

Titranje i valovi

1

Veza frekvencije titranja i perioda:

$$f = \frac{1}{T}$$

Kružna frekvencija (kutna brzina):

$$\omega = 2\pi f$$

Elongacija x je pomak tijela iz položaja ravnoteže kod harmonijskog titranja:

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_0\right)$$

Brzina titranja:

$$v = v_0 \cos \frac{2\pi}{T} \cdot t; \quad v_0 = \frac{2\pi}{T} A$$

Akceleracija titranja:

$$a = -a_0 \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t; \quad a_0 = \frac{4\pi^2}{T} \cdot A$$

Period:

• **tijela mase** m na opruzi konstante k :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

• **matematičko njihalo** duljine niti l :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Mehanička energija opruge:

$$E = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

Brzina širenja vala valne duljine λ :

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

Brzina longitudinalnih zvučnih valova u sredstvu je:

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}},$$

gdje je Y Youngov modul elastičnosti, a ρ gustoća sredstva.

Brzina transverzalnog vala na užetu je:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

gdje je F napetost užeta, a μ linearna gustoća.

Jakost zvuka I je omjer snage prenesene zvučnim valom i jedinice površine prostora:

$$I = \frac{P}{A}$$

Prag čujnosti:

$$I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$$

Prag bola:

$$I_p = 1 \text{ Wm}^{-2}$$

Dopplerov učinak je pojava promjene frekvencije zvuka f zbog relativnog gibanja izvora zvuka i promatrača:

$$f = f_0 \frac{v_z}{v_z \pm v},$$

gdje je v_z brzina zvuka, a v brzina izvora (pozitivna kad se izvor giba prema slušatelju, a negativna kad se giba od slušatelja).

Rezonantna frekvencija:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Veza frekvencije i valne duljine svjetlosti:

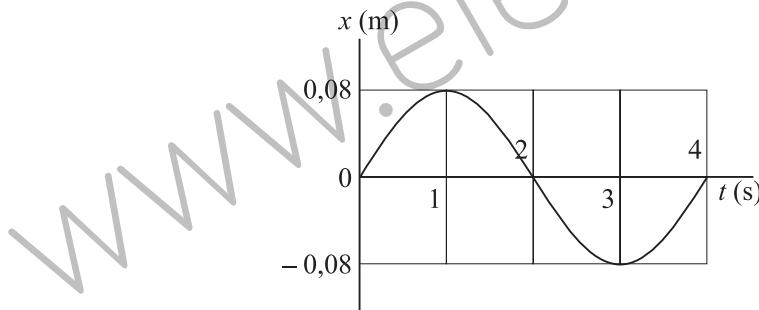
$$c = \lambda \cdot f$$

1.1. Mehaničko titranje i valovi

1. Predmet mase $0,8 \text{ kg}$ titra pričvršćen za jedan kraj opruge. Na slici je prikazan pomak x kao funkcija vremena.

Iz tih podataka odredite:

- amplitudu A
- kutnu frekvenciju ω
- konstantu opruge k
- brzinu predmeta za $t = 1 \text{ s}$
- iznos ubrzanja predmeta za $t = 1 \text{ s}$.



Rješenje: a) $0,08 \text{ m}$; b) $1,6 \text{ rads}^{-1}$; c) 2 Nm^{-1} ; d) 0 ms^{-1} ; e) $0,2 \text{ ms}^{-2}$

2. Opruga načini 12 titraja u 40 s . Odredite period i frekvenciju opruge.

Rješenje: $3,3 \text{ s}, 0,3 \text{ Hz}$

3. Čestica koja je u ishodištu točno u trenutku $t = 0$ titra duž osi y frekvencijom od 20 Hz i amplitudom od 3 cm . Napišite jednadžbu gibanja čestice.

Rješenje: $y = 3 \text{ cm} \sin(125,6 \text{ s}^{-1} t)$

4. Čestica titra prema jednadžbi $y = 5 \text{ cm} \cos(23 \text{ s}^{-1} t)$. Odredite frekvenciju titranja i položaj čestice nakon $0,15 \text{ s}$.

Rješenje: $3,7 \text{ Hz}; -4,8 \text{ cm}$

5. Amplituda harmonijskog titranja je 4 cm , a frekvencija 50 Hz . Napišite izraz za elongaciju titranja.

Rješenje: $x = 4 \text{ cm} \sin(314 \text{ s}^{-1} t)$

6. Izraz za elongaciju tijela koje harmonijski titra glasi $x = 7 \text{ cm} \sin(8 \text{ s}^{-1} t)$. Koliko iznosi period titranja?

Rješenje: $0,78 \text{ s}$

7. Izraz za elongaciju tijela koje harmonijski titra glasi $x = 12 \text{ cm} \sin(9 \text{ s}^{-1} t)$. Nađite frekvenciju titranja?

Rješenje: $1,43 \text{ Hz}$

8. Čestica harmonijski titra tako da joj se elongacija, tj. otklon od ravnotežnog položaja mijenja u ovisnosti o vremenu prema zakonu: $x = 8 \text{ cm} \sin(4 \text{ s}^{-1} t)$. Kolika je najveća brzina čestice? Kolika je njezina elongacija nakon 2 s?

