Skup prirodnih brojeva

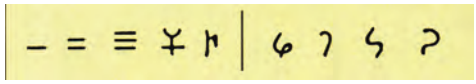
Poglavlje 1.

Ciljevi:

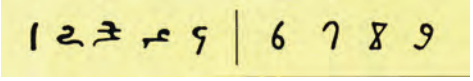
- razlikovati, usporediti i prikazati prirodne brojeve
- prepoznati i pri računanju rabiti osnovna svojstva i međusobne veze računskih operacija u skupu prirodnih brojeva
- primijeniti računske operacije s prirodnim brojevima na izračunavanje u struci

Uvod

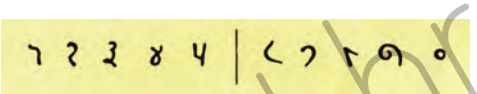
Indijski zapis brojeva, oko 300. pr. Kr.



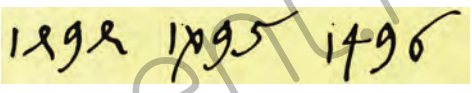
Indijski zapis brojeva, oko 800. pr. Kr., među kojima se ne pojavljuje znamenka nula.



Arapski zapis brojeva iz područja današnje Španjolske, oko 1000. godine.



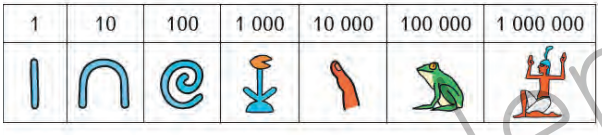
Zapis brojeva iz Njemačke, 16. stoljeće, u rukopisu slikara Albrechta Dürera (1471. – 1528.).



Zapis brojeva iz Babilona.

Babilonska kultura naslijedila je sumeransku oko 1900. godine pr. Kr. Za zapisivanje brojeva koristila je klinasto pismo utisnuto na glinene pločice. Zanimljivo je da je korišten seksagezimalni sustav brojeva (sustav baze 60). Dakle, babilonska djeca morala su naučiti 60 različitih znakova kako bi naučila zapisivati brojeve.

Stari Egipćani imali su razvijen decimalni sustav i svoje oznake za brojeve:



Hijeroglifskim znacima pisalo se po kamenu, kako s lijeva na desno, tako i obrnuto, a katkad i odozgo prema dolje. Različito pisanje ne stvara probleme kod čitanja brojeva jer egipatski način pisanja brojeva nije pozicijski.

Rimske brojke

arapska brojka	rimska brojka	arapska brojka	rimska brojka
1	I	9	IX
2	II	10	X
3	III	11	XI
4	IV	12	XII
5	V	50	L
6	VI	100	C
7	VII	500	D
8	VIII	1000	M

MMXIV. je 2014. godina zapisana rimskim brojkama.

Brojeve kojima se služimo za brojenje nazivamo **prirodnim brojevima**. Podsjetimo se, **skup prirodnih brojeva** označavamo sa **N**,

$$\mathbf{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...\}.$$

Tri točkice označavaju da se taj niz nastavlja. Oznaka za bilo koji prirodni broj je ***n***. Činjenicu da neki broj pripada skupu prirodnih brojeva označavamo s:

$$n \in \mathbf{N}.$$

n – *naturalis* (lat.) – prirodan

Tako je $6 \in \mathbf{N}$, $103 \in \mathbf{N}$, $1234567890 \in \mathbf{N}$, itd. Ne postoji najveći prirodni broj, ali postoji najmanji, i to je broj 1. Uočimo da broj 0 (nula) nije prirodni broj:

$$0 \notin \mathbf{N}.$$

Broj kao takav ne ovisi o prirodi predmeta koje brojimo, ne ovisi o tome koliki su predmeti, nego jedino o tome koliko ih ima.

