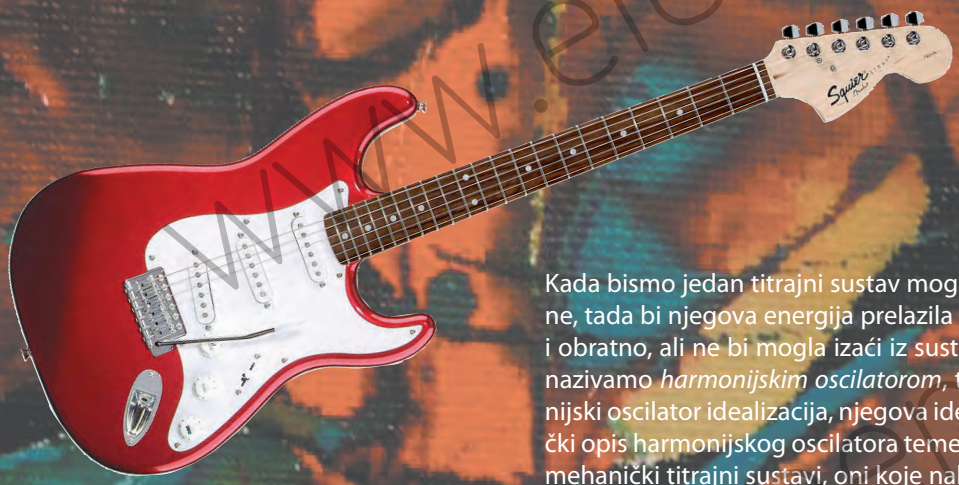
Poglavlje

1 Titranje

Fizika istražuje prirodu, a u prirodi ništa ne miruje, sve se giba. Stoga je jedan od osnovnih pojmova u fizici *gibanje* – promjena položaja u vremenu. Još je starogrčki filozof Heraklit bio svjestan stalnih promjena oko sebe. Poznata je njegova izreka: *"panta rhei"*, što znači "sve teče". Mnogi su književnici kasnije ponavljali tu misao. Primjerice, hrvatski pjesnik Petar Preradović napisao je "Stalna na tom svijetu samo mijena jest".

Mnoga gibanja u prirodi *periodički* se ponavljaju u vremenu. Takvu vrstu gibanja nazivamo titranjem. Titraju ljuljačke na dječjim igralištima, žice violina i gitara, membrane zvučnika i mikrofona, listovi na vjetru, krila zrakoplova, električni naboji u vodičima spojenima na gradsku mrežu i kvarcni kristali u ručnim satovima. Titraju svi atomi tvari koja nas okružuje, uključujući i atome u nama samima.



Kada bismo jedan titrajni sustav mogli u potpunosti odvojiti od okoline, tada bi njegova energija prelazila samo iz kinetičke u potencijalnu i obratno, ali ne bi mogla izaći iz sustava. Takav zamišljeni sustav, koji nazivamo *harmonijskim oscilatorom*, titrao bi zauvijek. Iako je harmonijski oscilator idealizacija, njegova ideja iznimno je korisna. Matematički opis harmonijskog oscilatora temelj je svih titrajnih sustava. Stvarni mehanički titrajni sustavi, oni koje nalazimo u prirodi, "gube" energiju, odnosno njihova energija s vremenom prelazi u okolni prostor. Takve titrajne sustave nazivamo *prigušenima*. Oni s vremenom titraju sve slabije te se na kraju zaustave.

Ako ne želimo da titranje oslabi i prestane, tada u titrajni sustav moramo neprestano dodavati energiju, moramo imati vanjski izvor kojim prisiljavamo sustav da dalje titra. Zato takvo titranje nazivamo *prisilnim titranjem*. Posebno zanimljiv slučaj prisilnog titranja je onaj pri kojem periodična vanjska sila ima frekvenciju jednaku vlastitoj frekvenciji sustava. Tada dolazi do fascinantne pojave koju nazivamo *rezonancijom*. Energija koja se kod prisilnog titranja prenosi na okolinu uzrokuje titranje u okolini. Pri povoljnim okolnostima energija titranja putuje sve dalje. Titranje koje se *širi kroz prostor* nazivamo valom, no to je tema idućeg poglavlja.

