



POGLAVLJE I

Matematika: povijest i mit

POVIJEST
MATEMATIKE
MATEMATIKE
POVIJEST

POVIJEST
MATEMATIKE
MATEMATIKE
POVIJEST

www.element.hr

www.element.hr

Ne događa se često da komplicirani i stari matematički problemi dospiju u vijesti, no 1993. godine novine u Britaniji, Francuskoj i SAD-u objavile su da je 40-godišnji matematičar pod imenom Andrew Wiles za vrijeme svojeg predavanja na Institutu Isaac Newton u Cambridgeu demonstrirao dokaz 350 godina starog problema, poznatog kao *Fermatov posljednji teorem*. Pokazalo se da su vijesti malo preuranile – Wilesovih 200 stranica matematike sadržavalo je pogrešku i trebalo je nešto vremena da je se ispravi. No, dvije godine kasnije dokaz je bio pouzdan. Priča o Wilesovoj devetogodišnjoj borbi s teoremom postala je tema knjige i televizijskog filma u kojem je Wiles bio do suza ganut dok je govorio o svom konačnom postignuću.

Jedan od razloga zbog kojih je ovaj djelić matematičke povijesti toliko zaokupio maštu javnosti je bez sumnje i uloga samoga Wileasa. Sedam godina, koje su prethodile predavanju u Cambridgeu, radio je skoro u potpunoj izolaciji, zaokupivši se isključivo dubokom i kompliciranom matematikom u pozadini teorema. Ovo je bila priča koja je zvučala poznato svima onima odgojenima na mitologijama zapadne kulture: usamljeni heroj hrva se s problemom usprkos izgledima da bi ostvario nedostižan cilj. Čak je u pozadini postojala i princeza: samo je Wilesova supruga znala čemu njezin suprug stremi i njoj je prvooj, kao rođendanski poklon, uručio zgotovljeni dokaz.

Drugi razlog je to što je ovaj teorem jednostavno iskazati, iako je gotov dokaz u potpunosti razumjelo možda svega dvadesetak ljudi na svijetu. Wileasa je zaintrigirao dok je imao 10 godina, a čak i oni koji su odavno zaboravili većinu matematike koju su ikada naučili, mogu lako shvatiti o čemu se radi – vratit ćemo se na njega za trenutak.

Međutim, prije toga uočite da se već u prvooj rečenici ovog poglavlja spominje troje ljudi: Wiles, Newton i Fermat. U matematici je to uobičajeno: opća je praksa da matematičari svoje teoreme, pretpostavke ili građevine imenuju po pripadnicima svog plemena. Razlog je u tome što je većina matematičara itekako svjesna da svoj rad kontinuirano grade na temeljima rada svojih prethodnika ili kolega. Drugim riječima, matematika je prirodno povijesno orijentiran predmet u kojem su nam pothvati iz prošlosti uvijek na umu. Da bismo počeli razmišljati o pitanjima koja postavljaju povjesničari matematike, istražimo unatrag povijest Fermatova posljednjeg teorema, od predavanja na Cambridgeu 1993. godine pa sve do njegovih dalekih početaka.



Fermat i njegov teorem

Pierre de Fermat, rođen 1601. godine, proveo je svoj životni vijek u južnoj Francuskoj. Odvjetnik po zanimanju, bio je savjetnik u parlamentu Toulousea, sudskom tijelu koje je bilo zaduženo za šire okolno područje. U svoje slobodno vrijeme, kojeg nije imao mnogo, Fermat se bavio matematikom, a s obzirom na to da je bio daleko izvan središta intelektualne aktivnosti tog doba – Pariza, većinu vremena radio je sam. Tijekom 1630-ih dopisivao se s matematičarima diljem zemlje posredstvom pariškog brata *Marina Mersennea*, pripadnika Reda najmanjih (lat. *Ordo Minimorum*). No, tijekom 1640-ih politički pritisci na njega su se povećali pa se ponovno povukao u matematičku izolaciju. Fermat je ostvario neke od najvažnijih rezultata ranog 17. stoljeća, no u većini slučajeva o njima nije želio pričati. Uvijek bi iznova obećavao kolegama da će im, čim uhvati malo vremena, detaljnije objasniti svoje rezultate, ali to se nikada nije dogodilo. Ponekad bi objavio gole tvrdnje o tome što je otkrio, ili bi slao kolegama probleme koji bi jasno demonstrirali ideje na kojima je radio, ali nikad nije odavao svoje teško ostvarene rezultate.

