vrijedi  $x - y = 6$  i  $x^2 + y^2 = 22$ , koliko je  $x^3 - y^3$ ?

1.2. Odredite sve prirodne brojeve  $n$  za koje je razlomak  $\frac{4n}{4n - 2019}$  cijeli broj.



**1.3.** Mia želi umotati božićni poklon, kutiju oblika kvadratne prizme. Ima ukrasni papir kvadratnog oblika. Umatanje je moguće jedino ako kutiju smjesti tako da kvadratnu bazu kutije položi dijagonalno, kao na slici, pri čemu je središte baze u središtu kvadratnog papira. Četiri se vrha papira nakon umatanja poklope sa središtem  $T$  gornje baze, a rubovi papira se spoje na dijagonalama, bez preklapanja. Odredite površinu i dimenzije papira za umatanje, ako su dimenzije kutije  $20\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ .



**1.4.** Dokažite da je broj  $6^{2n+2} - 2^{n+3} \cdot 3^{n+2} + 36$  djeljiv s 900 za sve prirodne brojeve  $n$ .

**1.5.** Odredite sve troznamenkaste brojeve koji su tri puta veći od kvadrata zbroja svojih znamenaka.

**1.6.** Točka  $P$  se nalazi unutar jednakostraničnog trokuta tako da je od njegovih stranica udaljena redom 3 cm, 4 cm i 5 cm. Kroz točku  $P$  povučena je paralela sa stranicom trokuta koja je najbliža točki  $P$ . Izračunajte duljinu stranice zadanog trokuta i omjer u kojem povučena paralela dijeli površinu trokuta.

**1.7.** Aritmetička sredina niza brojeva  $x_1, x_2, \dots, x_n$  jednaka je 100. Najveći od tih brojeva je troznamenkasti broj  $x_n$ . Ako njega zamijenimo s  $4x_n$ , aritmetička sredina novog niza brojeva jednaka je 200. Koliko najviše brojeva može biti u takvom nizu? Koju vrijednost u tom slučaju ima broj  $x_n$ ?

## 2. razred

**2.1.** Ako se zbroje kvadrat i dvostruki kub nekog broja, dobije se trostruka četvrta potencija tog istog broja. Odredite sve realne brojeve za koje to vrijedi.

**2.2.** Koliko cijelih brojeva  $x$  zadovoljava nejednadžbu  $x^4 - 2020x^2 + 2019 < 0$ ?

**2.3.** U internetskoj je trgovini paket fotokopirnog papira 9 kuna jeftiniji nego u knjižari. U prosincu je tajnica za 1440 kn kupila 8 paketa više u internetskoj trgovini nego što je u studenom za isti iznos kupila u knjižari. Kolika je cijena fotokopirnog papira u internetskoj trgovini?

**2.4.** Sva tri vrha trokuta  $ABC$  pripadaju paraboli s jednadžbom  $y = x^2 + 125$  tako da vrh  $A$  leži na njezinoj osi simetrije, a stranica  $\overline{BC}$  je paralelna s osi  $x$ . Ako površina trokuta  $ABC$  iznosi 125, odredite koordinate njegovih vrhova.

**2.5.** Duljina osnovice jednakokravnog trokuta  $ABC$  iznosi  $|BC| = 30$  cm, a duljina kraka  $|AC| = 17$  cm. U točki  $A$  povučena je okomica na pravac  $AC$ . Odredite omjer u kojem ova okomica dijeli osnovicu  $\overline{BC}$ .

**2.6.** Riješite jednadžbu

$$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + 4x - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right) = 112 - 4\sqrt{x}.$$

**2.7.** Odredite površinu skupa točaka kojega u kompleksnoj ravnini određuju rješenja nejednadžbi  $\operatorname{Im} z \geq |\operatorname{Re} z - 1|$ ,  $|z - 1| \leq 1$ .