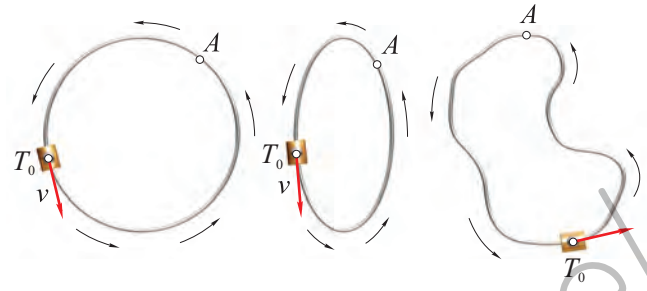
1.1. Periodično gibanje

Ključni pojmovi

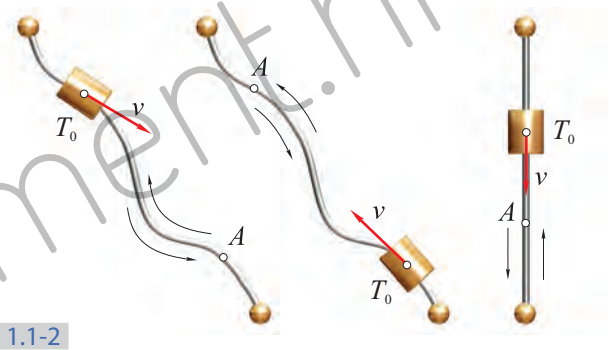
- periodično gibanje
- titranje
- period
- titraj
- njihaj
- elongacija
- amplituda
- oscilator
- mehanički oscilator
- svojstvena frekvencija
- slobodno titranje
- harmonijski oscilator
- harmonijsko titranje
- elastična sila
- matematičko njihalo
- prigušeno titranje
- prisilno titranje
- rezonancija

Jedna od prvih pravilnosti u prirodi koju su naši davni preci zapazili bilo je gibanje koje se ponavlja. Sunce izlazi i zalazi svaki dan, faze Mjeseca ponavljaju se svaki mjesec, godišnja se doba ponavljaju svake godine i noćno se zvjezdano nebo mijenja u skladu s godišnjim dobima. Iz ovih se ponavljanja moglo vidjeti da su neke pojave u prirodi predvidljive. Potpuno krivi zaključak, koji se, nažalost, održao do današnjih dana, bio je da se pojedinačne ljudske sudbine mogu predvidjeti na temelju promatranja nebeskih objekata. Takvo vjerovanje nazivamo astrologijom. Grčki filozof Tales iz Mileta došao je do mnogo boljeg zaključka. On je smatrao da je "svijet ljudskom umu spoznatljiv". Promatranjem prirode ne možemo predvidjeti pojedinačne ljudske sudbine, nego možemo spoznati principe po kojima je svijet ustrojen. Ta se ideja pokazala genijalnom te je pokrenula razvoj *astronomije* i *fizike* te općenito *znanosti*.

Dugo se smatralo da sva ponavljajuća gibanja nebeskih objekata moraju biti kružna. Kružnica se smatrala savršenom pa je bila primjerena nebeskim pojavama. Početkom 17. stoljeća Kepler je otkrio da putanje planeta ne moraju biti kružnice. Većina planeta giba se po elipsama, "izduženim kružnicama". Zapravo, putanja tijela čije se gibanje ponavlja može biti bilo kakva zatvorena krivulja. Nakon određenog vremena tijelo prolazi kroz istu točku, kao na slici 1.1-1. Štoviše, gibanje s ponavljanjem može se ostvariti i po otvorenoj krivulji (slika 1.1-2). I u tom slučaju tijelo nakon određenog vremena prolazi kroz istu točku. Općenito, svako gibanje koje se nakon nekog vremena ponavlja nazivamo **periodičnim gibanjem**. U nastavku poglavlja razmotrit ćemo dva najjednostavnija slučaja: periodično gibanje po kružnici i periodično gibanje po pravcu.



1.1-1
Periodično gibanje po zatvorenim krivuljama



1.1-2
Periodično gibanje po otvorenim krivuljama

Napomena

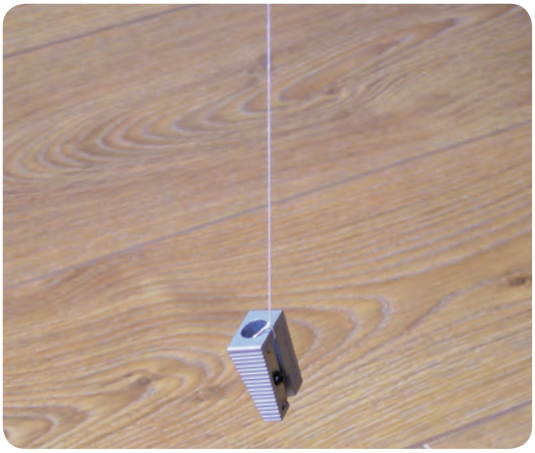
***f* ili *v*?**

Uobičajeni znak za frekvenciju je *f*. No, ponekad se koristi i *v* (grčko slovo NI). I jedno i drugo je dobro. Valja znati da je izbor uobičajenog znaka samo stvar dogovora.

Periodično gibanje je gibanje koje se ponavlja nakon nekog vremena.