Prvi nagovještaj Fermatova posljednjeg teorema pojavio se u jednom takvom problemu kojeg je poslao engleskim matematičarima Johnu Wallisu i Williamu Brounckeru, 1657. godine. Oni nisu shvatili na što Fermat cilja i zadatak su otpisali kao nedostojan. Tek je nakon Fermatove smrti, kada je njegov sin Samuel skupio i obradio bilješke i papire, puni sadržaj teorema ugledao svjetlo dana – naškraban na margini Fermatove kopije Diofantove *Aritmetike*. Prije nego što se vratimo još jedan korak unatrag da bismo vidjeli što je to u Diofantovoj knjizi inspiriralo Fermata, moramo napraviti malu digresiju u matematiku, u sam Fermatov posljednji teorem.

Djelić matematike kojeg se skoro svatko sjeća iz školskih dana Pitagorin je poučak, koji tvrdi da je kvadrat nad hipotenuzom (najdužom stranicom) pravokutnog trokuta jednak zbroju kvadrata nad dvjema katetama, tj. kraćim “nogama” trokuta. Većina će se također sjetiti da će za dvije kraće stranice duljine 3 i 4 dulja stranica biti duljine 5 jer $3^2 + 4^2 = 5^2$. Ovakva vrsta trokuta poznata je i kao 3-4-5 trokut, a zgodna je za prikazivanje pravokuta na tlu uz pomoć užeta i autori udžbenika često ga

koriste za prikaz problema koji se može riješiti bez posezanja za kalkulatorom. Postoji i puno drugih skupova od triju cijelih brojeva za koje vrijedi gornji odnos: lako se provjeri da je $5^2 + 12^2 = 13^2$ ili primjerice $8^2 + 15^2 = 17^2$. Ovakvi skupovi, ponekad zapisivani kao $(3, 4, 5)$, $(5, 12, 13)$ itd., poznati su kao Pitagorine trojke, a ima ih beskonačno mnogo.

Sada možemo, kao što matematičari često vole, malo promijeniti uvjete i vidjeti što će se dogoditi. Što ako umjesto kvadrata triju brojeva uzmemo njihove kubove? Možemo li naći trojku (a, b, c) cijelih brojeva koja bi zadovoljavala izraz $a^3 + b^3 = c^3$? Možemo li biti još smjeliji i tražiti trojku koja bi zadovoljavala izraz $a^7 + b^7 = c^7$, ili čak $a^{101} + b^{101} = c^{101}$? Zaključak do kojeg je Fermat došao bio je da nema smisla pokušavati: takvi brojevi za bilo kakvu potenciju nakon kvadratne ne postoje. Kao i obično, ostavio je ostalima da riješe detalje ove tvrdnje. No, ovaj put njegova isprika nije bila nedostatak vremena nego nedostatak prostora: pronašao je fantastičan dokaz, tvrdio je, no margina je bila preuska da bi ga na nju zapisao.

Margina o kojoj je riječ pripadala je 85. stranici Diofantove *Aritmetike* u izdanju Claudea Gaspara Bacheta iz 1621. godine. *Aritmetika* je zaintrigirala europske matematičare još 1462. godine kada je u Veneciji ponovno otkriven njezin rukopis na grčkom jeziku. O samom Diofantu nitko nije znao ništa, a ni do današnjih dana nije se saznalo puno više. Rukopis ga imenuje kao “Diofanta iz Aleksandrije”, pa možemo pretpostaviti da je Diofant živio i radio u tom sjeverno-egipatskom gradu grčkog govornog područja veliki dio svog života. Je li bio podrijetlom iz Egipta, ili možda pridošlica iz nekog drugog dijela mediteranskog područja – ne znamo. Čak je i razdoblje u kojem je živio dobrim dijelom puko nagađanje. Diofant je citirao definicije koje je napisao Hipsiklo (oko 150. pr. Kr.), dok je Teon (oko 350. po. Kr.) citirao rezultat koji je zapisao Diofant. To Diofanta smješta u razdoblje široko oko 500 godina i ne možemo biti precizniji.