Skup kojemu su članovi svi prirodni brojevi i broj 0 označavamo sa $\mathbf{N}_0$ (čitamo: en nula),

$$\mathbf{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\} = \{0\} \cup \mathbf{N}.$$

Svaki prirodni broj ima **sljedbenik**. Primjerice, sljedbenik broja 3 je broj 4, a sljedbenik broja 31 je broj 32. Općenito, sljedbenik prirodnog broja n je broj $n + 1$.

Svaki prirodni broj, osim 1, ima svoj **prethodnik**. Prethodnik prirodnog broja n je broj $n - 1$.

Na kovanicama koje su u optjecaju u Republici Hrvatskoj nalazi se najveća kopnena životinja iz naših šuma – mrki medvjed i najveća jadranska riba – tuna. Na kovanicama izdanim parne godine natpis je na latinskom jeziku, a na onima izdanim neparne godine natpis je na hrvatskom jeziku.

Česta je podjela prirodnih brojeva na **neparne** i **parne**. Neparni su brojevi 1, 3, 5, 7, 9, 11, ..., a parni su 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

Općenito, neparni brojevi su oblika $2n - 1$, a parni oblika $2n$, gdje je $n \in \mathbf{N}$. Istaknimo da je broj 0 paran broj. Brojeve iz skupa $\mathbf{N}_0$ zapisujemo s pomoću znamenaka: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9.

bilijuni			milijarde			milijuni			tisuće			jedinice		
SB	DB	B	SMI	DMI	MI	SM	DM	M	ST	DT	T	S	D	J
													3	1
												3	0	1
2	0	1	3	4	5	5	6	7	7	8	9	0	2	3

U SAD-u se milijarda naziva bilijun.

Zapisani brojevi su: trideset jedan, tristo jedan i dvjesto jedan bilijun tristo četrdeset pet milijardi petsto šezdeset i sedam milijuna sedamsto osamdeset devet tisuća dvadeset tri.

Zadatci za vježbu

1. Koji je prethodnik, a koji sljedbenik brojeva: a) 23, b) 321?

2. Ispišite sve neparne dvoznamenkaste brojeve kojima je znamenka desetica 2.

3. Ispišite sve parne dvoznamenkaste brojeve kojima je znamenka desetica 3.

4. Pročitajte brojeve: a) 1025, b) 7 654 321, c) 9 876 543 210.

5. Zapišite brojeve:
a) deset tisuća sto dvadeset tri,
b) sto dvadeset pet milijuna tristo četrdeset pet tisuća sedamsto osamdeset devet,
c) dvije milijarde dvadeset tri.

6. S pomoću znamenaka zapišite broj:

Hrvatska je prema popisu stanovništva iz 2001. godine imala četiri milijuna dvjesto devedeset tisuća šesto dvanaest stanovnika.

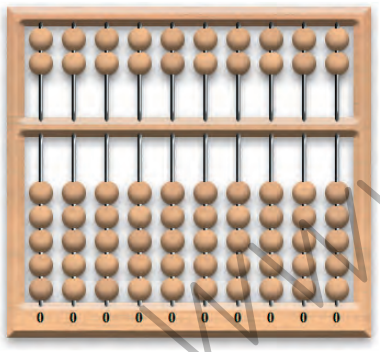
7. Koji je najmanji neparni četveroznamenkasti broj?

8. Koji je najveći parni peteroznamenkasti broj?

9. Napišite najveći deseteroznamenkasti prirodni broj kojemu su sve znamenke međusobno različite.

10. Napišite najmanji deseteroznamenkasti prirodni broj kojemu su sve znamenke međusobno različite.

1.1. Zbrajanje prirodnih brojeva



Kineski abakus

Abakus je preteča današnjih kalkulatora, a sastojao se od drvenog okvira i niza žica po kojima su se mogli micati kamenčići. On se koristio do usvajanja arapskih brojeva, a zanimljivo je da se ponegdje u Kini trgovci još uvijek njime služe.

Već smo u osnovnoj školi naučili pisano zbrajati prirodne brojeve, primjerice:

$$\begin{array}{r} 564 \\ +289 \\ \hline 853 \end{array}$$

$$564 + 289 = 853$$

PRIBROJNICI ZBROJ

Brojevi koje zbrajamo nazivaju se **pribrojnici**, a rezultat zbrajanja se naziva **zbroj**.