Najjednostavniji oblik periodičnog gibanja je periodično gibanje po dijelu pravca. Takvo gibanje nazivamo **titranjem**. U širem smislu, titranje je svako gibanje po dijelu krivulje, primjerice gibanje po dijelu kružnice. Tijelo koje titra na pravcu giba se po istom pravcu naprijed-natrag, gore-dolje ili lijevo-desno. Vrijeme nakon kojeg se gibanje ponavlja, točnije *vremenski interval* nakon kojeg se gibanje ponavlja, nazivamo **periodom**. Recipročna vrijednost perioda T je *frekvencija*.

$$f = \frac{1}{T}$$



1.1-3

Niz jednostavnih pokusa iz periodičnog gibanja moguće je izvesti uz pomoć malog predmeta koji titra obješen na tanku nit

Titranje je periodično gibanje po dijelu pravca ili kružnice.

Period je vrijeme nakon kojeg se gibanje ponavlja.

Jedinica SI za period je sekunda (s), a za frekvenciju herc (Hz). Za matematički opis titranja korisno je još definirati *kružnu frekvenciju* ili *kutnu brzinu* ω, kao umnožak frekvencije f i punog kuta u radijanima, 2π.

$$\omega = 2\pi f$$

Dio titranja koji traje točno jedan period nazivamo **titrajem**, a pola titraja **njihajem**. Možemo reći da je period vrijeme jednog titraja, a frekvencija broj titraja u jedinici vremena.

Titraj je dio titranja koje traje točno jedan period.

Njihaj je pola titraja.

Periodično gibanje lako možete sami istražiti, kod kuće ili u školi, tako da na kraj dugačke tanke niti, primjerice pola metra konca, zavežete malen i relativno težak predmet, primjerice metalno šiljilo, kao na slici 1.1-3. Položaj u kojem šiljilo miruje nazivamo *ravnotežnim položajem*. Izvučemo li šiljilo iz ravnotežnog položaja i pustimo ga da se slobodno giba, ono će se samo vratiti u ravnotežni položaj. Međutim, ondje neće stati. Šiljilo se ne giba jednolikom brzinom. U početnom trenutku ono miruje, a zatim se giba sve brže do ravnotežnog položaja. Ondje ono ima najveću brzinu te zbog inercije nastavlja gibanje. No nakon prolaska kroz ravnotežni položaj šiljilo se giba sve sporije, dok se na kraju na čas ne zaustavi. Taj dio gibanja, od najvećeg otklona u početnom trenutku, kad miruje, do idućeg najvećeg otklona, kad ponovno miruje, nazivamo njihajem. Nakon toga šiljilo opet ubrzava, prolazi kroz ravnotežni položaj, usporava te se na kraju vraća u točku iz koje smo ga ispustili. Bio je to još jedan njihaj, a sveukupno titraj. Vrijeme od početnog trenutka do trenutka povratka u početni položaj je period. Nakon toga se gibanje periodično ponavlja, a takvu vrst gibanja nazivamo titranjem.

Postoje još dva važna pojma vezana uz titranje: **elongacija** i **amplituda**. Lako ih je razumjeti na primjeru šiljila na koncu. Svaki otklon od ravnotežnog položaja nazivamo elongacijom. U slučaju periodičnog gibanja po dijelu pravca elongaciju mjerimo u jedinicama duljine, metrima. Za periodično gibanja po dijelu kružnice, kao u našem primjeru šiljila na koncu, elongaciju mjerimo u jedinicama kuta, stupnjevima. Najveći otklon nazivamo amplitudom. Titranje je gibanje oko ravnotežnog položaja između dviju amplituda.

Elongacija je otklon od ravnotežnog položaja.

Amplituda je najveća elongacija.

1.2. Slobodno titranje

Pogled u jezik

Oscilator je jedna od mnogih riječi koje su preuzete iz stranih jezika i prilagođene hrvatskom jeziku. Dopušteni naziv za oscilator, koji se dota često koristi, je titrajni sustav. Postoje i drugi prijedlozi, više u duhu hrvatskog jezika koji međutim nisu zaživjeli u struci. Jedan od takvih prijedloga je - titrač.

Tijelo koje titra nazivamo *titrajnim sustavom* ili **oscilatorom**. Šiljilo na koncu bilo je primjer oscilatora. Postoje i titrajni sustavi bez materijalnih tijela. U takvim sustavima titraju polja.

Oscilator je materijalno tijelo ili polje koje titra.

Ako titra materijalno tijelo, oscilator nazivamo **mehaničkim oscilatorom**. Primjeri mehaničkog oscilatora su uteg na opruzi ili malo tijelo na tankoj niti, primjerice naše šiljilo na koncu.

Mehanički oscilator je materijalno tijelo koje titra, primjerice uteg na opruzi ili tijelo na niti.

Svaki oscilator ima svoju **svojstvenu frekvenciju**. To je frekvencija, broj titraja u jedinici vremena, kojom oscilator titra ako nema vanjskih smetnji – sile otpora, sile trenja ili bilo kakve vanjske sile. Takvo titranje nazivamo **slobodnim titranjem**. U energijskom smislu, slobodno titranje je ono titranje pri kojem titrajni sustav ne izmjenjuje energiju s okolinom. Ukupna energija oscilatora je stalna pa se gibanje ponavlja u beskraj, stalno s istom amplitudom.