U odnosu na preživjele geometrijske tekstove ostalih grčkih pisaca, *Aritmetika* je vrlo neobična. Njezin sadržaj nije niti geometrija niti aritmetika svakodnevnog, običnog računanja. Naprotiv, u pitanju je skup sofisticiranih zadataka koji traže cijele brojeve ili razlomke koji zadovoljavaju određene uvjete. Osmi problem druge knjige, na primjer, traži čitatelja da “razdijeli kva-



drat na dva kvadrata”. Za naše današnje potrebe, ovaj zadatak možemo prevesti u moderan iskaz i vidjeti da je Diofantovo pitanje vezano uz Pitagorine trojke, gdje se zadani kvadrat (u gornjoj notaciji c^2) može razdijeliti na dva manja kvadrata ($a^2 + b^2$). Diofant je pokazao pametan način rješavanja ovog problema u slučaju da je najveći kvadrat 16 (tada odgovor uključuje razlomke), ali je nakon toga prešao na nešto drugo.

Međutim, Fermat je na ovom mjestu zastao i mora da si je postavio očigledno pitanje: može li se ova metoda proširiti? Može li se “kub razdijeliti na dva kuba”? Upravo je to pitanje ono koje je postavio Wallisu i Brounckeru 1657. godine (te na koje je, nakon što mu je kasnije Fermat javio da je nemoguće, Wallis ljutito odgovorio da su takva “negativna” pitanja apsurdna). Ono na što je Fermat aludirao na toj margini zapravo se odnosilo ne samo na kubove nego i na bilo koju višu potenciju – nešto što Diofant uopće nije tražio.

Još jedno ime sporadično se provlači kroz ovu priču pa ćemo se vratiti još jedan povijesni korak unazad, od Diofanta do Pitagore za kojeg se smatra da je živio na grčkom otoku Samnos oko 500. pr. Kr. Usprkos ovako davnoj godini, većina čitatelja će osjećati da im je Pitagora poznatiji nego Diofant. Pitanje “Kreće li nešto od Pitagore?” jedno je od najčešćih pitanja koja se postavljaju povjesničarima matematike. Istina je da je Pitagorin teorem poznat već jako dugo vremena, no razočaravajuće vijesti su što ne postoji dokaz koji povezuje Pitagorin teorem s Pitagorom. Zapravo, ne postoji dokaz koji bi povezao išta s Pitagorom. I dok je Diofant nejasan, sjenovit lik iz daleke povijesti, Pitagora je pak zatrpan hrpom mitova i legendi. Ne postoje pisana djela niti od Pitagore niti od njegovih sljedbenika. Najraniji preživjeli zapisi koji spominju Pitagoru potječu iz trećeg stoljeća nove ere, oko 800 godina nakon što je Pitagora živio, a pisali su ih autori s vlastitim filozofskim interesima koji ih čine neobjektivnima. Pitagorina navodna putovanja u Babilon ili Egipat, gdje je prema nekim napisima naučio geometriju, najvjerojatnije su izmišljotina onih autora koji su željeli ojačati Pitagorin ugled i autoritet. A što se tiče priča o Pitagorinim sljedbenicima – što su radili te u što su vjerovali – moguće je da su temeljene na istinitim činjenicama, ali je nemoguće ijednu potvrditi. Ukratko, Pitagora je postao doslovno legendarni lik kojem se puno toga pripisuje, ali o kojem se vrlo malo u stvarnosti zna.

