1. Gibanje

1. Gibanje

Učenje fizike obično počinje pojmom **gibanja**. Udžbenici najčešće navedu brojne primjere gibanja, utvrde kako je gibanje sveprisutno i relativno te eventualno sažmu sve to u definiciju "gibanje je promjena položaja u **vremenu**".

Pod položajem se misli na mjesto koje tijelo može zauzeti u **prostoru**.

I ovaj će udžbenik dijelom slijediti tu tradiciju. No prije nego li krenemo s primjerima gibanja i nastavimo priču opisima puta, brzine i ubrzanja, zadržimo se nakratko na pojmovima prostora i vremena. Njihove definicije u početnicama fizike nećete naći. Ne zato što ti pojmovi nisu važni. Naprotiv, iznimno su važni, možda najvažniji u čitavoj fizici.

Nećete ih naći zato što uopće ne postoje. U redu, postoji obilje filozofskih misli o prostoru i vremenu, ali nijedna od njih ne opisuje u potpunosti fizikalni prostor i vrijeme. Postoje mnoge definicije matematičkih prostora, no samo neke od njih su u posebnim situacijama približni opisi stvarnog fizikalnog prostora. Nije li to apsurdno? Najvažniji pojmovi, a ne znamo ih objasniti. Reklo bi se da ih u potpunosti ne razumijemo. I to nije daleko od istine.

Fizičari zapravo uopće ne definiraju prostor i vrijeme. Umjesto toga oni ih **mjere**. Albert Einstein, jedan od najvećih fizičara u povijesti čovječanstva, puno je razmišljao o temeljnim pojmovima prostora i vremena. Njegova specijalna teorija relativnosti doslovno je promijenila svijet. Što se vremena tiče, Einsteinova radna definicija bila je "vrijeme je ono što čitamo na satu".

Ipak, danas se o prostoru i vremenu mnogo toga zna. Primjerice, zna se da prostor i vrijeme nisu apsolutni - neovisni o opažaču - kako je mislio Newton, nego su relativni. Također, prostor i vrijeme nisu međusobno neovisni, nego su povezani.

To jedinstvo opisujemo pojmom prostor-vrijeme. Moguće je da postoji više od triju prostornih dimenzija. Prostor nije statičan, nego se širi. Ne postoji potpuno prazan prostor. I ono najčudnije, na vrlo maloj skali sam prostor-vrijeme, čini se, ima strukturu, slično kao što tvar ima atomsku strukturu. No, sva ova egzotična svojstva prostora i vremena daleko su izvan opsega udžbenika. Navedena su samo kao primjer složenosti prostora i vremena. Ove temeljne pojmove fizike, dakle, ne definiramo zato što su prejednostavni, kao što se obično misli, nego zato što su presloženi.

Na početku učenja nemamo drugog izbora do krenuti od osobnih iskustvenih predodžbi prostora i vremena. Valja, međutim, imati na umu da su prostor i vrijeme iznimno važni i vrlo složeni pojmovi te da ih u fizici ne definiramo, nego ih mjerimo.

Ključni pojmovi!

- gibanje
- materijalna točka
- put i pomak
- skalarne i vektorske veličine

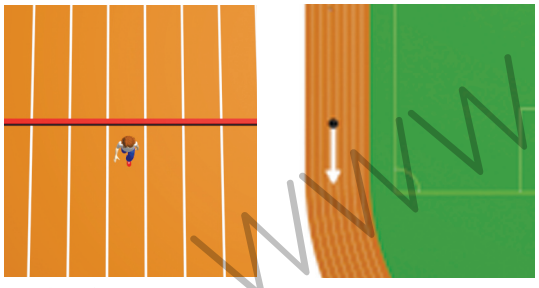
1.1 Put i pomak

Promotrimo atletičara koji trči stazom (slika 1.1-1). Nakon ispaljenog hica, koji signalizira početak utrke, atletičar od startne pozicije do cilja pretrči određenu udaljenost.

No, što se za to vrijeme dogodilo?

Atletičar kreće iz stanja mirovanja i trčeći do cilja stalno mijenja svoj položaj spram staze. Kažemo da se atletičar **giba** u odnosu na stazu. Općenito, **gibanje** je promjena položaja u vremenu.

