

# 1

## Gibanje

- 1.1. Pojam gibanja
- 1.1.1. Vektori i skalari
- 1.2. Brzina
  - 1.2.1. Vektor brzine
  - 1.2.2. Trenutačna brzina
- 1.3. Pravocrtno gibanje
  - 1.3.1. Grafički prikaz pravocrtnog gibanja
  - 1.3.2. Jednoliko pravocrtno gibanje
- 1.4. Promjena brzine u vremenu
  - 1.4.1. Jednoliko ubrzano gibanje
  - 1.4.2. Ubrzano i usporeno gibanje uz početnu brzinu





Učenje fizike obično počinje pojmom gibanja. Učbenici najčešće navedu brojne primjere gibanja, utvrde da je gibanje sveprisutno i relativno te eventualno sve to sažmu u definiciju "gibanje je promjena položaja u vremenu". Pod položajem se misli na mjesto koje tijelo može zauzeti u prostoru, u odnosu na drugo tijelo.

I ovaj će udžbenik dijelom slijediti tu tradiciju. No prije nego što krenemo s primjerima gibanja i nastavimo priču opisima puta, brzine i ubrzanja, zadržimo se nakratko na pojmovima prostora i vremena. Njihove definicije nećete naći u početnicama fizike. Ne zato što ti pojmovi nisu važni. Naprotiv, iznimno su važni, možda najvažniji u čitavoj fizici.

Nećete ih naći zato što uopće ne postoje. U redu, postoji obilje filozofskih misli o prostoru i vremenu, ali nijedna od njih ne opisuje u potpunosti fizikalni prostor i vrijeme. Postoje mnoge definicije matematičkih prostora, no samo su neke od njih u posebnim situacijama približni opisi stvarnog fizikalnog prostora. Nije li to absurdno? To su najvažniji pojmovi, a ne znamo ih objasniti. Reklo bi se da ih u potpunosti ne razumijemo. I to nije daleko od istine.

Fizičari zapravo uopće ne definiraju prostor i vrijeme. Umjesto toga oni ih mijere. Albert Einstein, jedan od najvećih fizičara u povijesti čovječanstva, mnogo je razmišljao o temeljnim pojmovima prostora i vremena. Njegova specijalna teorija relativnosti doslovno je promjenila svijet. Što se tiče vremena, Einsteinova radna definicija bila je "vrijeme je ono što čitamo na satu".

Ipak, danas se o prostoru i vremenu mnogo toga zna. Primjerice, zna se da prostor i vrijeme nisu apsolutni – neovisni o opažaču – kako je mislio Newton, nego su relativni. Također, prostor i vrijeme nisu međusobno neovisni, nego su povezani.

To jedinstvo opisujemo pojmom prostor-vrijeme. Moguće je da postoji više od triju prostornih dimenzija. Prostor nije statičan, nego se širi. Ne postoji potpuno prazan prostor. I ono najčudnije – čini se da na vrlo maloj skali sam prostor-vrijeme ima strukturu, slično kao što tvar ima atomsku strukturu. No sva su ova egzotična svojstva prostora i vremena daleko izvan opsega udžbenika. Navedena su samo kao primjer složenosti prostora i vremena. Dakle, ove temeljne pojmove fizike ne definiramo, ali ne zato što su prejednostavni, kao što se obično misli, nego zato što su previše složeni.

Na početku učenja nemamo drugog izbora do krenuti od osobnih iskustvenih predodžbi prostora i vremena. Valja, međutim, imati na umu da su prostor i vrijeme iznimno važni i vrlo složeni pojmovi te da ih u fizici ne definiramo, nego ih mjerimo.

## Ključni pojmovi



- gibanje
- referentni sustav
- skalar
- vektor
- put
- pomak
- brzina
- akceleracija



1.1-1

Automobil se giba ispred pješaka koji miruje

### 1.1. Pojam gibanja

**Gibanje** je mijenjanje položaja jednog tijela u odnosu na neko drugo tijelo. Pritom je važan zadnji dio ove rečenice – u odnosu na drugo tijelo. Primjerice, vozeći se u automobilu s prijateljicom, ne gibamo se u odnosu na nju, ali gibamo se u odnosu na pješaka koji stoji uz rub ceste (slika 1.1-1). Kažemo da se gibamo relativno u odnosu na nešto.

Gibanje je mijenjanje položaja tijela u odnosu na drugo tijelo.

Vidimo da je pojam gibanja relativan – ovisi o tome u odnosu na koga se odvija to gibanje. Zato je pri proučavanju gibanja nužno izabrati neko izdvojeno područje ili mjesto (automobil, sobu, površinu stola, brod ili biljarski stol) u kojem mjerimo sve promjene položaja tijela. To ćemo mjesto zvati **referentni sustav**.

U njega smještamo onaj poznati koordinatni sustav iz matematike. On služi za opis položaja tijela i za opis promjena njihovih položaja. Važan je i zato što nam omogućava precizan opis fizikalne situacije. Kada kažemo da je netko od nas udaljen dva metra, tada je on negdje u krugu od dva metra i mi ne možemo doći do njega zatvorenih očiju. Ali ako dobijemo uputu – dva metra ravno naprijed ili dva metra nadesno, tada znamo kuda krenuti. To nas odmah vodi na zaključak: položaj tijela nije sasvim jednostavna veličina pa tako ni gibanje u odnosu na to tijelo. Moramo, osim o udaljenosti, kazati nešto i o smjeru.

Veličine za čiji opis ne trebamo samo veličinu (dva metra), nego i smjer (nadesno) i orientaciju (naprijed) nazivamo vektorima. Položaj tijela je vektor. Kada se tijelo giba u odnosu na naš referentni sustav, tada njegove pomake mjerimo u koordinatnom sustavu. Za potpuni nam je opis gibanja osim koordinatnog sustava potrebna i ura kojom mjerimo vrijeme. Ura miruje u odnosu na koordinatni sustav, a zajedno s njime čini referentni sustav.

