

ŠKOLSKA (GRADSKA) NATJECANJA

1992.

1. Riješi jednadžbu:

$$\left(2\frac{3}{4} - 3\frac{2}{3}\right) : x = \left(\frac{11}{4} - \frac{11}{3}\right) : \frac{3}{2}.$$

2. Izračunaj površinu kvadrata čije dvije stranice leže na pravcima $x + z - 5 = 0$ i $x + y + 5 = 0$.

3. Odredi sve troznamenkaste prirodne brojeve koji su 12 puta veći od zbroja svojih znamenki.

4. Dan je pravokutnik $ABCD$ kojemu je duljina stranice $\overline{AB} = 20$ cm. Duljina okomice iz vrha B na dijagonalu \overline{AC} je 12 cm. Odredi opseg i površinu pravokutnika.

5. Neka je x pozitivan realan broj za kojeg vrijedi $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{17}{4}$.

a) Izračunaj $x + \frac{1}{x}$ i $x - \frac{1}{x}$.

b) Izračunaj vrijednost realnog broja x .

1993.

1. Za koju vrijednost x je razlika $(x - 0.1)^2 - (0.2x + 1)^2$ jednaka nuli?

2. U afinoj funkciji $f(x) = \frac{9 - m^2}{3}x + 3$ odredi vrijednost parametra m , tako da graf te funkcije bude paralelan grafu funkcije zadane jednačbom $\frac{x-2}{9} - \frac{1-y}{27} = 1$.

3. Unutar pravokutnika $ABCD$ istaknuta je točka T čije su udaljenosti od vrhova A , B , C redom 15, 24, 20. Kolika je udaljenost točke T od vrha D ?

4. Ako zbroju godina dvoje djece dodamo umnožak njihovih godina dobiva se 34. Koliko godina ima svako dijete?

5. Dan je kvadrat $ABCD$. Na stranici \overline{BC} istaknuta je točka M , a na stranici \overline{CD} istaknuta je točka N tako da je $\sphericalangle AMB = \sphericalangle AMN$. Koliki je kut $\sphericalangle MAN$?

1994.

1. Duljina stranice romba $ABCD$ iznosi $a = 4$, a kut uz vrh A je 60° . Kolike su duljine dijagonala e i f tog romba?

2. Riješi jednačbzu:

$$3(x + 4)(x + 3) - (x - 6)(x + 1) = 24x + 54.$$

3. Ako je znamenka jedinica broja $n^2 + 2n$ (n je prirodni broj) jednaka 4, onda je znamenka desetica tog broja 2. Dokaži.

4. Iz mjesta A krenuo je autobus u mjesto B brzinom od 40 km na sat. Nakon 15 minuta vožnje autobus se susreo s automobilom koji se kretao iz mjesta B u mjesto A brzinom od 50 km na sat. Nakon susreta oba vozila su nastavila vožnju, svaki u svoje mjesto. Kada je automobil stigao u mjesto A , odmorio se 15 minuta i

nastavio vožnju natrag u mjesto B , pa je tako 20 km od mjesta B sustigao autobus. Kolika je udaljenost mjesta A i mjesta B ?

5. U trokutu ABC simetrala kuta $\sphericalangle BAC$ presjeca stranicu \overline{BC} u točki D . Na stranici \overline{AC} odabrana je točka E , tako da je $\sphericalangle EDC = \sphericalangle BAC$. Dokaži da je $|BD| = |DE|$.

1995.

1. Izračunaj:

$$\frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}$$

2. Odredi sve cijele brojeve a za koje je razlomak

$$\frac{a^2 - 11a + 24}{a^2 - 9a + 8}$$

isto cijeli broj.

3. Dan je pravokutnik $ABCD$, tako da je $|\overline{AC}| = 2|\overline{BC}|$. Neka je E nožište okomice iz vrha B na dijagonalu \overline{AC} . Odredi opseg i površinu pravokutnika $ABCD$ ako je $|CE| = 5$ cm.

4. Strojoslagar je izračunao da će tiskanje knjige završiti tri dana prije roka ako svakog dana složi dvije stranice preko norme. Ako bi svakog dana složio četiri stranice preko norme, tiskanje bi bilo završeno pet dana prije roka.

Koliko ukupno stranica treba strojoslagar otiskati i u kojem roku?