Promatramo li atletičara iz ptičje perspektive, pri čemu se sve više podižemo u visinu, on postaje sve manji, dok mu se konačno i ne izgube dimenzije. Dakle, udaljavamo li se sve više od predmeta promatranja, on postaje točka kojoj zanemarujemo širinu, duljinu i visinu. Odnosno, fizikalno govoreći, predmet postaje **materijalna točka** karakterizirana samo svojom masom.



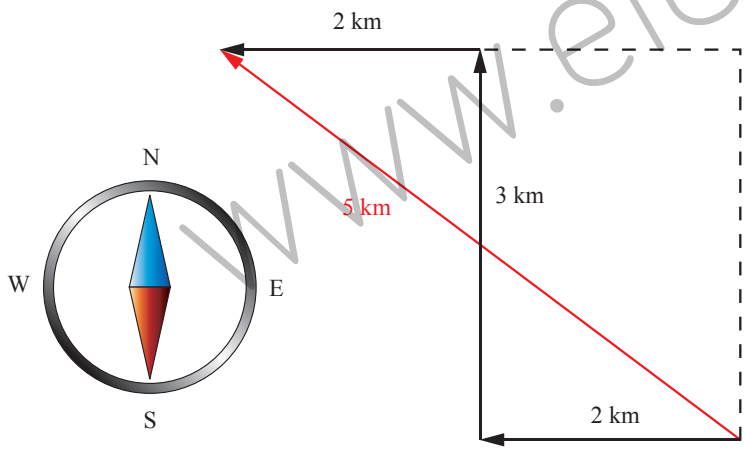
Pri opisu gibanja u fizici, tijelo se često zamjenjuje materijalnom točkom. No, ipak, kao takvo ga možemo prikazati samo ako zanemarimo razlike između gibanja pojedinih dijelova tijela.

Mjerimo li udaljenost koju je atletičar prešao od starta do cilja, dobivamo njegov **put**. Taj put ne mora nužno biti pravocrtan, već to može biti i neka krivulja. Međutim, želimo li odrediti njegovu najkraću udaljenost između početnog i konačnog položaja, mjerimo njegov **pomak**.

1.1-1
Materijalna točka

Primjer 1

Čovjek hoda 2 km u smjeru zapada, zatim 3 km prema sjeveru te ponovno 2 km na zapad. Koliki je ukupno prijeđeni put? Koliko iznosi ukupni pomak?



Rješenje:

Put je skalarna veličina. Stoga je ukupni put zbroj svih prijeđenih putova:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = 2\ \text{km} + 3\ \text{km} + 2\ \text{km} = 7\ \text{km}.$$

Pomak je vektorska veličina. Osim iznosa, važan je njegov smjer. Prvi i treći pomak (oba u smjeru zapada) su vektori koji leže na usporednim pravcima pa ih zbrajamo poput skalara. Ukupni pomak u smjeru zapada je 4 km. Ukupni pomak prema sjeveru je 3 km. Kako su smjerovi sjevera i zapada međusobno okomiti, zadatak se svodi na pronalaženje hipotenuze pravokutnog trokuta čije su katete 3 km i 4 km:

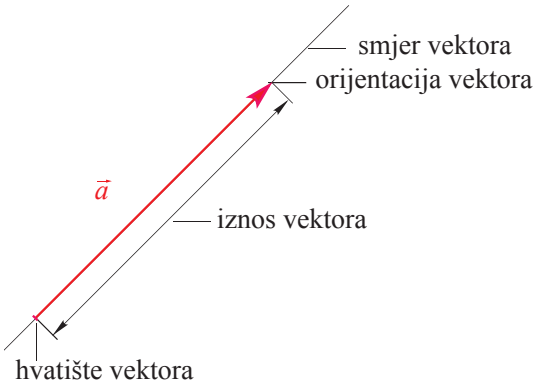
$$d = \sqrt{(3\ \text{km})^2 + (4\ \text{km})^2} = \sqrt{25\ \text{km}^2} = 5\ \text{km}.$$

1.1.1. Skalari i vektori

Neke veličine se u potpunosti mogu opisati svojim iznosom. To su, primjerice, površina (15 m²), vrijeme (10 s), masa (50 kg), temperatura (22 °C), itd. Takve veličine nazivamo **skalarima**.

Giba li se tijelo nekom brzinom od početnog do konačnog položaja, tada je, osim iznosa brzine, potrebno poznavati smjer i orijentaciju gibanja.

Veličine koje su određene iznosom, ali i smjerom te orijentacijom nazivaju se **vektori**.