Robert Hooke (1635. – 1703.), britanski znanstvenik, došao je do brojnih otkrića u raznim područjima, od astronomije do mikrobiologije. Matematički opis elastičnih deformacija čvrstog tijela njemu u čast nazivamo Hookeovim zakonom. Zanimljivo je da nije sačuvan nijedan njegov portret. Bista na gornjoj slici izrađena je prema pisanim dokumentima.

Svojstvena frekvencija je frekvencija kojom oscilator slobodno titra.

Slobodno titranje je titranje pri kojem ne postoji vanjska sila ni sila otpora pa se amplituda s vremenom ne mijenja.

1.2.1. Harmonijski oscilator

Najvažniji titrajni sustav u prirodi i tehnici je **harmonijski oscilator**, tijelo koje titra harmonijski. Pod **harmonijskim titranjem** podrazumijevamo titranje pod utjecajem **elastične sile**. Podsjetimo se, elastičnu silu opisuje *Hookeov zakon*: promjena duljine x razmjerna je sili F,

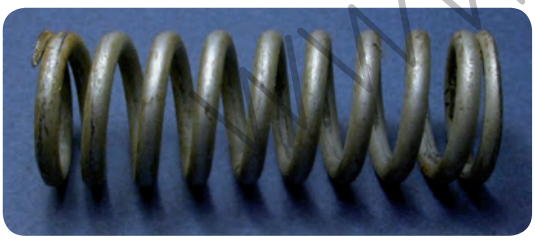
$$F = -kx,$$

gdje negativan predznak znači da sila uvijek djeluje tako da vraća tijelo u ravnotežni položaj.

Općenito, Hookeov zakon opisuje linearnu deformaciju elastičnog sredstva. Tipičan primjer elastičnog sredstva čije su deformacije linearne u određenom području sila je opruga (engl. *spring*) prikazana na slici 1.2-1.

Kad Hookeovim zakonom opisujemo rastezanje ili stezanje opruge, tada konstantu k nazivamo konstantom opruge. Jedinica SI za konstantu opruge je Nm^{-1}. Uteg koji titra na opruzi tipičan je primjer harmonijskog oscilatora. U tom je slučaju promjena duljine opruge x isto što i elongacija, otklon od ravnotežnog položaja. Potencijalna energija opruge, koja izravno proizlazi iz Hookeova zakona, je:

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2 .$$



1.2-1

Opruga je elastično sredstvo koje se, u određenom području sila, deformira linearno. Uteg obješen na oprugu primjer je harmonijskog oscilatora.

Elastična sila opisana Hookeovim zakonom i pripadajuća potencijalna energija ne odnose se samo na oprugu, nego na bilo koji elastični medij. U općenitom slučaju konstantu k nazivamo *konstantom elastičnosti*.

Harmonijski oscilator je tijelo koje harmonijski titra.

Jean Baptiste Fourier (1768. – 1830.), francuski matematičar, dokazao je da se svako periodično gibanje, ma kako zamršeno bilo, može matematički prikazati kao zbroj jednostavnih harmonijskih titranja različitih frekvencija. Opis složenih periodičnih funkcija s pomoću jednostavnih harmonika danas nazivamo Fourierovom analizom.

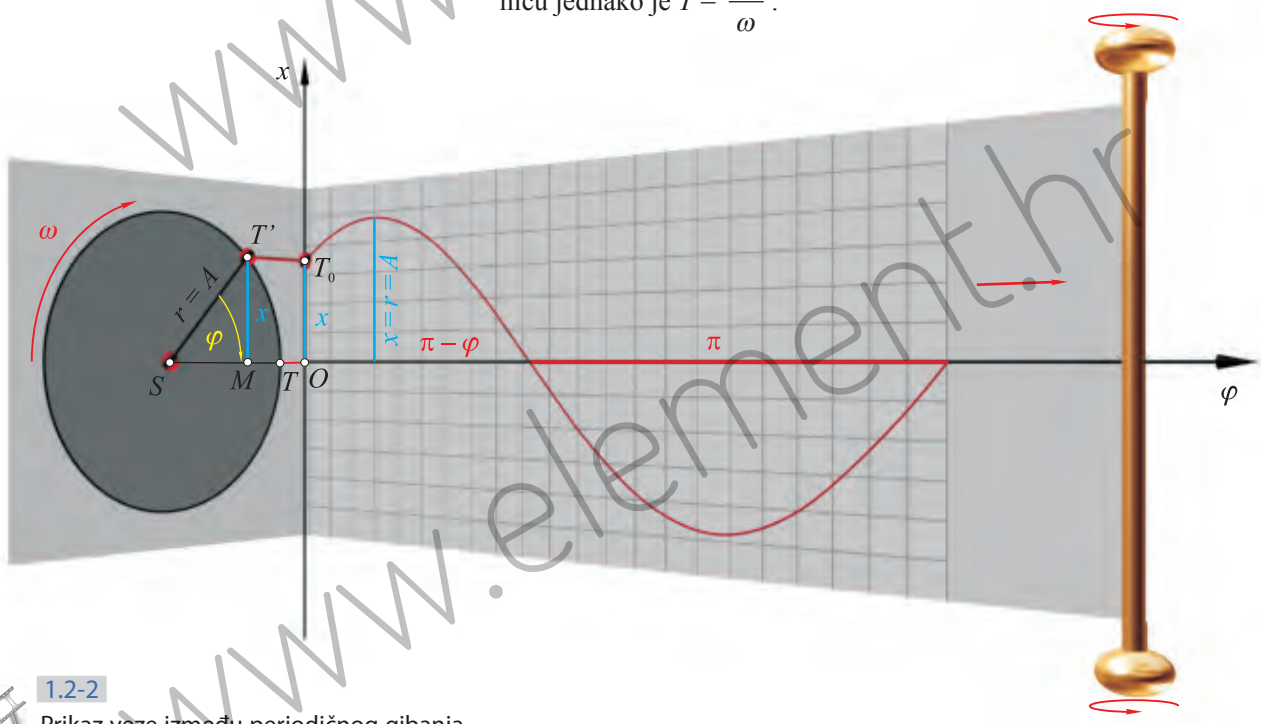
Harmonijsko titranje je titranje pod utjecajem elastične sile.