Referentni sustav je odabранo tijelo u odnosu na koje opisujemo položaj drugih tijela. Općenito, referentni sustav uključuje koordinatni sustav i uru kojom mjerimo vrijeme.

### Primjer 1

U rokovniku možemo pročitati podatke: udaljenost od Rijeke do Beča je 510 km, a od Rijeke do Trsta je 70 km. Razmislite malo o uporabivosti tih podataka, a zatim pročitajte donji tekst.

#### Rješenje:

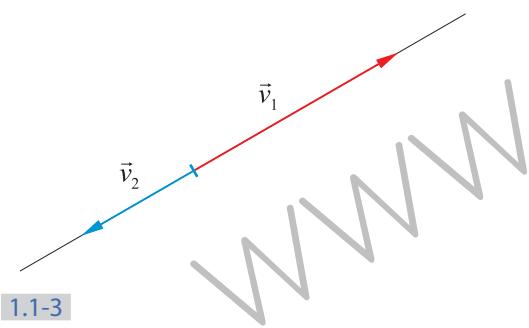
Podaci su važni ako želimo procijeniti, primjerice, koliko ćemo goriva potrošiti ako vozimo do Beča, a koliko do Trsta. Ali podaci nas mogu navesti i na krivi zaključak: "Odlično, putem do Beča zaustaviti ćemo se u Trstu, jer je on bliže pa ćemo prvo stići do njega. Poslije nastavljamo do Beča." Jasno, to je razmišljanje pogrešno, jer podaci ne sadrže smjerove. Položaji Beča i Trsta su vektori.

Osim njihove veličine, koju u fizici ili matematici nazivamo *iznosom vektora*, moramo zadati i *smjer*. Potrebno je znati da ćemo do Beča stići krenemo li na sjever, a ako idemo na zapad, stići ćemo do Trsta. Zadali smo i iznos i smjer. Odredili smo vektore položaja. Koliko nam je vremena potrebno za putovanja? To je povezano s brzinom, o čemu ćemo govoriti u nastavku poglavljia.



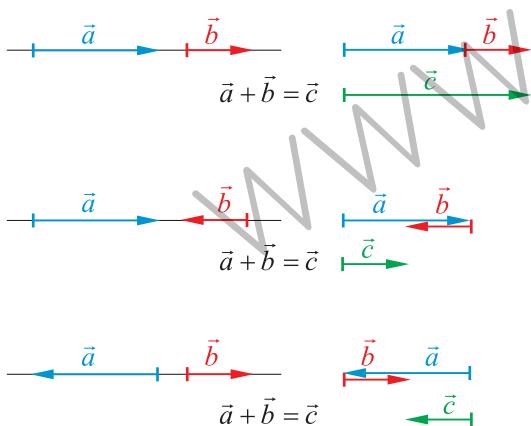
1.1-2

- a) Broj bobica u voću je skalarna veličina  
 b) Dječak pokazuje u kojem smjeru i koliko daleko treba ići. Određuje pomak, koji je vektorska veličina.



1.1-3

Dva vektora na istom pravcu koji određuju njihov smjer. Orientacija određuje kamo gledaju vektori: vektor  $\vec{v}_1$  pokazuje "nadesno gore", a vektor  $\vec{v}_2$  "nalijevo dolje".



1.1-4

Zbrajanje kolinearnih vektora koji leže na istom pravcu

### 1.1.1. Vektori i skalari

Veličine za čije potpuno određenje trebamo samo jedan brojčani podatak, iznos, zovemo **skalari**. Takve su veličine primjerice temperature, količina vode u posudi ili širina rijeke pa za njih kažemo da su skalarne veličine.

**Skalar je veličina opisana samo iznosom.**

Međutim, neke veličine osim iznosa za potpuno određenje zahtijevaju i podatak o smjeru. Ako igrač potriči iz središta igrališta i trči 10 sekundi brzinom od  $5 \text{ ms}^{-1}$ , ne znamo točno gdje ćemo ga naći. Znamo samo da se 50 m udaljio od polazišta. Za točno određenje moramo znati smjer brzine, primjerice "nadesno, prema golu" ili "ukoso, prema zastavici". Prema tome, brzini moramo nekako zadati i smjer pa kažemo da je brzina vektorska veličina. Time uvodimo **vektore**, odnosno veličine koje su određene iznosom, smjerom i orijentacijom.

**Vektor je veličina opisana iznosom, smjerom i orijentacijom.**

Smjer vektora određuje pravac na kojem "leži" vektor, a moramo zadati i njegovu orijentaciju na tom pravcu. Na slici 1.1-3 nalaze se dva vektora istog pravca, ali suprotne orijentacije.

Vektore najčešće označavamo strelicom iznad simbola, poput  $\vec{v}$ ,  $\vec{F}$ ,  $\overrightarrow{AB}$  itd. Kadak ih označavamo samo uspravnim masnim slovima, poput **v** ili **F**. Mi ćemo za označke vektora rabiti strelice, a za njihove iznose jednostavno simbol bez strelice, poput  $v$  ili  $F$ , iako kadak iznos pišemo i  $|\vec{v}|$  ili  $|\vec{F}|$ . Nadalje, uobičajeno je vektore većih iznosa nacrtati dulje od vektora manjih iznosa, vodeći računa o njihovoj relativnoj veličini. Primjerice, na slici 1.1-3 je  $v_1 = 2v_2$ , odnosno iznos vektora  $\vec{v}_1$  dvostruko je veći od iznosa vektora  $\vec{v}_2$  pa su na taj način i vektori (strelice koje ih prikazuju) i nacrtani.