5. Zadan je pravokutan trokut ABC s pravim kutom u vrhu C , pri čemu je $|BC| < |AC|$. Kružnica sa središtem u vrhu C polumjera \overline{BC} siječe hipotenuzu \overline{AB} u točki D , tako da je $|BD| = 98$ cm i $|AD| = 527$ cm. Odredi duljine kateta pravokutnog trokuta ABC .

1996.

1. Izračunaj:

$$\sqrt{20 + 2\sqrt{19}} + \sqrt{20 - 2\sqrt{19}}.$$

2. Točka $A(-4, 2)$ je vrh trokuta ABC . Na pravcu $y = 3x - 7$ leži stranica \overline{BC} , a na pravcu $y = 2x + 8$ leži visina iz vrha C na stranicu \overline{AB} . Kolike su koordinate vrhova B i C trokuta ABC ?

3. Avion je udaljenost od 6000 km preletio za neko vrijeme. Da je svakog sata avion preletio 100 km više, tada bi navedenu udaljenost preletio za dva sata manje. Za koje je vrijeme avion preletio navedenu udaljenost?

4. Dan je trokut ABC , pri čemu je

$$\sphericalangle CAB = 60^\circ, \quad \sphericalangle ABC = 45^\circ \text{ i } |BC| = 10\sqrt{3}.$$

Kolika je udaljenost vrha A od ortocentra trokuta ABC ?

5. Dana je kružnica polumjera r . Iz točke A koja leži izvan kružnice konstruiraj tangente na zadanu kružnicu. Neka su točke M i N dirališta tih tangenti i zadane kružnice. Na manjem kružnom luku \widehat{MN} u nekoj točki P konstruiraj tangentu t na zadanu kružnicu. Tangenta t siječe dužinu \overline{AM} u točki B , a dužinu \overline{AN} u točki C . Dokaži da opseg trokuta ABC ne ovisi o odabiru točke P , tj. da je opseg trokuta ABC stalan i jednak $|AM| + |AN|$.

1997.

1. Skrati razlomak:

$$\frac{a^2 - 16}{12 + a - a^2}.$$

2. Odredi jednadžbu pravca koji prolazi točkom $A(7, 2)$, tako da se duljina odsječka tog pravca na pozitivnom dijelu osi x odnosi prema ordinati točke A kao 5 : 3.

3. Odredi sve dvoznamenkaste brojeve \overline{ab} i \overline{cd} , tako da je znamenka desetica drugog broja jednaka dvostrukoj znamenici jedinica prvog broja i da je

$$\overline{ab}^2 + \overline{cd}^2 = \overline{ba}^2 + \overline{dc}^2.$$

4. Neka je u trapezu $ABCD$ krak \overline{AD} okomit na osnovicu \overline{AB} , a kružnica promjera \overline{BC} siječe osnovicu \overline{AB} u točki H , a krak \overline{AD} u točkama E i F . Dokaži da je:

- $|AH| = |CD|$,
- $\triangle ABE \sim \triangle DEC$.

5. Dan je pravokutnik $ABCD$. Neka je točka M polovište stranice \overline{AB} , a točka E presjek dijagonale \overline{AC} i dužine \overline{DM} . Koliki je kut $\sphericalangle CED$, ako je $|AB| : |BC| = \sqrt{2} : 1$?

1998.

1. Izračunaj:

$$\frac{1}{\sqrt{8} - \sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{10} + \sqrt{8}} - \frac{3}{\sqrt{10} - \sqrt{7}}.$$

2. Pravac $p \dots 3x - 4y - 1 = 0$ siječe pravac $a \dots y = \frac{5}{3}x - 3$ u točki A , a pravac $b \dots 5x + 4y - 55 = 0$ u točki B . Izračunaj udaljenost između točaka A i B .

3. Odredi sve parove prostih brojeva čija je razlika kvadrata 120.

4. Duljina veće osnovice jednakokraknog trapeza je 44 cm, duljina kraka je 17 cm, a duljina dijagonale je 39 cm. Kolika je površina tog trapeza?

5. Dan je trokut ABC , pri čemu je $\sphericalangle BAC$ šiljast. Na produžetku stranice \overline{AB} preko vrha A odabrana je točka D tako da je $|AD| = |AC|$. Neka je točka E nožište okomice iz vrha B na pravac koji prolazi točkom D i usporedan je s pravcem AC , točka B_1 nožište visine iz vrha B na stranicu \overline{AC} i točka C_1 nožište visine iz vrha C na stranicu \overline{AB} .