Elastična sila je sila razmjerna pomaku.

Elongacija harmonijskog titranja s vremenom se mijenja po funkciji sinus. Ta činjenica proizlazi iz matematičkog oblika elastične sile i drugog Newtonova zakona. (Svakako pogledajte korelaciju s matematikom u sljedećem poglavlju.) To još ne možemo izravno izvesti, dok ne naučite osnove diferencijalnog računa, no možemo jasno pokazati kako su periodično gibanje po kružnici, titranje i periodična funkcija sinus međusobno povezani. Iz te veze izvest ćemo elongaciju, brzinu i ubrzanje harmonijskog oscilatora.

Slika 1.2-2 prikazuje kružnicu po kojoj se točka T giba stalnom kutnom brzinom ω. Kružnica leži u ravnini okomitoj na ravninu pokretne trake. Zamislite da se u točki T' nalazi mali laser, čiji je svjetlosni snop stalno usporedan s dužinom SO, odnosno okomit na ravninu trake. Točka koju laser crta na papiru je T_0. Kad se točka T' jednoliko vrti, točka T_0 titra po osi x. Duljina dužine OT_0 odgovara elongaciji x.

Zamišljeni trag na pokretnom papiru, koji ostavlja vodoravni laserski snop, ima oblik *sinusoide*. Visina brijega ili dola sinusoide, amplituda A, jednaka je polumjeru kružnice, a zbroj duljina brijega i dola, mjeren u radijanima, jednak je 2π. Vrijeme potrebno da točka T' opiše punu kružnicu jednako je $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$.



1.2-2
Prikaz veze između periodičnog gibanja po kružnici i periodične funkcije sinus

Slika 1.2-3 prikazuje konstrukciju periodične funkcije sinus iz jednolikog gibanja točke po kružnici. Iz trokuta ΔSMT' slijedi: $x = A \sin\varphi$. Ako za vrijeme T točka T' opiše puni krug, odnosno kut od 2π radijana, tada će za vrijeme t opisati kut od φ radijana. Iz navedene tvrdnje slijedi razmjer koji povezuje kut i vrijeme:

$$T : 2\pi = t : \varphi$$

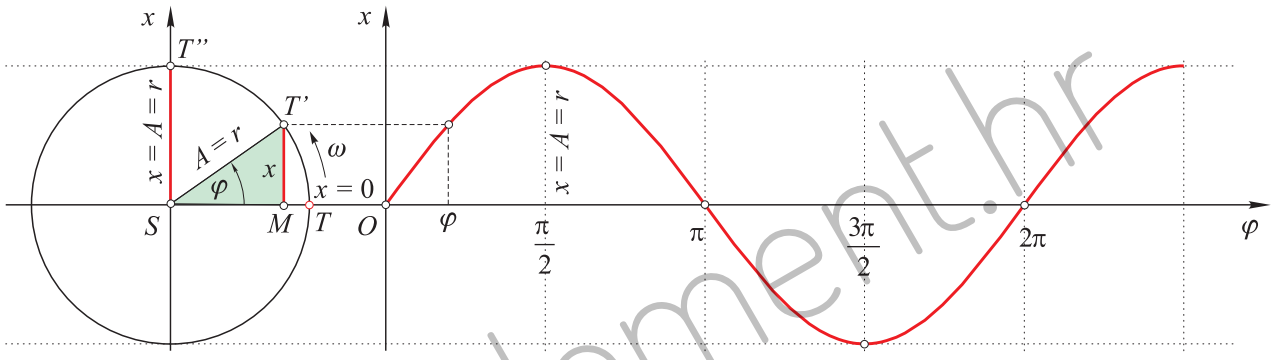
$$\varphi = \frac{2\pi}{T} t .$$

Uvrštavanjem u

$$x = A \sin\varphi$$

dobit ćemo izraz za elongaciju x:

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right).$$



1.2-3

Konstrukcija periodične funkcije sinus u skladu s periodičnim gibanjem točke po kružnici

Neka u početnom trenutku $t = 0$ vrijednost kuta φ nije nula, kao u dosadašnjim razmatranjima, nego $\varphi = \varphi_0$, kako je prikazano na slici 1.2-4. Tada je početna vrijednost elongacije $x = x_0$. U skladu s tim, jednadžba elongacije je

$$x = A\sin(\varphi + \varphi_0),$$

odnosno

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_0\right).$$

Ranije smo definirali recipročnu vrijednost perioda kao frekvenciju,

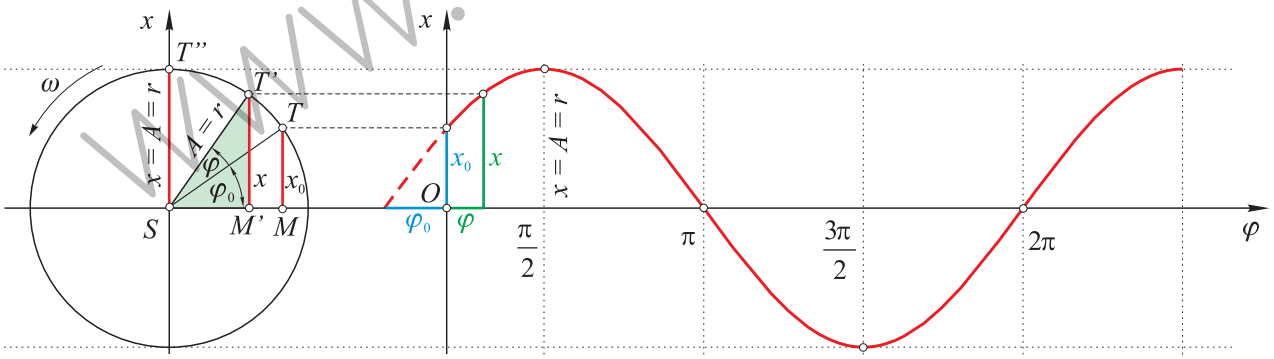
$$f = \frac{1}{T},$$

a kružnu frekvenciju ili kutnu brzinu kao umnožak frekvencije i punog kuta u radijanima,

$$\omega = 2\pi f.$$

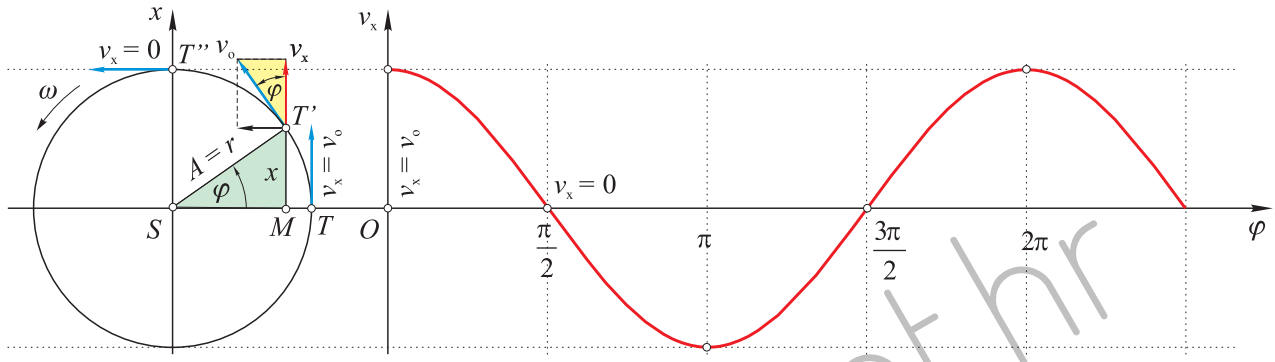
Stoga je $\frac{2\pi}{T} = \omega$ pa je konačni izraz za elongaciju harmonijskog oscilatora:

$$\boxed{x = A \sin(\omega t + \varphi_0).}$$



1.2-4

Konstrukcija periodične funkcije sinus iz periodičnog gibanja točke po kružnici. U početnom trenutku točka T nije na osi φ pa sinusoida ima fazni pomak (za $\varphi = 0$ elongacija nije nula).



1.2-5

Konstrukcija periodične funkcije kosinus iz promjene vertikalne komponente obodne brzine. Ukupni iznos obodne brzine je stalan, ako točka *T* jednoliko kruži, no komponente brzine mijenjaju se kontinuirano s vremenom.