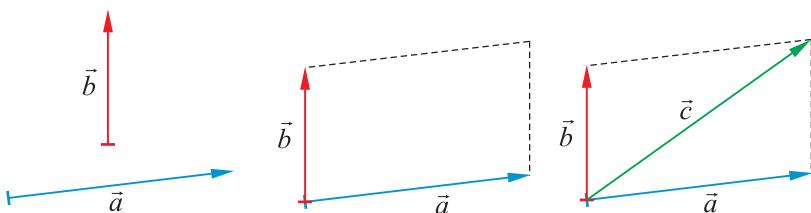
Vektore koji leže na istom pravcu nazivamo kolinearnim vektorima. Takođe su vektori na slici 1.1-4. Vektori  $\vec{a}$  i  $-\vec{a}$  su kolinearni vektori, istog iznosa, ali suprotne orijentacije.

#### Zbrajanje vektora

Vektori se mogu međusobno zbrajati te množiti skalaram. Zbroj dvaju vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  jednostavno se piše ovako:

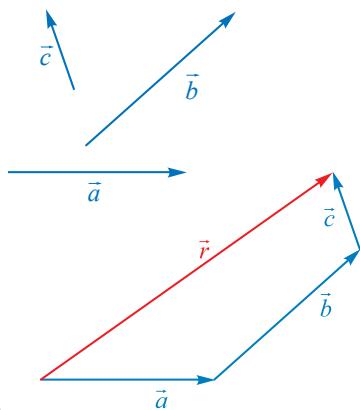
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c},$$

pri čemu vektor  $\vec{c}$  nazivamo rezultantnim vektorom. Ako su vektori kolinearni, tada rezultantni vektor  $\vec{c}$  crtanjem nalazimo tako da vektor  $\vec{b}$  "dokližemo" po pravcu i na kraj vektora (kraj vektora je točka sa strelicom)



1.1-5

Zbrajanje nekolinearnih vektora pravilom paralelograma



1.1-6

Zbrajanje više nekolinearnih vektora pravilom poligona

$\vec{a}$  "pričvačimo" početak vektora (početak vektora je točka bez strelice)  $\vec{b}$ . Vektor  $\vec{c}$  počinje na početku vektora  $\vec{a}$  i završava na kraju vektora  $\vec{b}$ .

Ako vektori nisu kolinearni, tada ih zbrajamo tako da "dokližemo" vektore po njihovim prvcima tako da njihove početne točke – njihova hvatišta – dovedemo u zajedničku točku. Tada "po pravilu paralelograma", kroz kraj prvog vektora (vektor  $\vec{a}$  na slici 1.1-5) povučemo pravac paralelan s drugim vektorm (vektorom  $\vec{b}$ ), a zatim kroz kraj drugog vektora povučemo pravac paralelan s prvim vektorm. Rezultantni vektor  $\vec{c}$  je dijagonalna takao nacrtanog paralelograma: hvatište rezultante je u zajedničkom hvatištu (ishodištu), a kraj je u drugom vrhu paralelograma.

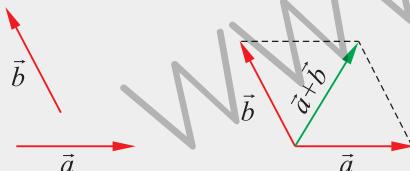
Ako moramo zbrojiti više od dva vektora, možemo ići postupno pa zbrojiti dva i njihovo rezultanti dodati sljedeći vektor itd. Međutim, zbrajanje možemo provesti i tako da vektore jednostavno vežemo "u poligon", kako je prikazano na slici 1.1-6.

## Primjer 2

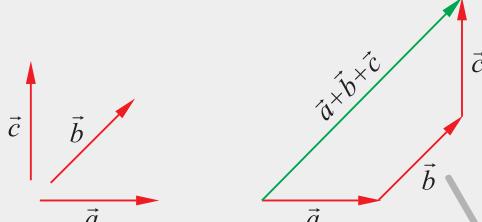
Odredite zbroj vektora (rezultantu) na donjim slikama.

### Rješenje:

Primjenom pravila paralelograma u slučaju (a) i pravila poligona u slučaju (b) lako je dobiti tražene rezultante.



a) pravilo paralelograma

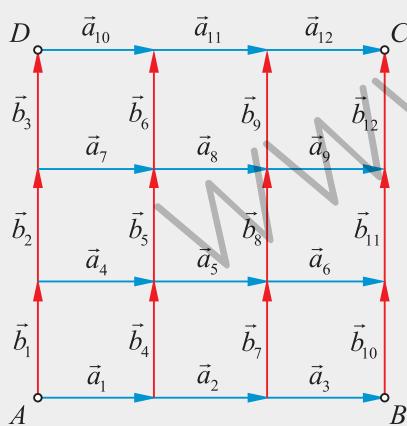


b) pravilo poligona

Rješite zadatak na obrnuti, nešto teži, način: pravilom poligona u slučaju (a) i pravilom paralelograma u slučaju (b).

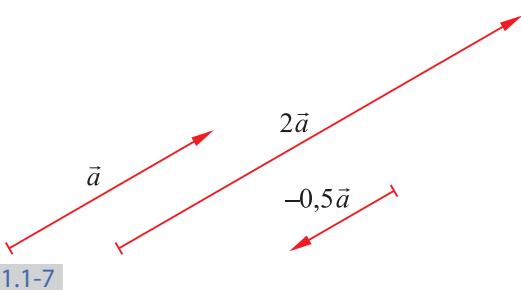
## Primjer 3

Uzmimo polje za igru "križić-kružić", prema slici. Svakoj stranici pridružen je vektor koji pokazuje ili nadesno (vektori  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots$ ) ili nagore (vektori  $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \dots$ ). Nadite rezultantu – zbroj svih vektora.