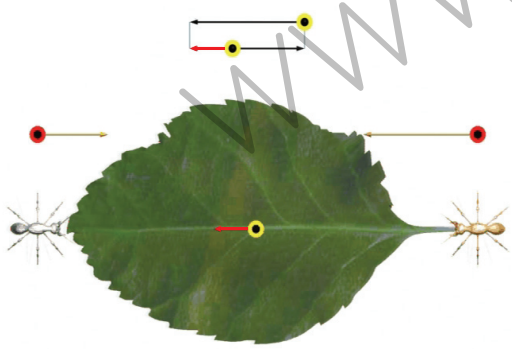
1.1-2
Prikaz vektora

Slika 1.1-2 prikazuje vektor. Na pravcu njegovog djelovanja, polazeći od hvatišta, strelica označava orijentaciju vektora, dok duljina daje podatak o njegovom iznosu (broju s mjernom jedinicom). Kako bismo označili vektor, koristimo malu strelicu iznad slova ($\vec{a}$). Na taj način prikazujemo fizikalne veličine kao što su brzina $\vec{v}$, sila $\vec{F}$, itd.

1.1.2. Operacije s vektorima

Imamo li dva vektora, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, istog smjera i iste orijentacije, njihov zbroj bit će vektor smjerom i orijentacijom jednak vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$. Označimo li ga sa $\vec{c}$, kao što prikazuje slika 1.1-3a, dobivamo:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}.$$



Kolinearni vektori

1.1-3a
Zbroj vektora iste orijentacije

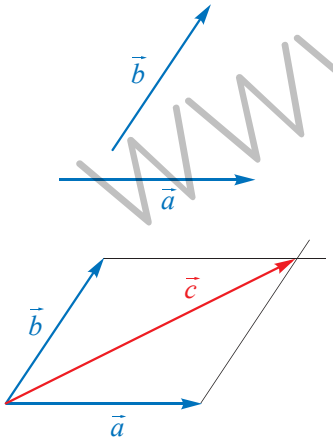
1.1-3b
Zbroj vektora suprotne orijentacije

Slika 1.1–3b prikazuje suprotno orijentirane vektore $\vec{a}$ i $\vec{b}$ te njihov zbroj dan vektorom $\vec{c}$:

$$\vec{c} = \vec{a} + \left(-\vec{b}\right).$$

Njegova orijentacija jednaka je orijentaciji vektora većeg iznosa, $\vec{a}$.

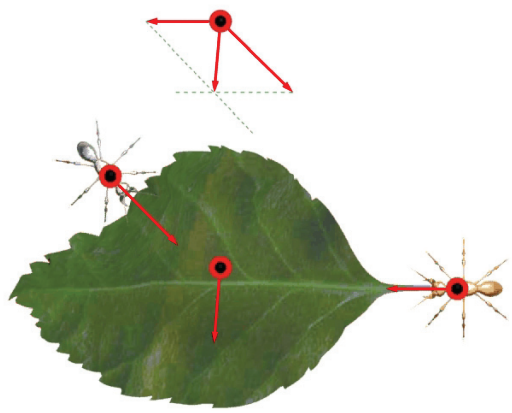
Vektore koji imaju isti smjer nazivamo *kolinearnim vektorima*. Nasuprot tome, *nekolinearni vektori* su vektori različitog smjera.



1.1-4
Metoda paralelograma

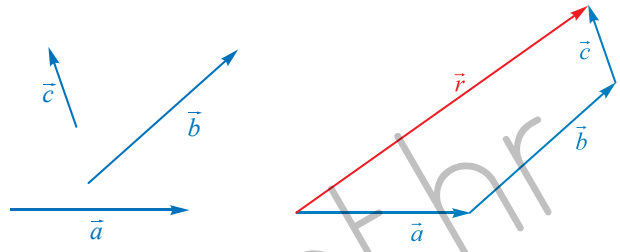
Slika 1.1-4 prikazuje nekolinearne vektore $\vec{a}$ i $\vec{b}$ zbrojene **metodom paralelograma**. Hvatišta vektora dovode se u istu točku. Kroz vrh vektora $\vec{a}$ povlači se paralela s vektorom $\vec{b}$. Isto se tako povlači paralela s vektorom $\vec{a}$ do vrha vektora $\vec{b}$. Na taj je način konstruiran paralelogram, čija dijagonala predstavlja vektor $\vec{c}$ kao zbroj vekora $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