Rješenje: 32 cm s^{-1} ; $7,9 \text{ cm}$

9. Čestica harmonijski titra tako da joj se brzina mijenja u ovisnosti o vremenu prema zakonu:

$$v = 4 \text{ cm s}^{-1} \cdot \cos(s^{-1}t). \text{ Kolika je najveća brzina čestice? Kolika je brzina čestice nakon } 4 \text{ s?}$$

Rješenje: 4 cm s^{-1} ; $-2,61 \text{ cm s}^{-1}$

10. Čestica harmonijski titra prema zakonu $x = -A \cdot \sin \frac{2\pi \cdot t}{T}$. Frekvencija titranja je $0,1 \text{ Hz}$, a amplituda 4 cm .

Kolika je najveća brzina čestice? Skicirajte ovisnost elongacije o vremenu, $x(t)$.

Rješenje: $2,5 \text{ ms}^{-1}$

11. Čestica harmonijski titra prema zakonu: $x = 4 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} \text{ s}^{-1} t - \frac{\pi}{2}\right)$. Kolika je njezina najveća brzina? Kolika joj je elongacija nakon 4 s?

Rješenje: $\pi \text{ cm s}^{-1}$; 4 cm

12. Nakon što na oprugu duljine 50 cm objesimo uteg mase 2 kg , njezina duljina iznosi 53 cm . Odredite elastičnu силу opruge i period titranja.

Rješenje: $49,05 \text{ N}$; $2,2 \text{ s}$

13. Tijelo mase 6 kg harmonijski titra na elastičnoj opruzi. Period titranja iznosi 10 s . Odredite konstantu opruge.

Rješenje: $0,3 \text{ N m}^{-1}$

14. Tijelo mase 100 g obješeno je na oprugu koja se zbog toga produlji za $3,3 \text{ cm}$. Koliko će titrati u jednoj minuti napraviti tijelo mase 200 g na istoj opruzi?

Rješenje: $116,4$

15. Kada se na oprugu objesi uteg mase 140 g , opruga se rastegne za 12 cm . Koliku masu treba dodati utegu kako bi frekvencija titranja na toj opruzi bila 1 Hz ?

Rješenje: 150 g

16. Opruga s utegom titra tako da načini 90 titrata u minuti. Koliko puta treba povećati masu utega kako bi sustav titratio s 10 titrata u minuti?

Rješenje: 81 puta

17. Čestica harmonijski titra tako da načini 15 titraja za pola minute. Jednadžba titranja je:

$$x = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi\right). \text{ Skicirajte ovisnost elongacije čestice o vremenu ako je amplituda } 4 \text{ dm, a fazni kut } 90^\circ.$$

18. Točka harmonijski titra prema zakonu: $x = 4 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \text{ s}^{-1} \cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$. Skicirajte ovisnost elongacije o vremenu $x(t)$. Koliko je ubrzanje točke nakon 3 s?

Rješenje: 7 cms^{-2}

19. Točka harmonijski titra prema zakonu: $x = 4 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} \text{ s}^{-1} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$. Skicirajte ovisnost brzine točke o vremenu $v(t)$. Koliko je ubrzanje točke nakon 3 s?

Rješenje: $1,7 \text{ cms}^{-2}$

20. Čestica harmonijski titra prema zakonu $x = -A \sin(\pi s^{-1} t)$. Kolika je njezina najveća brzina ako je $A = 2 \text{ cm}$? Skicirajte ovisnost elongacije o vremenu $x(t)$.

Rješenje: $6,3 \text{ cms}^{-1}$

21. Tijelo mase m harmonijski titra na opruzi periodom T_0 . Kada se tijelu doda uteg mase Δm , period naraste na $2T_0$. Na koji faktor naraste T_0 ako se tijelu m doda uteg mase $2\Delta m$?

Rješenje: 2,65

22. Tijelo mase m objesi se na oprugu i zatitra. U 1 minuti ono napravi 70 titraja. Kad se masa tijela poveća za 10 g, broj titraja u minuti smanji se za 1 titraj. Kolika je konstanta opruge?

Rješenje: $18,4 \text{ Nm}^{-1}$

23. Tijelo mase m objesi se na oprugu i zatitra periodom T_0 . Ako se tijelu m smanji masa za Δm , period se smanji na $T_0/2$. Ako se tijelu mase m doda Δm , koliki je period?

Rješenje: $1,32 T_0$

24. Tijelo mase m objesi se na oprugu i zatitra periodom T_0 . Ako se tijelu m poveća masa za Δm , period se promijeni na $1,25 T_0$. Ako se tijelu mase m oduzme Δm , koliki je period?

Rješenje: $0,66 T_0$

25. Tijelo mase m objesi se na oprugu i zatitra. Ako se tijelu mase m poveća masa za Δm , period titranja jednak je 0,9 s, a kada se tijelu mase m smanji masa za Δm , period je 0,5 s. Koliki je period titranja tijela mase m ?

Rješenje: 0,73 s

26. Kada se na oprugu konstante k_1 objesi masa od 300 g i na oprugu konstante k_2 masa od 500 g, tada su periodi titranja jednaki. Koliki mora biti omjer mase obješenih na opruge kako bi tijelo na opruzi konstante k_1 titralo dvostruko većim periodom od perioda tijela na opruzi konstante k_2 ?

Rješenje: 2,40