### Rješenje:

Zadatak možemo riješiti na mnogo načina. Jedan od jednostavnijih je tako da uočimo da prvo možemo zbrojiti kolinearne vektore prvog donjeg horizontalnog retka  $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3$  i dobiti vektor  $\overrightarrow{AB}$ . Isto možemo napraviti s prvim vertikalnim stupcem, tj.  $\vec{b}_1 + \vec{b}_2 + \vec{b}_3 = \overrightarrow{AD}$ . Zbroj vektora  $\overrightarrow{AB}$  i  $\overrightarrow{AD}$  dat će vektor  $\overrightarrow{AC}$ . Zatim sve ponovimo s drugim horizontalnim retkom odozdo, tj.  $\vec{a}_4 + \vec{a}_5 + \vec{a}_6$  i s drugim vertikalnim stupcem  $\vec{b}_4 + \vec{b}_5 + \vec{b}_6$ . Taj postupak daje još jedan vektor  $\overrightarrow{AC}$  po pravilu paralelograma. Sve to ponovimo još dva puta pa ćemo dobiti konačni zbroj svih vektora, koji je jednak  $4\overrightarrow{AC}$ . Svakako, to nije jedini način na koji je moguće riješiti taj problem. Možemo, primjerice, uočiti da je  $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a}_3 = \dots = \vec{a}_{12} \equiv \vec{a}$  (svi plavi vektori su isti pa smo ih nazvali jednim imenom  $\vec{a}$ ). Isto tako  $\vec{b}_1 = \vec{b}_2 = \vec{b}_3 = \dots = \vec{b}_{12} \equiv \vec{b}$ . Konačno, rezultantu možemo pisati kao  $12(\vec{a} + \vec{b})$ .



Množenje vektora skalarom: vektor  $\vec{a}$  prvo je pomnožen s 2, a zatim s  $-\frac{1}{2}$ .

### Množenje vektora skalarom

Rezultat množenja vektora skalarom je ponovno vektor. Tako primjerice, množenjem vektora  $\vec{a}$  brojem dva dobijemo novi vektor  $\vec{b}$  čiji je iznos dvostruko veći od iznosa vektora  $\vec{a}$ . To pišemo:  $2\vec{a} = \vec{b}$ . Općenito,  $k\vec{a}$  je vektor čiji je iznos  $ka$ , a orijentacija ovisi o skalaru  $k$ . Ako je  $k$  pozitivan broj, tada je orijentacija vektora  $k\vec{a}$  jednaka orijentaciji vektora  $\vec{a}$ . Ako je  $k$  negativan broj, orijentacija vektora  $k\vec{a}$  je suprotna orijentaciji vektora  $\vec{a}$ .

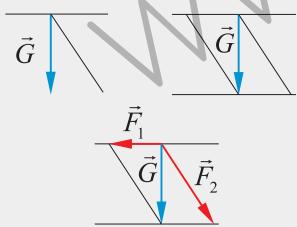
### Rastavljanje vektora na komponente

Vrlo je važno u nizu fizikalnih situacija znati rastaviti neki vektor na komponente u zadanim smjeru, odnosno iz rezultante dobiti one vektore čiji je zbroj dao tu rezultantu. Pri tom postupku valja ići unatrag po pravilu paralelograma, vodeći računa o tome da je zadani vektor dijagonalna paralelograma čije su stranice vektori koje želimo odrediti. Za bolje razumijevanje, dobro proučite sljedeće primjere.

Dok je zbroj vektora jedinstven (postoji samo jedan rezultantni vektor), rastavljanje vektora na komponente to nije (postoji bezbroj načina na koje se može izvesti).

### Primjer 4

Rastavite vektor  $\vec{G}$  na dvije komponente koje leže na prvcima nacrtanima na slici.

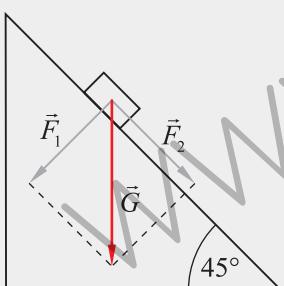


#### Rješenje:

Prema pravilu paralelograma,  $\vec{G}$  je rezultantni vektor koji predstavlja dijagonalu paralelograma čije stranice leže na utvrđenim prvcima. Prema tome, kroz kraj vektora  $\vec{G}$  vučemo paralele sa zadanim prvcima i u presjecisu dobivamo vrhove paralelograma, odnosno dobili smo vektore  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$ , zbrajanjem kojih se dobiva vektor  $\vec{G}$ .

### Primjer 5

Rastavite vektor  $\vec{G}$  na dvije komponente,  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$ , prema slici. Iz geometrijskih odnosa izračunajte iznose vektora  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  ako je iznos vektora  $\vec{G}$  jednak 20,0 jedinica.

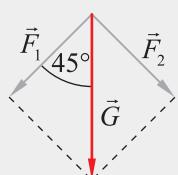


#### Rješenje:

Vektor  $\vec{G}$  rastaviti ćemo na komponente tako da konstruiramo paralelogram na način opisan u tekstu. Zbog zadanih geometrijskih odnosa, problem se svodi na jednostavan račun u kvadratu, prema slici. Komponenta  $\vec{F}_1$  je stranica kvadrata čija je dijagonalna vektor  $\vec{G}$ , a komponenta  $\vec{F}_2$  je druga stranica kvadrata. Iz Pitagorina poučka slijedi:

$$G^2 = F_1^2 + F_2^2$$

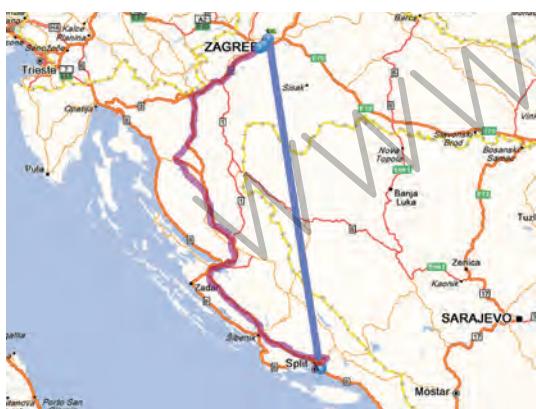
$$G = F_1 \sqrt{2} \Rightarrow F_1 = \frac{G}{\sqrt{2}} = 14,1 \text{ jedinica.}$$



Za zadatu vrijednost vektora  $\vec{G}$  iznosi vektora  $\vec{F}_1$  i  $\vec{F}_2$  su 14,1 jedinica. Valja odmah uočiti da ne vrijedi skalarno  $G = F_1 + F_2$ , ali vrijedi vektorski  $\vec{G} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ .



Galileo Galilei (1564. – 1642.), talijanski astronom i fizičar, prije 400 godina, 1609. godine, prvi je uperio teleskop u nebo te otkrio planine na Mjesecu i četiri Jupiterova mjeseca. Bio je to početak moderne astronomije te je stoga 2009. godina proglašena Međunarodnom godinom astronomije. Podupro je Kopernikov heliocentrični sustav, čime je započeo razvoj moderne znanosti.



## Mjerna jedinica za udaljenost

Opisivanje položaja predmeta ili mjesta uključuje brojčani podatak (npr. 560), ali i jedinicu za udaljenost (npr. km), kao u primjeru 1. Mi ćemo za udaljenost, razmak, iznos pomaka i duljinu koristiti jedinicu metar. Njezin znak je m.

S obzirom na to da je nespretno kazati da je Beč udaljen 560 000 metara ili da je udaljenost od Zemlje do Sunca 150 000 000 000 metara, bilo je praktično uzeti prefiks kilo, dodati ga na metar i dobiti kilometar, odnosno 1000 metara. Jednako je nespretno mjeriti debljinu daske iverice metrima. Stoga su ljudi smislili prefiks mili, dodati ga na metar i dobiti je milimetar, odnosno jedna tisućinka metra pa je iverica debela 25 mm, 25 tisućinki metra. U dodatku ovog udžbenika možete naći niz zanimljivih podataka o mjerama i zapisima brojeva (tablica 4, Dodatak).

Jasno je da su svi gornji podaci dobiveni u postupku mjerjenja. Znanost u današnjem, modernom smislu počela je kad su ljudi počeli eksperimentirati, izvoditi pokuse u kojima su mjerili. Povjesničari taj "trenutak" smještaju negdje na početak 16. stoljeća. Bez pokusa nema fizike ni znanosti, a bez mjerjenja nema pokusa. Stoga je važno znati mjeriti fizikalne veličine – razmake, udaljenosti, pomake, mase, vremena, jakosti polja, intenzitete itd.

Podaci o udaljenostima gradova zapravo sadržavaju podatak o cestovnim udaljenostima. Naime, ceste krivudaju pa moramo razlikovati cestovne udaljenosti od onoga što se često u svakodnevnom govoru zove zračna linija. Duljina koju tijelo prijeđe, prijeđeni **put**, nije ujedno i najmanji razmak.

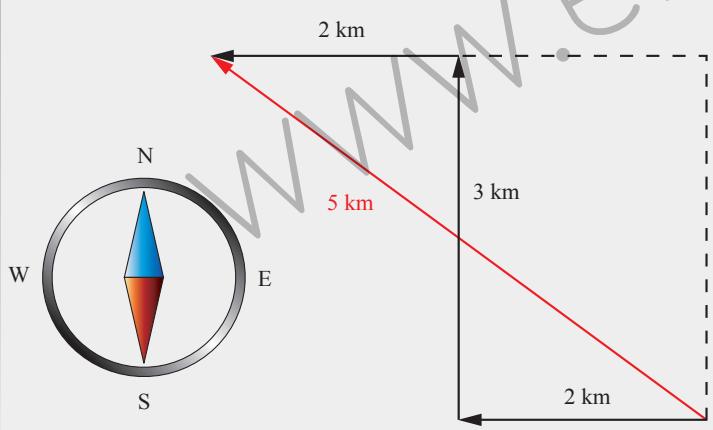
**Put je skalar koji opisuje ukupnu duljinu koju tijelo prijeđe.**

1-1.8

Crvenom bojom prikazan je put, a plavom pomak od Zagreba do Splita

## Primjer 6

Čovjek hoda 2 km u smjeru zapada, zatim 3 km prema sjeveru te ponovno 2 km na zapad. Koliki je ukupno prijeđeni put? Koliko iznosi ukupni pomak?



### Rješenje:

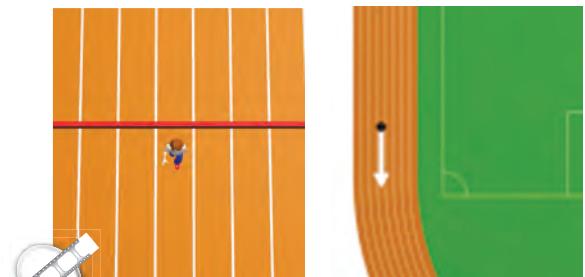
Ukupni put je zbroj svih prijeđenih putova:

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = 2 \text{ km} + 3 \text{ km} + 2 \text{ km} = 7 \text{ km}.$$

Pomak je vektorska veličina. Osim iznosa, važan je njegov smjer. Prvi i treći pomak, oba u smjeru zapada, su vektori koji leže na usporednim pravcima pa ih zbrajamo poput skalara. Ukupni pomak u smjeru zapada je 4 km. Ukupni pomak prema sjeveru je 3 km. Kako su smjerovi sjevera i zapada međusobno okomiti, zadatak se svodi na pronalaženje hipotenuze pravokutnog trokuta čije su katete 3 km i 4 km:

$$d = \sqrt{(3 \text{ km})^2 + (4 \text{ km})^2} = \sqrt{25 \text{ km}^2} = 5 \text{ km}.$$

## Vektor pomaka



1.1-9

Gledan s velike visine, dječak koji trči na atletskoj stazi odgovara materijalnoj točki

U fizici zato uvodimo pomak kao najmanju udaljenost od jednog do drugog mjesto. Ako krenemo iz mesta A i krivudajući cestom dođemo do mesta B, tada smo prevalili put jednak duljini krivudavih cesta. Razmak između mesta A i B je put koji bi ptica preletjela leteći ravno, bez skretanja, zračnom linijom. Taj razmak je određen početnom i konačnom točkom pa govorimo o vektoru pomaka koji započinje u A i završava u B. Njegova je duljina jednaku duljini zračne linije, dakle ravne spojnica. Govorimo o iznosu vektora pomaka.