Ako je potrebno zbrojiti dva ili više vektora, tada je najbolje koristiti **poligon vektora**, kao što prikazuje slika 1.1-5. Poligon vektora se ostvaruje



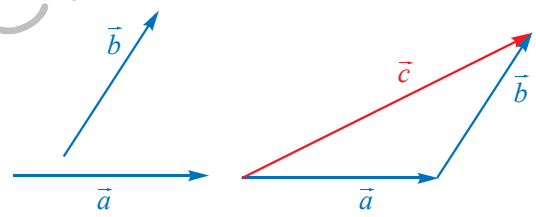
Nekolinearni vektori

tako da se na kraj jednog vektora položi hvatište idućeg. Tako početak prvog i kraj posljednjeg vektora daju traženi zbroj - vektor koji je orijentiran prema zadnjem vektoru. Kao primjer su dana tri vektora ($\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$) te njihov zbroj vektorom $\vec{r}$.



1.1-5
Poligon vektora

Slika 1.1-6 prikazuje kako možemo dva vektora, $\vec{a}$ i $\vec{b}$, zbrojiti i metodom poligona.

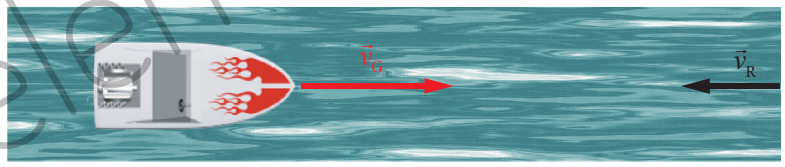


1.1-6
Dva vektora zbrojena metodom poligona

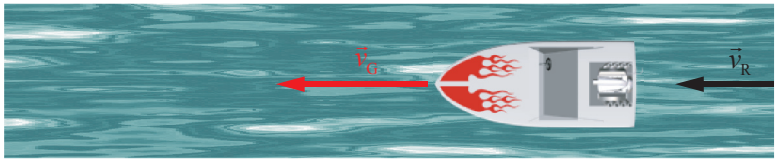
Primjer 2

Pri punoj snazi motora gliser se na jezeru kreće brzinom od 40 kmh^{-1}. Koju će najveću brzinu s obzirom na obalu isti gliser postići na rijeci ako se giba: a) uzvodno i b) nizvodno? Brzina rijeke je 9 kmh^{-1}.

a)



b)



Rješenje:

a) Vektori $\vec{v}_G$ i $\vec{v}_R$ leže na istom pravcu, ali su različito orijentirani. Stoga iznos zbroja vektora računamo tako da od iznosa većeg oduzmemo iznos manjeg:

$$\vec{v} = \vec{v}_G + \vec{v}_R$$

$$v = v_G - v_R$$

$$v = 40\ \text{kmh}^{-1} - 9\ \text{kmh}^{-1} = 31\ \text{kmh}^{-1}.$$

b) Vektori $\vec{v}_G$ i $\vec{v}_R$ leže na istom pravcu i isto su orijentirani. Stoga iznos zbroja vektora računamo tako da iznos jednog zbrojimo s iznosom drugog:

$$\vec{v} = \vec{v}_G + \vec{v}_R$$

$$v = v_G + v_R$$

$$v = 40\ \text{kmh}^{-1} + 9\ \text{kmh}^{-1} = 49\ \text{kmh}^{-1}.$$

Primjer 3

Gliser iz prethodnog zadatka giba se okomito na smjer rijeke. Kolika je sada njegova brzina s obzirom na početno mjesto na obali?

Rješenje:

Vektor rezultantne brzine je hipotenuza pravokutnog trokuta kojem su katete v_G i v_R.

$$v^2 = v_G^2 + v_R^2$$

$$v = \sqrt{v_G^2 + v_R^2}$$

$$v = \sqrt{\left(40\ \text{kmh}^{-1}\right)^2 + \left(9\ \text{kmh}^{-1}\right)^2}$$

$$v = \sqrt{1681\ \text{km}^2\text{h}^{-2}}$$

$$v = 41\ \text{kmh}^{-1}.$$

Ključni pojmovi!

- srednja brzina
- trenutna brzina
- graf $s - t$

1.2. Brzina

1.2.1. Srednja i trenutna brzina

Zamislimo dva atletičara, od kojih jedan nosi žuti dres, a drugi crveni. Nakon 21 sekunde natjecatelj u žutom dresu pretrči 200 metara staze. Istovremeno je natjecatelj u crvenom dresu pretrčao 190 metara. Koji od njih dvojice će do cilja stići prije? Kako bismo došli do tog podatka, potrebno je uvesti novi pojam - brzinu.