Tijelo koje se jednoliko giba po kružnici ima stalnu *obodnu brzinu*

$$v_0 = \frac{2r\pi}{T},$$

što možemo pisati i kao

$$v_0 = r\omega.$$

Međutim, komponente obodne brzine neprestano se mijenjaju ovisno o kutu φ, odnosno vremenu t, kao što se vidi na slici 1.2-5. Iz žuto osjenčanog trokuta, za okomitu komponentu brzine v_x, vrijedi:

$$\frac{v_x}{v_0} = \cos\varphi,$$

odnosno

$$v_x = v_0 \cos\varphi,$$

gdje je v_0 obodna brzina.

Uvrštavanjem izraza za ovisnost kuta φ o vremenu:

$$\varphi = t \cdot \frac{2\pi}{T}$$

dobit ćemo izraz za brzinu titranja u smjeru *x:*

$$v_x = v_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right),$$

gdje je v_0 najveća brzina oscilatora.

Kao i u razmatranju elongacije: ako u početnom trenutku vrijednost kuta φ nije nula, nego $\varphi = \varphi_0$, jednadžba brzine je

$$v_x = v_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_0\right).$$

Možemo ispustiti indeks *x* (podrazumijevamo da se titranje odvija na osi *x*) te iskoristiti definiciju kružne frekvencije

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Napomena

Onima koji žele saznati više o titranju preporučujemo općenite knjige, koje se dijelom tiču i titranja:

- J. I. Pereljman: **Zanimljiva fizika**
- Ivan Supek: **Povijest fizike**

pa je konačni izraz za brzinu harmonijskog oscilatora:

$$\boxed{v = v_0 \cos(\omega t + \varphi_0).}$$

Kao što smo već rekli, za jednoliko gibanje tijela po kružnici obodna brzina jednaka je umnošku polumjera kružnice i kružne frekvencije, odnosno kutne brzine:

$$v_0 = r\omega.$$

Na slici možemo vidjeti da je amplituda titranja jednaka polumjeru. Naposljetku, najveća brzina oscilatora jednaka je umnošku amplitude titranja i kružne frekvencije.

$$\boxed{v_0 = A\omega}$$

Zamislimo sada stvarni oscilator. Umjesto točke T_0 (slika 1.2-2), harmonijski titra malo tijelo mase m. Njegova se brzina mijenja od nule, u točkama najvećeg otklona, do najveće brzine, $v_0 = A\omega$, kao što je ranije pokazano. To znači da se i kinetička energija

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

mijenja od nule do najveće vrijednosti.

$$E_k^{max} = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

S druge strane, elastično titranje odvija se pod utjecajem elastične sile kojoj odgovara potencijalna energija:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2,$$

gdje je x elongacija, a k konstanta elastičnosti. I potencijalna se energija mijenja od nule, za ravnotežni položaj, do najveće vrijednosti, za najveći otklon.

$$E_p^{max} = \frac{kA^2}{2}$$

Prema zakonu očuvanja energije, zbroj kinetičke i potencijalne energije je stalan.

$$E_p + E_k = E$$

Općenito vrijedi:

$$\frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = E.$$

Za najveći otklon ($x = A$, $v = 0$):

$$\frac{kA^2}{2} + 0 = E.$$

Ovdje možemo izvući usputan, ali iznimno važan zaključak koji vrijedi općenito: ukupna energija oscilatora razmjerna je kvadratu amplitude.

Za ravnotežni položaj ($x = 0$, $v = v_0$):

$$0 + \frac{mA^2\omega^2}{2} = E.$$

Naposljetku, zaključujemo da vrijedi $\frac{kA^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2}$.

Iz definicije kružne frekvencije

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

dobit ćemo opću formulu za period titranja harmonijskog oscilatora.

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Povezujući periodično gibanje po kružnici s titranjem, došli smo do izraza za elongaciju i brzinu harmonijskog oscilatora. Razmotrimo sada ubrzanje. Tijelo koje se jednoliko giba po kružnici ima stalno centripetalno ubrzanje, kvadrat obodne brzine kroz polumjer:

$$a_{cp} = \frac{v_0^2}{r},$$

što (iz definicije obodne brzine) možemo pisati:

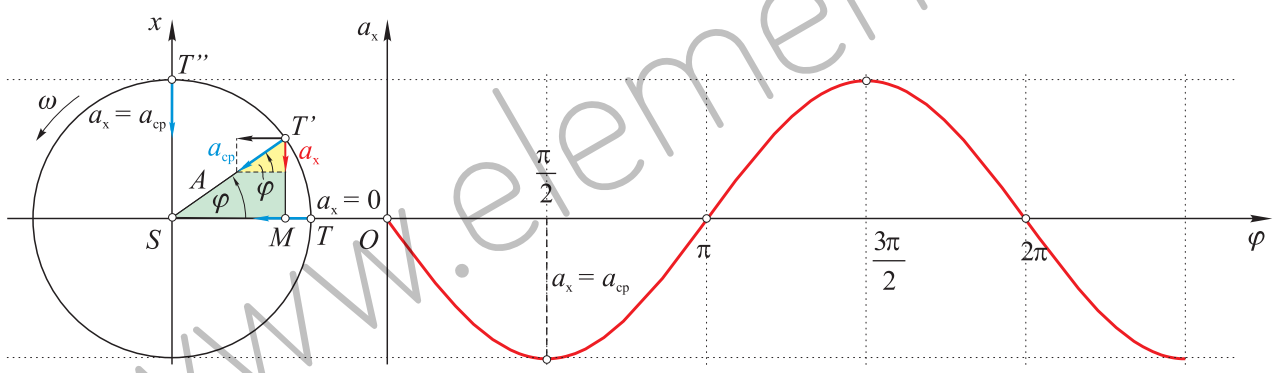
$$a_{cp} = \frac{4r\pi^2}{T^2}$$

ili

$$a_{cp} = r\omega^2.$$

Kao i za obodnu brzinu, komponente centripetalnog ubrzanja neprestano se mijenjaju, ovisno o kutu φ, odnosno vremenu t. (slika 1.2-6). Iz žuto osjenčanog trokuta, za okomitu komponentu ubrzanja a_x, vrijedi:

$$a_x = -a_{cp}\sin\varphi.$$



1.2-6

Konstrukcija periodične funkcije sinus iz promjene vertikalne komponente centripetalnog ubrzanja. Ukupni iznos centripetalnog ubrzanja je stalan, ako točka T jednoliko kruži, no komponente ubrzanja mijenjaju se kontinuirano s vremenom.

Predznak minus dolazi od suprotne orijentacije komponente a_x u odnosu na pozitivan smjer osi x. Uvrštavanjem izraza za ovisnost kuta φ o vremenu:

$$\varphi = t \cdot \frac{2\pi}{T},$$

dobit ćemo izraz za okomitu komponentu ubrzanja a_x:

$$a_x = -a_{cp} \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right),$$

gdje je a_{cp} najveće ubrzanje oscilatora, koje ćemo nadalje pisati kao a_0. Kao i u razmatranju elongacije: ako u početnom trenutku vrijednost kuta φ nije nula, nego $\varphi = \varphi_0$, jednadžba ubrzanja je

$$a_x = -\, a_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi_0\right).$$

Možemo ispustiti indeks x (podrazumijevamo da se titranje odvija na osi x) te iskoristiti definiciju kružne frekvencije:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

pa je konačni izraz za *ubrzanje harmonijskog oscilatora*:

$$\boxed{a = -a_0 \sin(\omega t + \varphi_0).}$$

Kao što smo na početku rekli, za jednoliko gibanje tijela po kružnici je centripetalno ubrzanje, koje pišemo kao a_0, jednako umnošku polumjera kružnice i kvadrata kružne frekvencije.

$$a_0 = r\omega^2$$

Na slici možemo vidjeti da je amplituda titranja jednaka polumjeru. Naposljetku, najveće ubrzanje oscilatora jednako je umnošku amplitude titranja i kvadrata kružne frekvencije.

$$\boxed{a_0 = A\omega^2}$$

Primjer 1

Harmonijski oscilator titra amplitudom od 12 mm i frekvencijom od 16 Hz. Napišite jednadžbe titranja za elongaciju, brzinu i ubrzanje. U početnom je trenutku oscilator u ravnotežnom položaju.

Rješenje:

Jednadžbe za elongaciju, brzinu i vrijeme su:

$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$

$v = v_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$

$a = -a_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$,

gdje je φ_0 faza, a ω kutna brzina ili kružna frekvencija $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 16\ \mathrm{s}^{-1} = 101\ \mathrm{s}^{-1}$.

Ravnotežni položaj znači elongaciju jednaku nuli: $0 = A \sin(\omega \cdot 0 + \varphi_0)$

$\sin \varphi_0 = 0 \ \rightarrow \varphi_0 = 0$.

Jednadžba za elongaciju je $x = 12\ \mathrm{mm} \sin(101\ \mathrm{s}^{-1} t)$.

Maksimalne vrijednosti brzine i ubrzanja su: $v_0 = A\,\omega = 12 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 101\ \mathrm{s}^{-1} = 1{,}2\ \mathrm{m\,s}^{-1}$

$a_0 = A\,\omega^2 = 12 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot (101\ \mathrm{s}^{-1})^2 = 122\ \mathrm{m\,s}^{-2}$.

Naposljetku, jednadžbe za brzinu i ubrzanje su $v = 1{,}2\ \mathrm{m\,s}^{-1} \cos(101\ \mathrm{s}^{-1} t)$

$a = -122\ \mathrm{m\,s}^{-2} \sin(101\ \mathrm{s}^{-1} t)$.