Dokaži da je $|BE| = |BB_1| + |CC_1|$.

1999.

1. Racionaliziraj i skрати razlomak:

$$\frac{8 + 2\sqrt{2}}{4 + \sqrt{128}}$$

2. U nekom razlomku nazivnik je za 3 veći od brojnika. Ako brojnik tog razlomka povećamo za 2, a nazivnik povećamo tri puta, tada je zbroj tako dobivena razlomka s početnim razlomkom jednak 1. Koliki je početni razlomak?

3. Duljine stranica pravokutnog trokuta prirodni su brojevi, pri čemu je duljina jedne katete 15. Kolike su duljine ostalih stranica takva pravokutnog trokuta? Koliko ima različitih pravokutnih trokuta s tim svojstvom?

4. U jednakokračnom trapezu $ABCD$ stranice \overline{AB} i \overline{CD} su osnovice, $|AD| = 18$ cm, $\sphericalangle BAD = 75^\circ$ i $|AB| = 2 \cdot |CD|$. Kolika je površina trapeza $ABCD$?

5. Zadan je pravokutnik $ABCD$ kome su duljine dviju susjednih stranica 16 cm i 12 cm. Simetrala dijagonale \overline{BD} siječe stranicu \overline{AB} u točki E , a stranicu \overline{CD} u točki F . Kolika je duljina dužine \overline{EF} ?

2000.

1. Skрати razlomak:

$$\frac{8ab - (a + 2b)^2}{3a^2 - 12b^2}$$

2. Konstruiraj kvadrat površine 14 cm^2 .

3. Dana su dva okomita pravca a i c . Neka su pravci b i d simetrale kutova koje zatvaraju pravci a i c . Na pravcu a odaberemo točku A koja je od sjecišta S pravaca a i c udaljena 2. U

točki A podignemo okomicu na pravac a i s B označimo sjecište te okomice i pravca b . Neka je točka C presjek okomice na pravac b u točki B i pravca c , točka D presjek okomice na pravac c u točki C i pravca d , točka E presjek okomice na pravac d u točki D i pravca a , točka M presjek okomice na pravac a u točki E i pravca b , točka N presjek okomice na pravac b u točki M i pravca c . Kolika je površina mnogokuta $SABCDEMN$?

4. Iz mjesta A krenuo je autobus u mjesto B brzinom od 48 km na sat. Nakon pola sata vožnje autobusa, motorist koji se kretao isto iz mjesta A u mjesto B brzinom od 60 km na sat, sustigao je autobus i odmah nastavio vožnju u mjesto B . Došavši u mjesto B motorist se zadržao u mjestu 12 minuta i nastavio vožnju natrag u mjesto A , pa se tako susreo s autobusom na udaljenosti 12 km od mjesta B .

Kolika je udaljenost mjesta A i mjesta B ?

5. Dan je šiljasti kut α s vrhom u točki V . Unutar kuta α istaknuta je točka S koja je središte kružnice k . Kružnica k siječe jedan krak kuta α u točkama A i B , a drugi krak u točkama C i D , tako da su točke B i D bliže vrhu V nego točke A i C .

Dokaži da je $\sphericalangle AVC = \frac{1}{2}(\sphericalangle ASC - \sphericalangle BSD)$.

2001.

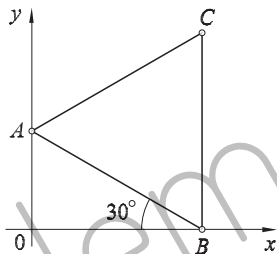
1. Odredi vrijednost razlomka $\frac{3y^2 - 2xy + x^2}{x^2 + xy + y^2}$ ako je $\frac{y}{x} = 3$.

2. Izračunaj vrijednost izraza:

$$\frac{1 - \sqrt{10}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \frac{7}{2\sqrt{2} + 1} - (11 - 5\sqrt{5})(2 + \sqrt{5}).$$

3. Ostatak pri dijeljenju cijelog broja a s 4 je 3. Koliki je ostatak pri dijeljenju broja $a^2 - a$ s 4?

4. U pravokutnom koordinatnom sustavu nacrtan je jednakostranični trokut ABC , kao na slici, kome je $|AB| = a$. Odredi koordinate vrhova A , B i C tog trokuta.



5. U danu kružnicu upisan je četverokut $ABCD$ kome se dijagonale sijeku u točki M pod pravim kutom. Točkom M nacrtan je pravac p okomit na stranicu \overline{AB} . Dokaži da pravac p raspolavlja stranicu \overline{CD} .