Uočimo: ako $\boldsymbol{a}$ i $\boldsymbol{b}$ pripadaju skupu $\mathbf{N}_0$, tada i $a + b$ pripada skupu $\mathbf{N}_0$.

PRIMJER 1

Koristeći se pisanim zbrajanjem, provjerimo:

a) $36 + 42 = 42 + 36$, b) $984 + 107 = 107 + 984$.

Općenito, za svaka dva prirodna broja a i b vrijedi:

$$\boldsymbol{a + b = b + a}.$$

To svojstvo zbrajanja naziva se zakonom **komutativnosti** (za zbrajanje).

Zbroj se ne mijenja ako pribrojnici zamijene mjesta.

Kada imamo više od dva pribrojnika, zagradama određujemo redoslijed računske radnje.

PRIMJER 2

Provjerimo je li:

$$(23 + 31) + 45 = 23 + (31 + 45)$$
$$54 + 45 = 23 + 76$$
$$99 = 99.$$

Prebrojavanje se može obaviti i bez znanja brojeva, recimo brojenje na prste, pridruživanje kamenčića svakoj prebrojanoj ovci, urezivanje zareza ili

𝍸 𝍸 |||.

Općenito, za svaka tri prirodna broja a, b i c vrijedi:

$$\boldsymbol{(a + b) + c = a + (b + c)}.$$

To svojstvo zbrajanja naziva se zakonom **asocijativnosti** (za zbrajanje).

Zbroj triju brojeva ne ovisi o redoslijedu zbrajanja.

Ovo vrijedi za zbrajanje četiriju ili više brojeva.

PRIMJER 3

Izračunajmo: 51 + 49 + 23 + 67 = (51 + 49) + (23 + 67) = 100 + 90 = 190.

Zadatci za vježbu

1. Izračunajte zbroj ako su pribrojnici:
a) 87 i 12, b) 236 i 345, c) 532 i 643, d) 4023 i 789.

2. Izračunajte $a + b$ ako je:

a	356	1495	27 305
b	453	26 115	46 658

3. Primjenom zakona komutativnosti i asocijativnosti, izračunajte ove zbrojeve:
a) 53 + 63 + 47, b) 23 + 21 + 11 + 179, c) 23 + 106 + 77 + 94,
d) 36 + 92 + 64 + 18, e) 1001 + 321 + 2999 + 80.

4. Izračunajte opseg trokuta kojemu su duljine stranica a = 185 cm, b = 131 cm i c = 273 cm.

1.2. Množenje prirodnih brojeva

$$\begin{array}{r} 325 \cdot 64 \\ \hline 1950 \\ 1300 \\ \hline 20800 \end{array}$$

$$\underbrace{325 \cdot 64}_{\text{MNOŽITELJI (FAKTORI)}} = \underbrace{20\,800}_{\text{UMNOŽAK (PRODUKT)}}$$

NETOČNO	TOČNO
2 + 3 · 5 = = 5 · 5 = 25	2 + 3 · 5 = = 2 + 15 = 17

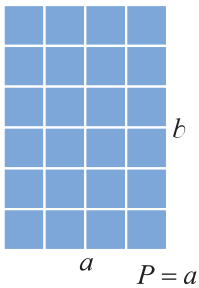
Brojevi koje množimo nazivaju se **množitelji** ili faktori, a rezultat množenja naziva se **umnožak** ili produkt.

Ako ***a*** i ***b*** pripadaju skupu **N**, tada i $a \cdot b$ pripada skupu **N**.

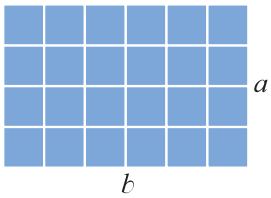
PRIMJER 1

Izračunajmo površinu pravokutnika kojemu su duljine stranica: a = 4 cm, b = 6 cm.