Životi ovih četvero ljudi, Pitagore, Diofanta, Fermata i Wilelesa, protežu se kroz više od 2000 godina matematičke povijesti. Premda su vremenski stoljećima udaljeni jedni od drugih, sigurno bismo mogli pratiti i slične matematičke ideje utkane u njihove životne priče. Jesmo li obradili povijest Fermatova posljednjeg teorema od početka do kraja? Odgovor je “ne” i to iz mnogo razloga. Prvi je to što je jedan od zadataka povjesničara da raspelja činjenice od mašte, povijest od mita. To ne znači da treba potcijeniti vrijednosti fikcije ili mita: oni utjelovljuju priče po kojima društvo samo sebe definira i razumije te mogu imati duboku i značajnu vrijednost. Povjesničar, međutim, ne smije dozvoliti da ove priče zasjene dokaze koji bi mogli ukazivati na drukčija tumačenja. U slučaju Pitagore relativno je lako vidjeti kako i zašto su priče koje djeluju robusno u stvari satkane od vrlo krhkih niti, ali u slučaju Andrewa Wilesea gdje vjerujemo da su sve činjenice pred nama, situacija je dosta teža. Istina u pozadini gotovo svake priče uvijek je puno složenija nego što nam se na prvi pogled čini ili od one u koju bi autori htjeli da vjerujemo, a priče o matematici i matematičarima nisu iznimka. Ostatak ovog poglavlja istražuje jednostavne zablude i zamke u raznim tumačenjima povijesti matematike. Nazvala sam ih “pustinjački akademizam”¹, “Kamenje u rijeci”² i “elitizam”. Ostatak knjige ponudit će vam zatim neke alternativne pristupe.

Pustinjački akademizam

Jedna od najupečatljivijih značajki Wilesove priče je činjenica da se namjerno zatvorio na sedam godina da bi mogao raditi na dokazu posljednjeg teorema bez smetnji ili prekida. Fermat je također bio samotnjak, odvojen zemljopisnom udaljenošću ako od ničeg drugog, onda od onih koji su mogli razumjeti i cijeliti njegov rad. Pričali smo i o Diofantu i Pitagori, također bez ikakvog povezivanja s njihovim suvremenicima. Jesu li su ova četiri čovjeka stvarno bili usamljeni geniji koji su sami utirali nove puteve? Je li ovo način na koji se matematika stvara i radi najbolje? Vratimo se Pitagori i ovaj put krenimo prema naprijed.

¹ U originalu: *Ivory tower history*.

² U originalu: *Stepping-stone history*.



Priče o Pitagori uporno tvrde da je osnovao i oko sebe privukao zajednicu ili bratstvo onih koji su dijelili određena religijska i filozofska uvjerenja, a možda i provodili neka matematička istraživanja. Nažalost, ove priče također tvrde da je bratstvo bilo zavjetovano tajnošću, što ostavlja prostora za beskrajna nagađanja o njihovim aktivnostima. Ako postoji i zrno istine u ovim pričama, dalo bi se zaključiti da je Pitagora bio, ako ništa drugo, onda barem dovoljno karizmatičan da privuče sljedbenike. Zaista, s obzirom na to da je njegovo ime preživjelo do današnjih dana, razumno je pretpostaviti da je u svoje doba bio ugledan i poštovan te da nije bio pustinjač.

Diofanta možemo malo bolje procijeniti jer u Aleksandriji je sigurno mogao biti u društvu ostalih učenjaka. Osim toga, gotovo sigurno je imao pristup hramovima i privatnim zbirkaama koje su sadržavale knjige i iz ostalih dijelova Mediterana. Možda su zadatci zapisani u *Aritmetici* opisivali njegova otkrića, ali jednako je tako vjerojatno da je naprosto u jednu zbirku sakupio zadatke iz mnoštva raznih izvora, pisanih i usmenih. Jedan od motiva koji će se ponavljati u ovoj knjizi jest da se matematika opetovano prenosi s jedne na drugu osobu usmenim putem. Diofant je, poput ostalih kreativnih matematičara, posve sigurno diskutirao o svojim zadacima i njihovim rješenjima sa svojim učiteljem ili vlastitim učenicima. Prema tome, ne bismo ga smjeli smatrati nijemom figurom koja u osami piše svoje knjige, već građaninom grada u kojem se držalo do učenja i intelektualne razmjene.