2002.

1. Izračunaj:

$$\frac{[(5.2^2 : 2.6 + 8.1)^2 - 6.5^2] : 0.025}{(60.192 : 2.4 - 1.08)^2 - 0.24 \cdot 1400} : 0.125.$$

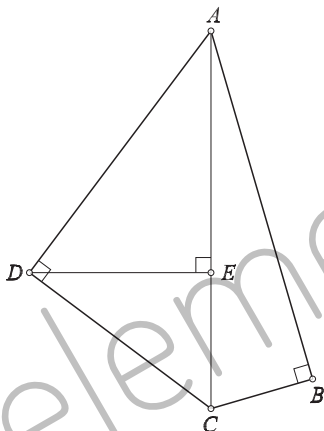
2. Za koje vrijednosti parametra a jednačba

$$(3x - a)^2 + (4x + 1)^2 = (5x - 1)^2$$

ima rješenje, a za koje nema?

3. Na istoj obali rijeke nalaze se dva mjesta, A i B , međusobno udaljena 80 km. Riječni brod udaljenost od mjesta A do mjesta B i natrag do mjesta A prijeđe za 8 sati i 20 minuta. Kolika je brzina rijeke ako brzina broda dok plovi uzvodno uz rijeku iznosi 16 km/h?

4.



Dan je konveksni četverokut $ABCD$ takav da je $AB \perp BC$ i $AD \perp DC$, te $|BC| = 14$ i $|DC| = 30$. Neka je točka E na dijagonali \overline{AC} takva da je $DE \perp AC$ (vidi sliku).

Ako je $|DE| = 24$, kolika je duljina dužine \overline{AB} ?

5. Dan je pravokutni trokut ABC s pravim kutom pri vrhu C , takav da je $|BC| > |AC|$. Neka je točka D nožište visine iz vrha C na hipotenuzu \overline{AB} . Na manjem luku \widehat{BC} opisane kružnice trokutu ABC odabrana je točka E tako da je $|CA| = |CE|$. Pravac AE siječe visinu \overline{CD} u točki M , a stranicu \overline{BC} u točki N . Dokaži da je $|AM| = |MN| = |MC|$.

2003.

1. Usporedi razlomke:

$$\frac{\frac{1}{6} - \left(23\frac{1}{8} - 19\frac{5}{12}\right) : 17.8}{0.6 : 4.2 - \frac{2}{7}} \quad \text{i} \quad \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 + \sqrt{72}}{32}.$$

2. Broj vrhova mnogokuta P za 3 je veći od broja vrhova mnogokuta M, dok je broj svih dijagonala mnogokuta P tri puta veći od broja svih dijagonala mnogokuta M. Koliko stranica imaju mnogokuti P i M?

3. Opseg romba je 52 cm, a opseg jednog od trokuta koji nastaju povlačenjem dijagonala je 30 cm. Izračunaj površinu romba.

4. Dva paralelna pravca sijeku kružnicu u četiri točke. Dokaži da su te točke vrhovi jednakokračnog trapeza.

5. Dva automobila krenula su istovremeno, jedan iz mjesta A u mjesto B, a drugi iz mjesta B u mjesto A. Vozeći svaki stalnom, ali međusobno različitim brzinama susreli su se nakon 8 sati vožnje. Ako bi brzina automobila iz mjesta A bila 14 % veća nego što jeste, a brzina automobila iz mjesta B 15 % veća nego što jeste, onda bi se susreli nakon 7 sati vožnje.

Koji je automobil bio brži i koliko je puta njegova brzina veća od brzine sporijeg automobila?

2004.

1. Izračunaj:

$$\frac{\sqrt{144} \cdot \sqrt{14.4}}{\sqrt{0.144} \cdot \sqrt{1.44}}$$

2. Usporedi brojeve 80^5 i 2^{32} .

3. Odredi brojeve x i y za koje vrijedi

$$x^2 + y^2 + 12x - 4y + 40 = 0.$$

4. Dvije kružnice različitih polumjera diraju se izvana u točki A. Tangenta na obje kružnice koja ne prolazi točkom A dira kružnice u točkama B i C. Odredi veličinu kuta $\sphericalangle BAC$.