Omjer dijela puta $s_2 - s_1$ i vremena $t_2 - t_1$ za koje ga tijelo prijeđe daje izraz za **srednju brzinu** $\bar{v}$:

$$\bar{v} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1},$$

gdje je s_1 udaljenost od ishodišta u trenutku t_1, a s_2 udaljenost od ishodišta u trenutku t_2.

U fizici se interval ili promjena označava grčkim slovom delta, Δ. Zamjenom $s_2 - s_1$ s Δs, te $t_2 - t_1$ s Δt, izraz za srednju brzinu zapisuje se kao:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Mjerna jedinica brzine je metar u sekundi i izvodimo je na sljedeći način:

$$[\bar{v}] = \frac{[\Delta s]}{[\Delta t]}$$

$$[\bar{v}] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Pojam srednje brzine vrlo je koristan, no prilikom rješavanja fizikalnih problema on nije uvijek dovoljan. Često se mora koristiti **trenutna brzina**, odnosno trenutni iznos brzine u nekom vremenskom trenutku t.

Trenutna brzina se dobiva uzimanjem sve kraćeg vremenskog intervala Δt u kojem određujemo srednju brzinu:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \ \Delta t \to 0.$$

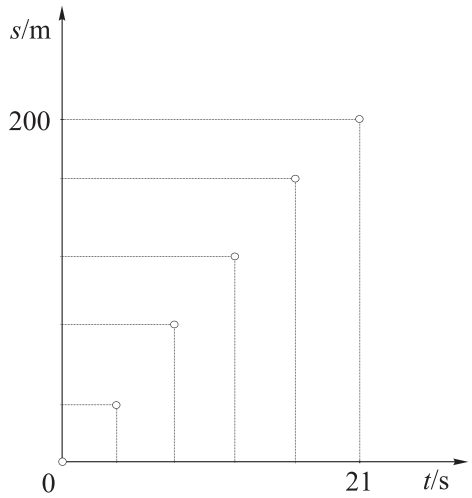
Primjerice, prethodno smo uzimali vremenski interval $t_2 - t_1$. Kako bismo odredili trenutnu brzinu, potrebno je taj vremenski interval skratiti. Dakle, polazeći od trenutka t_1 odabiremo idući trenutak koji mu mora biti bliži od ranije odabranog t_2 tako da dobijemo što manju razliku $t_2 - t_1$, tj. što manji vremenski interval Δt. Na taj se način približavamo trenutnoj brzini, tj. brzini tijela u trenutku t_1. Za razliku od srednje brzine, kojoj pripada simbol $\bar{v}$, trenutna brzina se označava s v.

1.2.2. Grafičko prikazivanje gibanja

Utrka na 200 metara jedna je od sprinterskih atletskih disciplina. Uzmimo za primjer atletičara koji u njoj sudjeluje.

Ispočetka natjecatelj miruje na startnoj poziciji. Prema tome, prijeđeni put jednak je nuli, a i odbrojavanje još nije počelo, pa zaporni sat pokazuje vrijeme nula. Nakon što započne utrku, u svakom trenutku možemo izraziti natjecateljev položaj na stazi preko udaljenosti od polazišta.

Gibanje prikazujemo grafički, na način da dobivene vrijednosti prenesemo u koordinatni sustav. Kao što prikazuje slika 1.2-1, na os apscisa, horizontalnu os, prenosimo vrijednosti za vremenske trenutke t, a na os ordinata, vertikalnu os, vrijednosti za prijeđeni put s.



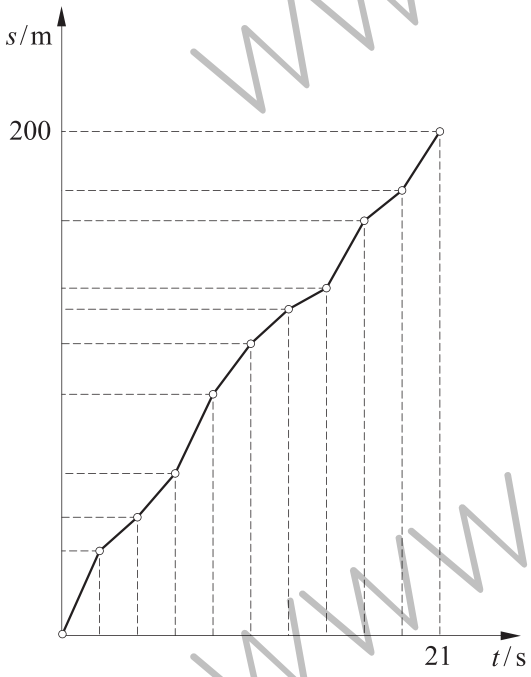
1.2-1
Prikaz načina upisivanja podataka u koordinatni sustav

Kako bi grafički prikaz gibanja atletičara bio što vjerniji, potrebno je ucrtati više točaka. Zašto?