Rješenje



$P = a \cdot b =$
$= 4 \cdot 6 = 24$



$P = b \cdot a =$
$= 6 \cdot 4 = 24$

$P = 24\ \text{cm}^2$

Uočimo da je
$a \cdot b = b \cdot a$.

Za svaka dva prirodna broja a i b vrijedi:

$$\boldsymbol{a \cdot b = b \cdot a}.$$

To svojstvo naziva se zakonom **komutativnosti** za množenje.

Umnožak se ne mijenja ako množitelji zamijene svoja mjesta.

7 · 8 "na prste"

- jedna ruka – presavijemo 2 prsta jer je 5 i 2 jednako 7
- druga ruka – presavijemo 3 prsta jer je 5 i 3 jednako 8

Svi presavijeni prsti na obje ruke (2 + 3 = 5) daju deseticu traženog umnoška.

Umnožak broja nepresavijenih prstiju (2 · 3 = 6) daju jedinicu traženog umnoška.

Znači, "sedam puta osam" ima pet desetica i šest jedinica $\Rightarrow$ 7 · 8 = 56.

PRIMJER 2

Zamislimo da 453 učenika škole uplati po 1 kunu za humanitarnu akciju. To bi iznosilo

$$453 \cdot 1 = 453 \text{ kuna.}$$

Za prirodan broj a vrijedi:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$$

Kad bi svaki učenik donio po 0 kuna, tada ne bi skupili ništa:

$$453 \cdot 0 = 0 \text{ kuna.}$$

Za prirodan broj a vrijedi:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

PRIMJER 3

Provjerimo je li:

$$(5 \cdot 4) \cdot 6 = 5 \cdot (4 \cdot 6)$$
$$20 \cdot 6 = 5 \cdot 24$$
$$120 = 120.$$

Dakle, za svaka tri prirodna broja a, b i c vrijedi:

$$\boldsymbol{(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)}.$$

To svojstvo naziva se zakonom **asocijativnosti** za množenje.

Umnožak triju brojeva ne ovisi o redoslijedu njihova množenja.

PRIMJER 4

Izračunajmo na dva načina:

(3 + 4) · 5 = 7 · 5 = 35
(najprije zbrojimo, zatim pomnožimo)

(3 + 4) · 5 = 3 · 5 + 4 · 5 = 15 + 20 = 35
(najprije pomnožimo, zatim zbrojimo).

NETOČNO	TOČNO
(2 · 3) · 5 = = 10 · 15 = 150	(2 · 3) · 5 = = 6 · 5 = 30
	2 · (3 · 5) = = 2 · 15 = 30
	(2 · 5) · 3 = = 10 · 3 = 30

Dakle, za svaka tri prirodna broja a, b i c vrijedi:

$$\boldsymbol{(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c}, \text{ odnosno}$$
$$\boldsymbol{c \cdot (a + b) = c \cdot a + c \cdot b}.$$

To svojstvo naziva se zakonom **distributivnosti** množenja prema zbrajanju.

PRIMJER 5

Izračunajte na dva načina: $(15 + 13) \cdot 12$.

Rješenje

$(15 + 13) \cdot 12 = 28 \cdot 12 = 336$

$(15 + 13) \cdot 12 = 15 \cdot 12 + 13 \cdot 12 = 180 + 156 = 336$

Inače, ako redoslijed računanja nije određen zagradama, tada se najprije izvodi množenje, potom zbrajanje. Primjerice,

$$4 + 5 \cdot 6 = 4 + 30 = 34.$$

Zadatci za vježbu

1. Izračunajte $a \cdot b$ ako je:

a	9	17	530	1	0	25
b	25	344	1	478	1	25

2. Izračunajte:

a) $2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 5$, b) $4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 25$, c) $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6$, d) $8 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 125$.

3. Izračunajte:

a) $4 + 6 \cdot 8$, b) $(4 + 6) \cdot 8$, c) $4 + 6 \cdot 8 + 5$, d) $4 + 6 \cdot (8 + 5)$.