5. Dan je trokut ABC kojemu su duljine stranica $a = 15$ cm, $b = 13$ cm i $c = 14$ cm. Na stranici \overline{AB} istaknuta je točka D tako da je \overline{CD} visina trokuta ABC. Ako je točka E polovište stranice \overline{AB} , izračunaj duljinu dužine \overline{DE} .

2005.

1. Izračunaj:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{30} - \sqrt{28}} - \frac{1}{\sqrt{28} - \sqrt{26}} - \frac{1}{\sqrt{30} + \sqrt{26}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{30} - \sqrt{26}}$$

2. Jelena i Ana obavile bi neki posao za 48 minuta radeći zajedno. Kad bi umjesto Ane radila Dragica koja je dva puta brža, tada bi Jelena i Dragica taj posao završile za 36 minuta. Koliko bi vremena bilo potrebno svakoj od djevojčica za obavljanje tog istog posla kad bi ga radile samostalno?

3. Dan je jednakokrtačan trokut ABC , pri čemu je $|AC| = |BC| = 4$ cm. Na stranici \overline{AB} dana je točka D tako da je $\sphericalangle BDC = 90^\circ + \sphericalangle DBC$. Odredi duljinu visine iz vrha C na stranicu \overline{AB} ako je $|CD| = 3$ cm.

4. U pravokutnom je trokutu ABC ($\sphericalangle BCA = 90^\circ$) odabrana je točka D na kateti \overline{AC} tako da je $|DC| = 22$ dm. Izračunaj udaljenost točke D do pravca AB ako je $|AC| = 72$ dm i $|BC| = 21$ dm.

5. Autobus je krenuo u 17 sati i 55 minuta iz mjesta A prema mjestu B . Početnih 40 km puta prešao je za 25 minuta. Zbog problema na cesti narednih 30 km puta vozač je morao smanjiti brzinu autobusa za $\frac{1}{4}$ dotadašnje brzine. Kojom bi se brzinom trebao kretati autobus na preostalih $\frac{13}{20}$ puta ako bi vozač htio doći u mjesto B po redu vožnje u 20 sati?

2006.

1. Izračunaj:

$$\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{1.5} - \sqrt{3.5}}{\sqrt{2}}$$

2. Ako zbroju znamenaka nekog dvoznamenkastog broja pribrojimo kvadrat zbroja njegovih znamenaka, dobivamo taj dvoznamenkasti broj. Odredi sve dvoznamenkaste brojeve s tim svojstvom.

3. Riješi sustav jednadžbi

$$\begin{aligned}x + y &= 15 \\x^2 + y^2 &= 117.\end{aligned}$$

4. Dužine \overline{AB} i \overline{CD} su paralelne tetive kružnice polumjera 13 cm. Odredi udaljenost tih tetiva ako su im duljine 24 cm i 10 cm.

5. Točkama A i B kružnice k povučene su tangente AC i BC tako da je $|AC| = |BC| = 27$ cm. Neka je D točka na kružnici, različita od A i B , takva da tangenta u toj točki siječe tangentu AC u točki E i tangentu BC u točki F , pri čemu točke E i F redom pripadaju dužinama \overline{AC} i \overline{BC} . Odredi opseg trokuta CEF .

2007.

1. Riješi jednadžbu:

$$\left(5x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(4x - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(3x - \frac{1}{3}\right)^2.$$

2. Izračunaj:

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}.$$

3. Na kružnici polumjera 8 cm istaknuta je tetiva \overline{AB} takva da je $|AB| = 12$ cm. U točki A povučena je tangenta t na kružnicu, a iz točke B povučena je tetiva \overline{BC} , paralelna tangenti t . Odredi udaljenost između tangente t i tetive \overline{BC} .

4. Dokaži da okomica na dužinu koja spaja nožišta dviju visina šiljastokutnog trokuta, povučena iz polovišta te dužine, dijeli treću stranicu trokuta na dva jednaka dijela.

5. Odredi površinu trapeza ako je $|AB| = 11$ cm, $|BC| = 5$ cm, $|CD| = 7$ cm i $|AD| = 3$ cm.

2008.

1. Riješi jednadžbu:

$$\begin{aligned} \left(0.8x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}x - 1.3\right)^2 \\ = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}x - 0.7\right) (0.7 + 0.5x) - 6 \left(0.15x + \frac{2}{25}\right). \end{aligned}$$

2. Izračunaj bez upotrebe kalkulatora:

$$\sqrt{333^2 + 444^2}.$$

3. Na jednom otoku $\frac{2}{3}$ svih muškaraca je oženjeno, a $\frac{3}{5}$ svih žena je udano. Koji dio stanovnika nije u braku?