Prikaz koji smo dobili daje položaj atletičara nakon svakih nekoliko sekundi, primjerice svake tri sekunde. Međutim, on ne daje prikaz unutar tog intervala, recimo, prema slici 1.2-2, pred samim ciljem, u ključnoj dvadesetoj sekundi. Takav se podatak može dobiti češćim mjerenjem položaja, tj. uzimanjem što kraćeg vremenskog intervala za mjerenje puta. Dakle, umjesto određivanja položaja svake tri sekunde odabiremo svaku sekundu ili još manju vrijednost.

1.2-2
Prikaz atletičarki pred ciljem

Ako unesemo i te vrijednosti u naš graf i spojimo svake dvije susjedne točke, dobivamo liniju koja vjerno prikazuje položaj tijela s u ovisnosti o vremenu t i nazivamo je **grafom *s - t***. Prikaz grafa dan je na slici 1.2-3.



1.2-3
Prikaz gibanja atletičara u grafu *s - t*

1.2.3. Izračunavanje puta iz brzine pri nejednolikom gibanju

Razmislite o svojem gibanju od kuće do škole. Kako biste ga opisali? Uzmimo za primjer učenika koji na nekom dijelu puta, usred šetnje, shvaća da će tim tempom zakasniti te daljnji put nastavlja trčeći.

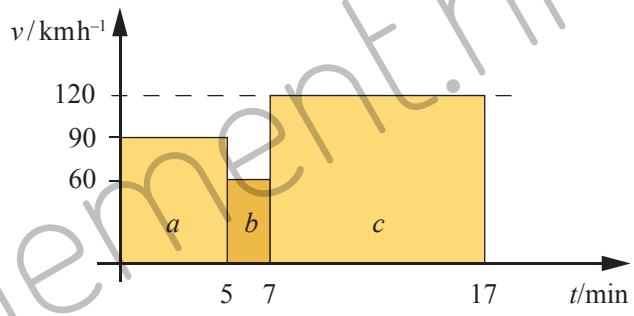
Očito je da se tijekom vremena mijenja brzina tijela. Učenik se giba nejednolikom brzinom pa se i veličine koje opisuju njegov položaj mijenjaju nejednoliko u vremenu. Takvo gibanje nazivamo **nejednolikim gibanjem**.

Primjer 4

Motorist vozi otvorenom cestom pet minuta brzinom od 90 kmh^{-1}. Nakon toga, dvije minute prolazi kroz naselje vozeći 60 kmh^{-1}. Zadnjih deset minuta vozi autocestom, brzinom od 120 kmh^{-1}. Odredite srednju brzinu i ukupno prijeđeni put.

Rješenje:

Gibanje motorista možemo prikazati **grafom *v* - *t***.



Put pri jednoliko pravocrtnom gibanju je $s = vt$. Za pojedine dionice puta vrijedi:

a) $s_a = vt = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 5\ \text{min} = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 5 \cdot \frac{1}{60}\ \text{h} = 7{,}5\ \text{km},$

b) $s_b = vt = 60\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2\ \text{min} = 60\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2 \cdot \frac{1}{60}\ \text{h} = 2\ \text{km},$

c) $s_c = vt = 120\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 10\ \text{min} = 120\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 10 \cdot \frac{1}{60}\ \text{h} = 20\ \text{km}.$

Stoga je ukupni put:

$s = s_a + s_b + s_c = 7{,}5\ \text{km} + 2\ \text{km} + 20\ \text{km} = 29{,}5\ \text{km}.$

Uočite da put odgovara površini ispod grafa *v* - *t*.

Uočite da dobiveni putovi odgovaraju površinama ispod grafa *v* - *t*.