4. Izračunajte $(a + b) \cdot c$ ako je:

a	45	876	1055	2037	1056
b	23	984	1055	1263	1050
c	5	4	19	407	112

5. Izračunajte:

a) $3 \cdot 2 + 5 \cdot 4 + 7 \cdot 9$, b) $8 + 5 \cdot 4 + 57 + 2 \cdot 1$,

c) $(8 + 5) \cdot 4 + 2 \cdot 1$, d) $8 + 12 \cdot 3 + 16$,

e) $21 \cdot 37 + 21 \cdot 15 + 21 \cdot 18$, f) $57 \cdot (635 + 109) + 57 \cdot (91 + 165)$,

g) $43 \cdot 34 + 43 \cdot 27 + 45 \cdot 60 + 45$, h) $138 \cdot 17 + 138 \cdot 296 + 138 \cdot 487$.

6. Izračunajte opseg pravokutnika kojemu su duljine stranica $a = 130$ cm i $b = 181$ cm.

7. Koji se broj dobiva kada se zbroju najvećeg troznamenkastog broja i najmanjeg četveroznamenkastog broja pribroji najveći peteroznamenkasti broj?

8. Koristeći svojstva računanja s prirodnim brojevima, izračunajte napamet:

a) $25 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 125 \cdot 8$, b) $547 + 2\,544 + 379 + 1\,453 + 2\,456 + 321$.

1.3. Djeljivost u skupu prirodnih brojeva

U skupu prirodnih brojeva definirane su računske operacije zbrajanja i množenja, odnosno, zbroj i umnožak prirodnog broja također je prirodan broj. Ovo svojstvo nazivamo **zatvorenost** skupa **N** s obzirom na računske operacije zbrajanja i množenja.

dijeljenje propagandnog materijala

Oduzimanje i dijeljenje nije uvijek izvedivo u skupu **N**, no znamo da je prirodan broj a djeljiv prirodnim brojem b ako postoji takav prirodni broj k za koji vrijedi $a = b \cdot k$. Ako je prirodan broj a djeljiv prirodnim brojem b, onda je broj a **višekratnik** broja b.

PRIMJER 1

Broj 21 je djeljiv brojem 7 jer je $21 = 7 \cdot 3$. Broj 21 je višekratnik broja 7. Višekratnici broja 7 redom su: 7, 14, 21, 28... Umnožak svakog prirodnog broja n i broja 7 je višekratnik broja 7.

Svaki prirodni broj n ima beskonačno mnogo višekratnika, a svaka dva prirodna broja imaju beskonačno mnogo zajedničkih višekratnika. Slovom v ćemo označavati **najmanji zajednički višekratnik**.

PRIMJER 2

Višekratnici broja 8 su: 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, 64, **72**..., a

višekratnici broja 12 su: 12, **24**, 36, **48**, 60, **72**...

Zajednički višekratnici brojeva 8 i 12 redom su: 24, 48, 72..., a najmanji među njima je 24 pa je:

$$v(8, 12) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24.$$

Prirodan broj djeljiv s dva je **paran** broj, a svi ostali su **neparni** brojevi. Svaki parni prirodni broj možemo zapisati u obliku $2n$, a neparni $2n - 1$, gdje je $n \in \mathbf{N}$.

PRIMJER 3

$26 = 2 \cdot 13$, $n = 13$

$55 = 2 \cdot 27 + 1$, $n = 27$

Broj b **djelitelj** je broja a ako je a višekratnik broja b, tj. ako je $a = b \cdot k$ za neki prirodni broj k.

Kažemo da je a djeljiv sa b ili da b dijeli a i pišemo $b|a$. Primjerice: $3|63$, $7|77$, $8 \nmid 77$.

Svojstva djeljivosti:

1. ako $c|a$ i $c|b$, onda $c|(a + b)$
2. ako $c|a$ i $c|b$, onda $c|(a \cdot b)$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

PRIMJER 4

$11|99$ i $11|22$ pa $11|(99+22)$ i
$11|99 \cdot 22$, odnosno $11|121$ i $11|2178$.

Broj koji dijeli neki broj nazivamo **mjera** toga broja.