4. Zadan je pravac p jednadžbom $4x + 3y - 6 = 0$. Kolika je udaljenost ishodišta koordinatnog sustava od tog pravca?

5. Zadan je pravokutan trokut ABC , s pravim kutom pri vrhu C i veličinom kuta pri vrhu B 20° . Simetrala kuta $\sphericalangle BAC$ siječe katetu \overline{BC} u točki D , a simetrala kuta $\sphericalangle ABC$ katetu \overline{AC} siječe u točki F . Iz točaka D i F povučene su okomice na hipotenuzu, i one se sijeku u točkama M i N . Izračunaj veličinu kuta $\sphericalangle MCN$.

2009.

1. Usporedi brojeve x i y ako je:

$$x = 1\frac{4}{5} - 0.2 : \left(1 - \sqrt{2\frac{1}{4}}\right)^2 \quad \text{i} \quad y = \sqrt{2} + 2.5 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right)^2.$$

2. U nekom razredu je 12 dječaka i 18 djevojčica. Na ispitu znanja prosjek razreda bio je 90 bodova. Ako su dječaci postigli prosjek 87 bodova, koliki je prosjek djevojčica?

3. Zadan je pravokutan trokut s pravim kutom u vrhu C . Ne-ka su P i Q redom polovišta kateta \overline{BC} i \overline{AC} . Izračunaj duljinu hipotenuze \overline{AB} ako je $|AP| = 5$ cm i $|BQ| = \sqrt{40}$ cm.

4. Unutar jednakostraničnog trokuta odabrana je točka T koja je od stranica trokuta udaljena redom za 1 cm, 2 cm i 3 cm. Kolika je površina tog trokuta?

5. Odredi najmanju moguću vrijednost izraza $4x^2 + 4xy + 4y^2 + 12x + 8$. Za koji x i y će taj izraz imati najmanju vrijednost?

2010.

1. Odredi još dva broja koji nastavljaju započeti niz brojeva 3, 6, 24, 192... Postupak obrazloži.

2. Koliko znamenaka u dekadskom zapisu ima broj $10\,000^{9999}$?

3. Duljine dijagonala romba iznose $\sqrt{2010} + \sqrt{2002}$ cm i $\sqrt{2010} - \sqrt{2002}$ cm. Izračunaj površinu tog romba.

4. Skrati razlomak: $\frac{4a^2 - 4ab}{a^3 - ab^2}$.

5. Za koji realan broj a izraz $a^2 - 4a + 2010$ ima najmanju vrijednost? Kolika je najmanja vrijednost?

6. Duljine kateta a i b pravokutnog trokuta ABC odnose se kao 8 : 15, a njegov opseg iznosi 100 cm. Izračunaj duljine svih stranica tog trokuta.

7. Kvadrat nekog cijelog broja za 49 je veći od razlike trostrukog kvadrata njegova prethodnika i dvostrukog kvadrata njegova sljedbenika. Koji je to broj? Koji je broj njegov sljedbenik?

8. Duljine visina jednakokrtačnog trokuta ABC , s osnovicom \overline{AB} , su 20 cm i 24 cm. Koliki je opseg trokuta ABC ako je duljina kraka manja od duljine osnovice?

1. Koji cijeli broj je najbliži broju b , ako je

$$b = (1 - \sqrt{2})^2 : 4 + \frac{1}{\sqrt{2}}?$$

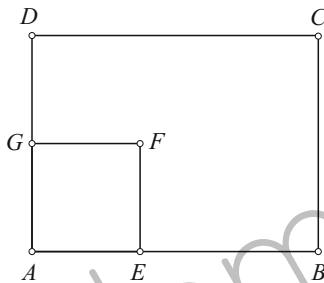
2. Nakon sniženja od 12.5 % cijena igraće konzole je 2044 kn. Kolika je bila cijena igraće konzole prije sniženja?

3. Izračunaj vrijednost izraza $\frac{a^2 + b^2}{ab}$ ako je $\frac{a + b}{b} = 3$.

4. Pradjed ima četvero djece, svako njegovo dijete ima po četvero djece, i svako od te djece ima po četvero djece. Koliko ukupno potomaka ima pradjed?