Umjesto prijeđenog puta, koji u našim primjerima predstavlja duljinu putanje, možemo uvesti **pomak**. Naime, automobil je, primjerice, mogao krivudati cestom i prevaliti kilometre od početnog do konačnog položaja, a da se pri tome baš i nije jako udaljio od položaja A. Također, trkač na 400 m (sjetimo se da puni krug atletske staze upravo ima duljinu 400 metara) nakon što pretrči cijeli krug postigne pomak jednak nuli, jer se vratio na početnu točku, a pomak upravo definiramo kao udaljenost od početne do konačne točke pri gibanju. Pomak je po iznosu jednak toj udaljenosti, a po smjeru pokazuje od početnog prema konačnom položaju pa vidimo da je pomak vektorska veličina, odnosno govorimo o vektoru pomaka.

**Pomak je vektor koji opisuje promjenu položaja u odnosu na prethodni položaj.**

Na slici 1.1-9 i na animaciji vidimo da malog trkača na atletskoj stazi možemo shvatiti kao točkasto tijelo, materijalnu točku kojoj određujemo položaj, pomak i brzinu. Gledajući s velike visine, vidimo samo malu točku koja se giba. Općenito, kad u fizici razmatramo gibanje tijela čija je veličina zanemariva u odnosu na veličinu prostora u kojem se tijelo giba, govorimo o materijalnoj točki. Primjerice, materijalna točka može biti i zvijezda.

### Primjer 7

Neka je naš referentni sustav šahovska ploča. Na ploči postavimo koordinatni sustav tako da osi budu položene duž stranica ploče. U donjem lijevom crnom polju, koje šahisti zovu a1, nalazi se top. On se po šahovskim pravilima može kretati samo gore-dolje i lijevo-desno, a ukoso se može kretati primjerice lovac. Ako top odluči doći do krajnjeg gornjeg desnog crnog polja (h8), izračunajmo njegov vektor pomaka ako je duljina jednog polja 10 cm. Potrebno je izračunati najmanji prijeđeni put do tog pomaka i još jedan mogući put. Uočite da ima, možemo slobodno reći, bezbroj putova, odnosno načina da se dođe od a1 do h8!



#### Rješenje:

Pomak je vektor čiji je iznos jednak udaljenosti od početne do konačne točke – položaja. Ovdje se radi o duljini dijagonale kvadrata. Šahovska ploča ima osam puta osam polja. Obje su stranice – katete jednakokračnog trokuta jednake 80 cm. Iznos vektora pomaka je po Pitagorinu poučku jednak dijagonalni kvadrata, što iznosi:

$$D = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} = 113 \text{ cm} .$$

Vektor pomaka  $\vec{D}$  potrebno je nekako slikovito opisati: on se pruža od mesta "lijevo-dolje" prema mjestu "desno-gore" pod kutom od  $45^\circ$ . Top će učiniti najmanji put tako da ide udesno osam polja i osam polja prema gore ili obratno: prvo gore, a zatim desno. Tako će njegov minimalni prijeđeni put biti 160 cm, a pomaknut će se za 113 cm. Drugi način za postizanje istog vektora pomaka je, na primjer, otići osam polja desno, zatim jedno polje gore, osam polja lijevo, jedno polje gore i tako dalje, sve dok ne dođe do konačnog polja i postigne, nakon iscrpljujućeg putovanja, isti vektor pomaka iznosa 113 cm.

## 1.2. Brzina



1.2-1

Utrka automobila

### Napomena

Vrijeme mjerimo u sekundama (oznaka s), minutama (oznaka min) ili satima (oznaka h).

Pri tom vrijedi:  $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600 \text{ s}$

$1 \text{ dan} = 24 \text{ h} = 1440 \text{ min} = 86400 \text{ s}$

Gibanje, odnosno promjena vektora položaja, odvija se u nekom vremenu, točnije, u nekom vremenskom intervalu. Kako ćemo doći od jednog do drugog mjesta i koliko ćemo vremena potrošiti ovisi o tome koliko se brzo gibamo.

Ako udaljenost od Vukovara do Đakova, koja iznosi 50 km, prijedemo za jedan sat, tada možemo reći da smo prosječno vozili **brzinom** od 50 kilometara na sat. Ako smo se požurili pa smo tu udaljenost prošli za četrdeset minuta, što je dvije trećine sata, moguće je izračunati da smo tada vozili brzinom od 75 kilometara na sat ( $75 \text{ kmh}^{-1}$ ). Do tih smo brzina došli tako da smo podijelili duljinu putanje  $s$  (50 km) s potrebnim vremenom  $t$  (1 sat,  $2/3$  sata), odnosno podijelili smo prijeđeni put s vremenskim intervalom. Rezultat tog računa je srednja brzina gibanja  $\bar{v}$  koju zapisujemo:

$$\bar{v} = \frac{s}{t}.$$

Ovdje smo crtom iznad oznake za brzinu uveli oznake za srednju vrijednost, što je uobičajeno u fizici. Gornja je relacija u potpunosti matematička pa iz nje možemo dobiti prijeđeni put kao  $s = \bar{v} \cdot t$ , odnosno vrijeme putovanja kao  $t = \frac{s}{\bar{v}}$ .