Kriteriji djeljivosti

Znamo da višekratnici broja 10 završavaju znamenkom 0.

Broj je djeljiv s 10 ako i samo ako mu je znamenka jedinica jednaka 0.

Također znamo da višekratnici broja 5 završavaju znamenkom 0 ili 5.

Broj je djeljiv s 5 ako i samo ako mu je znamenka jedinica 0 ili 5.

Ponovili smo da je prirodan broj paran ako je djeljiv s dva, općenito vrijedi:

Broj je djeljiv s 2 ako i samo ako mu je znamenka jedinica jedan od brojeva 0, 2, 4, 6 ili 8.

U osnovnoj školi naučili ste još dva kriterija djeljivosti, djeljivost s tri i s devet.

Prirodni je broj djeljiv s 3 ako mu je zbroj znamenaka djeljiv s 3.

Prirodni je broj djeljiv s 9 ako mu je zbroj znamenaka djeljiv s 9.

PRIMJER 5

Ne dijeleći, odredimo koji su od brojeva 12 345, 123 456, 1 234 567, 12 345 678, 123 456 789 djeljivi s tri, a koji s devet.

broj	12 345	123 456	1 234 567	12 345 678	123 456 789
zbroj znamenaka	15	21	28	36	45
djeljivost s 3	da	da		da	da
djeljivost s 9				da	da

Euklid (oko 340. – oko 287. pr. Kr.), starogrčki matematičar. Prvi je predložio aksiome geometrije i imenovao mnoge veličine u geometriji i aritmetici.

Prirodne brojeve koji su djeljivi samo s 1 i sa samim sobom nazivamo **prostim** ili **prim brojevima**.

Još je Euklid dokazao da prostih brojeva ima beskonačno mnogo.

Prvih nekoliko takvih brojeva su 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23…

Prirodne brojeve koji nisu prosti nazivamo složeni brojevi. Svaki složeni broj možemo zapisati kao umnožak prostih brojeva.

Tako je broj $98 = 2 \cdot 7 \cdot 7$ složen broj, a rastavili smo ga na proste faktore.

Broj 1, po dogovoru, nije ni prost ni složen broj.

PRIMJER 6

Broj 30 rastavljen na proste brojeve je $2 \cdot 3 \cdot 5$ pa su mjere broja 30 brojevi 2, 3 i 5 te svi mogući njihovi umnošci. Mjere broja 30 su 2, 3, 5, $2 \cdot 3$, $2 \cdot 5$, $3 \cdot 5$ i $2 \cdot 3 \cdot 5$, odnosno 2, 3, 5, 6, 10, 15 i 30.

$M(8, 12) = 2 \cdot 2$

$$\begin{array}{r|l} 12, 30, 42 & 2 \\ 6, 15, 21 & 3 \\ 2,\ \ 5,\ \ 7 & \end{array}$$

$M(12, 30, 42) = 6$

Najveća zajednička mjera M dvaju prirodnih brojeva je najveći prirodni broj koji dijeli svakoga od njih. Tako je $M(8, 12) = 4$, $M(26, 39) = 13$, a $M(12, 30, 42) = 6$.

Ako je $M(a, b) = 1$, onda kažemo da su a i b relativno prosti brojevi.

Ako je $M(a, b) = p > 1$, tada je $v(a, b) \neq a \cdot b$

Najveću zajedničku mjeru i najmanji zajednički višekratnik proizvoljnih prirodnih brojeva a i b povezuje relacija

$$M(a, b) \cdot v(a, b) = a \cdot b.$$

Provjerimo gornju relaciju koristeći brojeve 8 i 12.

S obzirom na to da smo izračunali M(8, 12) a to je 4, izračunajmo $v(8, 12)$.

To je $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$.