5. Odredi površinu kvadrata istog opsega kao i pravilni šestorokut površine $96\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

6. Iz pravokutnika $ABCD$ izrezan je kvadrat $AEFG$, tako da je površina nastalog mnogokuta 216 cm^2 . Ako je $|\overline{EB}| = 0.8 \text{ dm}$, $|\overline{GD}| = 6 \text{ cm}$, kolika je površina kvadrata $AEFG$?



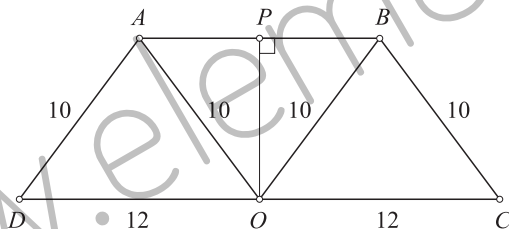
7. Za koje je sve cijele brojeve n vrijednost razlomka

$$\frac{n^2 + 2n - 8}{n^2 - 4}$$

cijeli broj?

8. Za tri sukladna jednakokračna trokuta $\triangle DAO$, $\triangle AOB$ i $\triangle OBC$ vrijedi $|AD| = |AO| = |OB| = |BC| = 10$ cm i $|AB| = |DO| = |OC| = 12$ cm. Ova tri trokuta tvore trapez $ABCD$ kao na slici. Točka P je na stranici \overline{AB} tako da je dužina \overline{OP} okomita na stranicu \overline{AB} .

Točka X je polovište stranice \overline{AD} , a točka Y je polovište stranice \overline{BC} . Dužina \overline{XY} dijeli trapez na dva manja trapeza. Koliki je omjer površina trapeza $ABYX$ i trapeza $XYCD$?



2012.

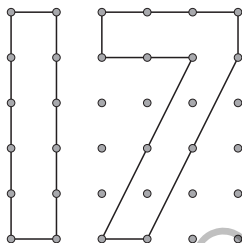
1. Izračunaj vrijednost izraza $I = 10 + 2 \cdot (x+1)^2 - x \cdot (4-3x)$, za $x = -20$.

2. Izračunaj vrijednost izraza $\sqrt{(\sqrt{3}-3)^2} - (\sqrt{3}-3)$.

3. Odredi koordinate točaka A i B pravca p zadanog jednadžbom $y = -x + \sqrt{2}$ ako je apscisa točke A broj $-\frac{\sqrt{2}}{3}$, a ordinata točke B broj $-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

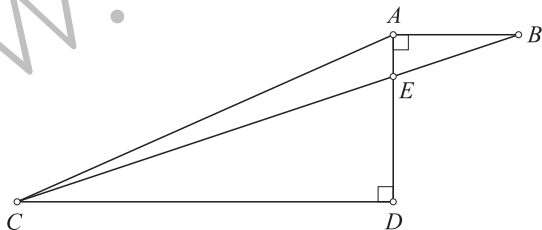
4. Ako je $x_1 : 7 = x_2 : 3 = x_3 : 2 = x_4 : 5$, pokaži da vrijedi jednakost $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = \frac{(7x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4)^2}{87}$.

5. U kvadratnu mrežu točaka naran je broj kao na slici, pri čemu je duljina stranice najmanjeg kvadrata mreže a cm. Ako je površina brojki 2028 cm², odredi duljinu a .



6. Odredi sve prirodne brojeve n za koje je $10^n + 5$ djeljiv s 15. Obrazloži rješenje.

7. Ako je $|AD| = 4$ cm, $|AB| = 3$ cm i $|CD| = 9$ cm, kolika je površina trokuta AEC na slici?



8. Točka D je polovište osnovice \overline{AB} jednakokračnog trokuta ABC . Opseg trokuta ABC je 50 cm, a opseg trokuta ACD je 40 cm. Kolika je površina trokuta ABC ?

2013.

1. Koliko znamenaka ima broj $[1.125 \cdot (10^9)^5] : \left[\frac{3}{32} \cdot 10^{-4} \right]$?

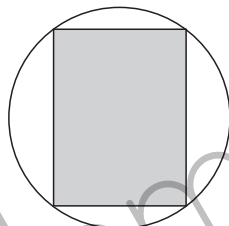
2. Racionaliziraj i skрати razlomak: $\frac{9 + 2\sqrt{2}}{4 + \sqrt{162}}$.