- Podaci o brzini dobiveni su samo kroz račun ukupnog prijeđenog puta i vremena potrebnog da se taj put prijeđe. Pri računu nismo uzimali u obzir veličinu automobila ni njegovu težinu, masu ili oblik, kao da se duž cijele putanje gibala mala kuglica, tzv. materijalna točka ili čestica. To pojednostavljenje uobičajeno je u fizici i često ćemo se njime služiti. Stoga govorimo o gibanju materijalne točke ili čestice.

### Jedinice za brzinu

Jedinicu za brzinu lako je dobiti iz matematičkog izraza (formule) koji je definira, dakle iz odnosa udaljenosti i vremena. Jedince za udaljenost (metar) i za vrijeme (sekunda) su osnovne, a jedinica za brzinu je izvedena, odnosno sastavljena od dviju osnovnih jedinica. U Međunarodnom sustavu jedinica, jedinica za brzinu je "metar u sekundi",  $\text{ms}^{-1}$ . Svakodnevno, primjerice pri vožnji automobilom, gotovo isključivo upotrebljava-mo jedinicu "kilometar na sat",  $\text{kmh}^{-1}$ . S druge strane, svaka jedinica koja izražava "udaljenost u vremenu" prihvataljiva je jedinica za brzinu. Primjerice, ako uzmemo jednu staru jedinicu za udaljenost – lakat – koji je jednak 0,666 metara, možemo izmisliti jedinicu poput "lakat na tjedan" i ta jedinica predstavlja vrlo neuobičajenu, ali ispravnu jedinicu za brzinu.

Pri pretvaranju jednih jedinica u druge potrebno je poznavati osnovne odnose:

$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \quad 1 \text{ s} = \frac{1}{3600} \text{ h},$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}, \quad 1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km}.$$

### Napomena

Mjerna jedinica za brzinu je

$\text{ms}^{-1}$  ili  $\text{m/s}$ .

Ta jedinica nema poseban naziv.

Zbog važnosti pretvaranja jedinica, proučite sljedeći opširniji primjer.

**Primjer 8**

Poznati su sljedeći podaci:

- a) brzina rakete Saturn, koja je odnijela niz svemirskih letjelica u svemir, bila je 3607 milja na sat (mi/h)  
 b) brzina rasta kose je  $3 \cdot 10^{-9} \text{ ms}^{-1}$ .

Izrazite te brzine u  $\text{kmh}^{-1}$  i lakat/dan. Poznato je da je: 1 mi = 1,609 km = 1609 m, 1 lakat = 0,666 m.

**Rješenje:**

a) Prema ranijem razmatranju, sada pišemo:



$$1 \text{ mi} = 1609 \text{ m} \text{ pa je}$$

$$1 \text{ m} = \frac{1}{1609} \text{ mi}$$

i računamo

$$3607 \frac{\text{mi}}{\text{h}} = 3607 \cdot \frac{1609 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \left( 3607 \cdot \frac{1609}{3600} \right) \text{ms}^{-1}.$$

Ovdje valja uočiti da je korisno uvijek napisati jedinice kao stvarni razlomak  $\frac{\text{mi}}{\text{h}}$ , njih pretvoriti i na kraju napisati željene jedinice na čitljiviji način, poput  $\text{ms}^{-1}$ . Nadalje, brzinu iz  $\text{ms}^{-1}$  pretvaramo u  $\text{kmh}^{-1}$  i zapisujemo:

$$1612 \text{ ms}^{-1} = 1612 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1612 \frac{\frac{1}{1000} \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}}.$$

Dobili smo dvojni razlomak. Podsjetimo se da se dvojni razlomci rješavaju tako da pomnožimo vanjski broj s vanjskim i napišemo rezultat u brojnik te pomnožimo unutarnji s unutarnim i taj rezultat napišemo u nazivnik. Tako dobijemo:

$$1612 \frac{3600 \text{ km}}{1000 \text{ h}} = \left( 1612 \cdot \frac{3600}{1000} \right) \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5803 \text{ kmh}^{-1}.$$

b) Prema zadnjem računu, za brzinu rasta kose pišemo:

$$3 \cdot 10^{-9} \text{ ms}^{-1} = 3 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \cdot 10^{-9} \frac{\frac{\text{km}}{1000}}{\frac{\text{h}}{3600}} = 3 \cdot 10^{-9} \frac{3600 \text{ km}}{1000 \text{ h}} = 1,1 \cdot 10^{-8} \text{ kmh}^{-1}.$$

Na sličan se način računa i dalje.

$$3 \cdot 10^{-9} \text{ ms}^{-1} = 3 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \cdot 10^{-9} \frac{\frac{\text{lakat}}{0,666}}{\frac{\text{dan}}{3600 \cdot 24}} = 3 \cdot 10^{-9} \frac{3600 \cdot 24 \text{ lakat}}{0,666 \text{ dan}} = 3,9 \cdot 10^{-4} \text{ lakat/dan}$$

Dobili smo vrlo neuobičajenu jedinicu za brzinu.

Važno je razumjeti kako je provedeno mjerjenje prijeđenog puta i odgovarajućeg vremena. Pogledajmo stoga primjer 9.

### Primjer 9

Vozač je u trenutku kretanja na put pogledao na pokazivač prijeđenih kilometara i pročitao podatak: 86 384 km. Sat je pokazivao 10 sati i 20 minuta. Kad je stigao na cilj, podaci su bili: 86 464 km te 11 sati i 10 minuta. Izračunajte kojom je srednjom brzinom vozio vozač.



#### Rješenje:

Podaci govore da je automobil već prije polaska prevalio 86 384 km pa označimo taj podatak sa  $s_1$ . Po dolasku na cilj neka je  $s_2 = 86 464$  km. Prijeđeni put označimo s  $\Delta s$  i računamo.