Čak ni Fermat, premda ograničen Toulouseom i svom strogoćom trajnog političkog zaposlenja, nije bio u potpunosti izoliran kako se na prvi pogled čini. Jedan od Fermatovih prijatelja iz ranih dana studija u Bordeauxu bio je Etienne d'Espagnet. Njegov otac bio je pak prijatelj francuskog odvjetnika i matematičara François Viètea. Vièteova djela, inače teško dostupna, na taj su način bila pristupačna Fermatu i imala su dubok utjecaj na Fermatov razvoj kao matematičara. Njegov drugi prijatelj, po zanimanju također savjetnik u Toulouseu, bio je Pierre de Carcavi koji je nakon preseljenja u Pariz 1636. godine proširio vijest o Fermatu i njegovim otkrićima. Preko Carcavija, Fermat je postao poznat Marinu Mersenneu, a preko Mersennea dopisivao se s Robervalom, vjerojatno najboljim matematičarem Pariza tog vremena, te s Descartesom u Nizozemskoj. Kasnije je Fermat neka od svojih otkrića proizašlih iz proučavanja Diofanta prenio

Blaiseu Pascalu u Rouenu te Johnu Wallisu u Oxfordu. Tako je čak i Fermat, premda udaljen od centara naobrazbe, ipak bio spojen u mrežu korespodencije koja se protezala diljem Europe, u virtualno društvo učenjaka koje je kasnije nazvano “Republika pisama”.

Kod Wilesea je puno lakše uočiti pukotine u priči o “usamljenom geniju”. Wiles je obrazovan na Oxfordu i Cambridgeu, kasnije je radio na sveučilištima u Harvardu, Bonnu, Princetonu i Parizu, a na svakom od kojih jhe bio član cvatućeg društva matematičara. Matematičku indiciju koja je usmjerila njegov interes na Posljednji teorem pokupio je u neformalnom razgovoru s kolegom matematičarem u Princetonu; kad mu je pet godina kasnije zatrebala svježja ideja za korak dalje, otišao je na međunarodnu konferenciju u potrazi za najnovijim razmišljanjima na tu temu; kad mu je zatrebala tehnička pomoć u važnom dijelu dokaza, prekinuo je tajnost i povjerio se kolegi Nicku Katzu, svoje rezultate iznosio je na kolegiju za diplomce, premda je s vremenom zbog toga izgubio sve slušače osim Katza; dva tjedna prije nego što je objavio cijeli dokaz zatražio je kolegu Barryja Mazura da ga pregleda; konačan dokaz pregledalo je šestero drugih ljudi; a kad je otkrivena pogreška, Wiles je pozvao jednog od bivših studenata, Richarda Taylora, da mu je pomogne ispraviti. Osim toga, kroz sve godine koje je proveo radeći na dokazu, Wiles nikada nije prestao podučavati studente ili pohađati odjelne seminare. Ukratko, iako je proveo mnoge sate u osami, tako đer je bio okružen zajednicom koja mu je to omogućila i koja je, kad je zatrebalo, priskočila u pomoć.

Wilesove godine izolacije zaokupljaju maštu ne zato što su uobičajene za produktivnog matematičara, već upravo zato što nisu. Matematika je u biti i nužno socijalna aktivnost, na svim razinama. Svaki matematički odjel na svijetu sadrži neki zajednički prostor za druženje, udubljenja (niše???) ili cijele sobe, uvijek opremljene s nekom vrstom površine za pisanje tako da matematičari mogu udružiti mozgove dok se okrijepljuju uz čaj ili kavu. Studenti jezikoslovlja i povijesti rijetko surađuju na svojim esejima i na suradnju ih se ne potiče, no studenti matematike često i plodonosno rade zajedno, međusobno se podučavajući i učeći. I usprkos svim napretcima moderne tehnologije, matematika se još uvijek prvenstveno uči, ne iz knjiga, već od drugih ljudi, kroz predavanja, seminare i školske satove.