Srednja brzina motorista je:

$$\bar{v} = \frac{\text{ukupni put}}{\text{ukupno vrijeme}} = \frac{s}{t} = \frac{29{,}5\ \text{km}}{17\ \text{min}} = \frac{29{,}5\ \text{km}}{17 \cdot \frac{1}{60}\ \text{h}} = \frac{29{,}5 \cdot 60\ \text{km}}{17\ \text{h}}$$

$\bar{v} \approx 104\ \text{kmh}^{-1}.$

Ključni pojmovi!

- srednja akceleracija
- trenutna akceleracija
- pozitivna i negativna akceleracija

1.3. Akceleracija

1.3.1. Srednja i trenutna akceleracija

U mnogim slučajevima tijekom gibanja dolazi do promjene brzine tijela. Na sličan način kao kod definiranja pojma srednje brzine, gdje se tijekom vremena mijenja položaj tijela, sada uvodimo izraz za gibanje kod kojeg se tijekom vremena mijenja brzina,

$$\frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1},$$

i nazivamo ga srednjim ubrzanjem ili **srednjom akceleracijom** (oznaka $\bar{a}$):

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Izvedimo mjernu jedinicu za akceleraciju:

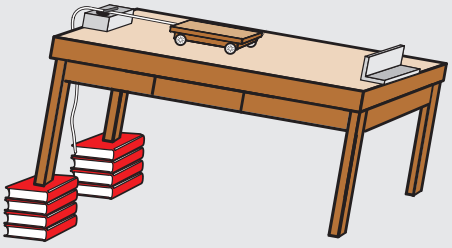
$$[\bar{a}] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]}$$

$$[\bar{a}] = \frac{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Uzimanjem sve manjeg vremenskog intervala dobiva se vrijednost **trenutne akceleracije**:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t},\ \Delta t \to 0.$$

Pokus!



Kolica se puštaju s vrha kosine (primjerice s nagnutog stola). Kolica su povezana s trakom papira preko tipkala. Ono u jednakim vremenskim intervalima na traci otiskuje trag preko kojeg se analizira gibanje kolica. Traka se reže na dijelove sa po 5 otkucaja te se izrađuje histogram pomaka.

Iz histograma pomaka izračunavamo srednje brzine kolica za svaki interval od 5 otkucaja. Dobivene vrijednosti unosimo u *s-t* i *v-t* graf. U *v-t* grafu označavamo područje koje odgovara prijeđenom putu. Konačno, izračunavanjem vrijednosti za ubrzanje konstruiramo i *a-t* graf.

Kako bi izgledao *v-t* graf da je nagib kosine bio strmiji? Kako bi to utjecalo na gibanje kolica? Provjerite!

1.3.2. Pozitivna i negativna akceleracija

Vozimo li se u automobilu kojem se brzina stalno povećava, gibamo se nekom akceleracijom, odnosno ubrzavamo.

Međutim, što ako kočimo? Tada također dolazi do promjene brzine tijekom vremena, tj. akceleracije. S obzirom da je riječ o kočenju, u nekom kasnijem trenutku t_2 će brzina v_2 biti manja od one v_1 u prethodnom trenutku t_1. Kada oduzmemo v_1 od v_2, gdje je v_1 veće od v_2, dobijemo negativnu vrijednost.

Dakle, akceleracija je **negativna** ako se brzina tijela tijekom vremena smanjuje:

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} < 0.$$

Nasuprot tome, akceleracija je **pozitivna** ako se brzina s vremenom povećava:

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} > 0.$$

Dakle, akceleracijom opisujemo i ubrzavanje i usporavanje tijela.

SAŽETAK!

Gibanje je promjena položaja tijela u vremenu.

Put je ukupna udaljenost (prevaljeni put) koju tijelo prijeđe od svojeg početnog do konačnog položaja.

Pomak je najkraća udaljenost između početnog i konačnog položaja.

Skalari su veličine koje se u potpunosti mogu opisati brojčanom vrijednošću i mjernom jedinicom.

Vektori su veličine određene iznosom (koji uključuje broj i mjernu jedinicu), smjerom i orijentacijom.

Srednja brzina tijela je omjer dijela puta Δs i vremena Δt za koje ga tijelo prijeđe:

$$\bar{v} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Trenutna brzina tijela određuje se uzimanjem sve manjeg vremenskog intervala Δt u kojem određujemo srednju brzinu.

Srednja akceleracija tijela je omjer promjene brzine tijela i vremena tijekom kojeg dolazi do te promjene:

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$