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 80 \text{ km}$$

Slično postupimo s vremenom:  $t_1 = 10$  sati i 20 minuta, a  $t_2 = 11$  sati i 10 minuta. Vrijeme putovanja, odnosno vremenski interval iznosi:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 50 \text{ minuta.}$$

Srednja je brzina prema ranijem izrazu:

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{80 \text{ km}}{50 \text{ min}} = 1,6 \frac{\text{km}}{\text{min}}.$$

Dobivena mjerna jedinica nije baš uobičajena (iako je vrlo zanimljiva), no taj rezultat uvijek možemo iskazati i poznatijim jedinicama. Ako znamo da je jedna minuta jednaka  $1/60$  sata, možemo lako dobiti:

$$\bar{v} = 1,6 \frac{\text{km}}{\text{min}} = 1,6 \frac{\text{km}}{\frac{1}{60} \text{ h}} = 1,6 \cdot 60 \text{ km/h} = 96 \text{ kmh}^{-1}.$$

Vrlo lako možemo približno izračunati vrijeme potrebno za dulja putovanja, ako računamo da nam je na dijelu puta kroz naselje brzina 1 km/min, a na autocesti 2 km/min.

### Napomena

U gornjem smo primjeru uveli vrlo čestu oznaku promjene  $\Delta$  (veliko grčko slovo delta) neke fizikalne veličine, koju računamo tako da od konačne vrijednosti  $x_2$  oduzmemos početnu vrijednost  $x_1$ :

$$\Delta x = x_2 - x_1.$$

Oznaku  $\Delta t$  već smo ranije nazvali vremenskim intervalom  $\Delta t = t_2 - t_1$ , a  $\Delta s$  je prijeđeni put,  $\Delta s = s_2 - s_1$ .

#### 1.2.1. Vektor brzine

S pomoću prijeđenog puta uveli smo (definirali) srednju brzinu  $\bar{v}$  materijalne točke. Slično kako smo došli do zaključka da pomak mora biti vektor, možemo zaključiti i da brzina mora biti vektor. Primjerice, podatak da smo hodali po pravcu jedan sat brzinom od 5 kilometara na sat kaže nam samo koliko smo se udaljili od početnog mesta, ali je konačno mjesto još vrlo neodređeno, sve dok ne dodamo podatak o smjeru kretanja, odnosno o smjeru brzine. Prema tome, o vektoru brzine možemo govoriti tako da ga definiramo kao omjer razlike vektora pomaka i vremenskog intervala za koji je taj pomak postignut.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$

Brzina je omjer promjene pomaka i promjene vremena.

## 1.2.2. Trenutačna brzina

Podatak o srednjoj brzini može biti vrlo praktičan, primjerice pri planiranju duljih putovanja. Planiramo li put od Splita do Praga, tad razmišljamo ovako: ako vozimo srednjom brzinom od  $95 \text{ kmh}^{-1}$ , za cijeli će nam put (1140 km) trebati ukupno vrijeme  $t = \frac{s}{\bar{v}} = \frac{1140 \text{ km}}{95 \text{ kmh}^{-1}} = 12 \text{ h}$ .



1.2-2

Brzinomjer u automobilu pokazuje trenutačnu brzinu

U tom je podatku uključeno i zaustavljanje pri plaćanju autoceste, kraći odmori, kupnja goriva, ali i vožnja po ravnom dijelu autoceste. Sve je to zatim moguće svesti na srednju brzinu od  $95 \text{ kmh}^{-1}$ . Međutim, u velikom broju fizikalnih situacija vrlo je važno znati kolika je brzina nekog tijela u određenom trenutku, na određenom mjestu. Primjerice, potrebno je znati kojom smo brzinom prošli pokraj policajca koji je mjerio brzinu našeg automobila. Prema ranijoj definiciji brzine, tu trenutačnu brzinu dobit ćemo tako da podijelimo pomak koji tijelo prijeđe u nekom trenutku s tim istim trenutkom. Problem je odrediti "trenutak" – koliko on traje? Taj pjesnički izraz (npr. "trenutak ushićenja") možemo pokušati zapisati ovako:

$$v(\text{trenutačna brzina}) = v = \left. \frac{\Delta s}{\Delta t} \right|_{\Delta t = \text{"trenutak}}} = \left. \frac{\Delta s}{\Delta t} \right|_{\Delta t \rightarrow 0}.$$

Znači, potrebno je izmjeriti pomak  $\Delta s$  za (beskrajno malen) vremenski interval  $\Delta t$ . Njihovim ćemo dijeljenjem dobiti trenutačnu brzinu.

Ako mjerimo brzine tijela na različitim dijelovima puta i ustanovimo da bez obzira na to gdje mjerimo pomake uvijek dobijemo isti rezultat brzine te da se ona ne mijenja ni po smjeru ni po iznosu, kažemo da je srednja brzina jednaka trenutačnoj brzini i vrijedi:

$$\bar{v} = v = \frac{s}{t}.$$

## 1.3. Pravocrtno gibanje

Ako je putanja kojom se tijelo giba pravac, tada govorimo o pravocrtnom gibanju ili gibanju po pravcu. Dakle, ovisno o obliku putanje, gibanja možemo podijeliti na pravocrtno gibanje, na kružno gibanje (putanja je kružnica), parabolično gibanje (gibanje po paraboli) ili općenito, gibanje po nekoj krivulji.

Položaj tijela pri pravocrtnom gibanju lako možemo prikazati u koordinatnom sustavu jer nam je potreban samo jedan pravac: tijelo se može gibati samo lijevo-desno ili gore-dolje itd.

Gibanje pri kojem se brzina s vremenom mijenja nazivamo nejednolikim gibanjem, a gibanje pri kojem se brzina s vremenom ne mijenja nazivamo jednolikim gibanjem. Pogledajmo primjer 10, koji opisuje jedan pojednostavljen slučaj nejednolikog gibanja po pravcu.