### 3. razred

**3.1.** Ako je  $\sin x - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , izračunajte  $\sin^6 x + \cos^6 x$ .

**3.2.** Koliko rješenja ima jednadžba

$$\frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} + \frac{1}{\sin^2 \frac{x}{2}} = \frac{16}{\operatorname{tg} x}$$

na intervalu  $\langle 0, 2019\pi \rangle$ ?

**3.3.** Kako bi pristupio određenoj web stranici Matko mora odabrati 4-znamenasti broj – PIN. Nule na početku su dozvoljene, ali ipak postoje neki zahtjevi (zabrane) na PIN. Jedna se znamenka ne može ponavljati tri ili više puta u nizu. Primjerice 0006 ili 6666 nije dozvoljeni PIN, ali 0030 je dozvoljeni PIN. Zatim, par znamenaka se ne može ponoviti. Primjerice 1616 nije dozvoljeni PIN, ali 1661 ili 6611 je dozvoljeni PIN. Na koliko različitih načina Matko može odabrati PIN?

**3.4.** Pravilna uspravna četverostrana piramida kojoj bočni bridovi s ravninom baze zatvaraju kut od  $60^\circ$  i kocka imaju sukladne baze. Odredite omjer njihovih oplošja.

**3.5.** U jednakokravnom trokutu  $ABC$  s tupim kutom pri vrhu  $C$ , nožište visine na krak  $\overline{BC}$  je točka  $D$ . Odredite kutove trokuta  $ABC$ , ako vrijedi  $\frac{|AB| + |BD|}{|AC| + |CD|} = \frac{2\sqrt{3} + 3}{3}$ .

**3.6.** Veliki kotač s kabinama za putnike ima polumjer 10 metara. Najniža točka kotača je 2 metra iznad tla zemlje. Kotač rotira konstantnom brzinom i treba mu za jedan puni okret 100 sekundi. Kotač počinja rotirati

kada je kabina u najnižoj točki. Visina  $h(t)$  je udaljenost kabine od zemlje (u metrima),  $t$  sekundi nakon početka rotacije. Odredite ovisnost visine  $h(t)$  o vremenu  $t$ . Koliko se sekundi kabina nalazi iznad 17 metara visine (u jednom okretu)?



**3.7.** Zadan je kvadrat površine  $P = 7 - \log_2 x$  i kocka obujma  $V = \log_2 x - 2$ . Izračunajte realni broj  $x$  ako je duljina stranice kvadrata za 1 veća od duljine brida kocke. Kolike su duljina stranice kvadrata i duljina brida kocke?

#### 4. razred

**4.1.** U razvoju binoma  $\left(\sqrt[4]{x} + \frac{1}{2\sqrt[8]{x}}\right)^{2019}$  odredite član koji ne sadrži  $x$ .

**4.2.** Riješite nejednadžbu  $4^{\sin^2 \pi x} + 3 \cdot 4^{\cos^2 \pi x} \leq 8$ .

**4.3.** Pravac  $x - 2y = 0$  je asimptota hiperbole kojoj su žarišta u točkama  $F_1(5, 0)$  i  $F_2(-5, 0)$ . Odredite koordinate svih točaka hiperbole iz kojih se žarišna udaljenost  $\overline{F_1 F_2}$  vidi pod pravim kutom.

**4.4.** Odredite najveći prirodan broj  $n$  takav da je  $\frac{500!}{7^n}$  prirodan broj.

**4.5.** Duljina visine uspravnoga stošca jednaka je promjeru baze stošca. Koliki je omjer polumjera tome stošcu upisane kugle i tome stošcu opisane kugle?

**4.6.** Odredite troznamenasti broj čiji se zapis u bazi 11 sastoji od istih znamenaka kao i zapis u bazi 9, ali u obrnutom redosljedu.

**4.7.** Odredite sve kompleksne brojeve  $z$  takve da vrijedi  $\operatorname{Re} z > 0$  i  $z^8 + (1 - 4i)z^4 - 4i = 0$ .