3. Zapiši izraz $(x + 1)(x + 6) + 4$ u obliku umnoška.
4. Kvadrati dvaju brojeva čija je aritmetička sredina 18, razlikuju se za 288. Koji su to brojevi?
5. Duljine susjednih stranica pravokutnika su $\sqrt{404}$ cm i $\sqrt{909}$ cm. Odredi opseg i površinu opisane kružnice kvadrata čija je površina jednaka površini zadanog pravokutnika.
6. U pravokutnom trokutu ABC duljina katete \overline{BC} je 12 cm, a hipotenuze \overline{AB} je 37 cm. Na drugoj kateti nalazi se točka D tako da je $|CD| : |DA| = 1 : 6$. Izračunaj opseg i površinu trokuta ABD .
7. Zadan je paralelogram $ABCD$, $|AB| = 24$ dm, $|BC| = 16$ dm, $|\sphericalangle BAD| = 60^\circ$. Simetrala kuta $\sphericalangle CDA$ presijeca simetralu kuta $\sphericalangle BCD$ u točki F , a stranicu \overline{AB} u točki K . Simetrala kuta $\sphericalangle ABC$ presijeca simetralu kuta $\sphericalangle BCD$ u točki G . Izračunaj površinu četverokuta $BGFK$.

2014.

1. Racionaliziraj nazivnik razlomka $\frac{3}{3\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.
2. Riješi jednadžbu:
- $$\left(2\frac{3}{4} \cdot 3\frac{2}{3}\right) : x = \left(\frac{11}{4} - \frac{11}{3}\right) : \frac{3}{2}$$
3. Koja je vrijednost znamenke na mjestu jedinica broja $1 + 9^{2014}$?
4. Riješi jednadžbu:
- $$6(x - 1)(x + 2) - 4(x - 3)(x + 4) = 2(x - 5)(x - 6)$$
5. Površine dvaju sličnih trokuta odnose se kao 16 : 9. Duljina jedne stranice manjeg trokuta iznosi 12 cm, a duljina visine na tu stranicu 15 cm. Izračunaj površinu i duljinu odgovarajuće stranice većeg trokuta.
6. Ako je $x + y = 0$ i $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$, odredi koliko je $x^4 + y^4$?

7. Pravokutniku je opisana kružnica. Duljine susjednih stranica pravokutnika odnose se kao 4 : 3. Površina pravokutnika iznosi 108 cm^2 . Izračunaj površinu neosjenčanog dijela kruga.



2015.

1. Koliko ima prirodnih brojeva x za koje vrijedi nejednakost $2014 < \sqrt{x} < 2015$?

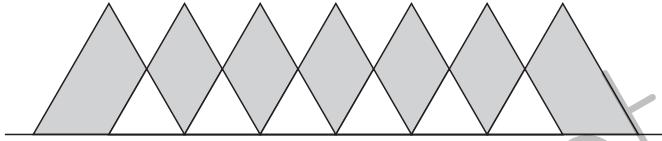
2. Izračunaj vrijednost izraza $\frac{a^2}{ab + b^2}$ ako omjer brojeva a i b iznosi 2 : 5.

3. Velika kocka izgrađena je od 27 jediničnih kockica. Nakon što su jedinične kockice zalijepljene u veću kocku, ta je kocka uro-njena u boju. Koliko je jediničnih kockica obojeno s jedne strane, koliko s dvije, koliko s tri, a koliko niti s jedne strane? Obrazloži svoje odgovore.

4. Neki mnogokut ima 5 stranica manje od drugog mnogo-kuta te 50 dijagonala manje od tog drugog mnogokuta. Koji je to mnogokut (ovaj s manjim brojem stranica)?

5. Točke A , B i C dijele kružnicu na tri kružna luka, \widehat{AB} , \widehat{BC} i \widehat{AC} duljine kojih se odnose redom kao 3 : 4 : 5. Kolike su veličine unutarnjih kutova tim točkama određenog trokuta ABC ?

6. Na slici je 7 jednakostraničnih trokuta sa stranicom duljine $4\sqrt{3} \text{ cm}$.



Trokuti su složeni tako da je vrh drugog trokuta u polovištu stranice prvog trokuta, vrh trećeg trokuta u polovištu stranice drugog trokuta i tako redom vrh sedmog trokuta u polovištu stranice šestog trokuta. Kolika je površina sivog dijela?

7. Opseg paralelograma je 30 cm. Zbroj površina kvadrata konstruiranih nad dvjema susjednim stranicama je 113 cm^2 . Kolike su duljine tih stranica?