Slijedi:

$$M(4, 24) \cdot v(4, 24) = 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 4 \cdot 24.$$

Zadatci za vježbu

1. Napišite prvih 5 višekratnika brojeva: a) 5, b) 13, c) 15, d) 23.

2. Napišite sve djelitelje brojeva: a) 30, b) 78, c) 69, d) 24.

3. Odredite brojeve čiji je višekratnik: a) 20, b) 36, c) 45, d) 81.

4. Rastavite broj na proste faktore: a) 98, b) 375, c) 90, d) 1024.

5. Rastavite na proste brojeve:

a) 28, b) 63, c) 300, d) 605, e) 1640,
f) 1470, g) 19 845, h) 5445, i) 6750, j) 10 725.

6. Odredite najveću zajedničku mjeru prirodnih brojeva:

a) 24 i 36, b) 84 i 280, c) 175, 100, 125,
d) 64 i 256, e) 10, 15, 20, f) 72, 108, 180.

7. Odredite najmanji zajednički višekratnik prirodnih brojeva:

a) 150 i 420, b) 162 i 2187, c) 30 i 45,
d) 2541 i 525, e) 162, 216, 270, f) 64, 48, 160.

8. Provjerite ispravnost jednakosti $M(a, b) \cdot v(a, b) = a \cdot b$ za brojeve:

a) 32, 48, b) 338, 52, c) 220, 2200.

9. Izračunajte:

a) $v(30, 110, 195) : 30 - 2M(390, 104)$, b) $\left[M(3,6) + v(3,6) \cdot M(3,9)\right] : 7$.

10. Ako dva kotača imaju opseg 35 cm i 44 cm, koliki najmanji put mora prijeći automobil da oba kotača dođu u početni položaj? Rješenje izrazite u metrima.

11. U prodavaonici u kojoj se prodaju konopci kupcu je potrebno razrezati dva klupka konopca na dijelove koji će svi biti jednake duljine. Jedno klupko konopca dugačko je 336 m, a drugo klupko 210 m. Kolika će biti duljina svakog dijela konopca? Koliko će ukupno biti dijelova razrezanog konopca?

12. Kvadratnim pločicama potrebno je popločiti pod kuhinje dimenzije 216×320. Koja je najveća dimenzija pločica koju možemo uzeti ako ih ne želimo rezati?

Odgovorite na pitanja

1. Koja su svojstva korištena pri rješavanju sljedećih zadataka?

a) $3 + 2 = 2 + 3$, b) $7 \cdot (11 \cdot 8) = (11 \cdot 8) \cdot 7$,

c) $2 \cdot (8 + 6) = 16 + 12$, d) $3 + (2 + 7) = (3 + 2) + 7$.

2. Je li dijeljenje prirodnih brojeva komutativno?

Procijenite

1. Koje bi brojeve trebalo dopisati u sljedeća dva retka kako bi se potvrdilo pravilo?

a)
$1 \cdot 9 + 2 = 11$
$12 \cdot 9 + 3 = 111$
$123 \cdot 9 + 4 = 1111$
$1234 \cdot 9 + 5 = 11111$
_____ · _ + _ = _____
_____ · _ + _ = _____,

b)
$9 \cdot 9 + 7 = 88$
$98 \cdot 9 + 6 = 888$
$987 \cdot 9 + 5 = 8888$
$9876 \cdot 9 + 4 = 88888$
_____ · _ + _ = _____
_____ · _ + _ = _____.

2. Kako dobiti broj 1000 koristeći znamenku 8 točno 8 puta i samo računsku operaciju zbrajanja?

3. Koji bi brojevi trebali pisati u kvadratićima?

a) $1010 + 10100 = 10 \cdot \square$, b) $54 : 3 = 3 \cdot \square$,

c) $500 + 500 + 500 + 500 + 500 = 10 \cdot \square$.

4. Koji je od ponuđenih brojeva najveća zajednička mjera, a koji najmanji zajednički višekratnik brojeva 60 i 40:

a) 20, b) 6, c) 60, d) 120?

Modeliranje i rješavanje problema

1. Prodavač je od 8 do 9 sati imao devet kupaca, od 9 do 10 sati tri kupca manje, a od 10 do 11 sati dva kupca više nego od 9 do 10 sati. Koliko je kupaca ukupno bilo do 11 sati?
2. U jednoj grupi u vrtiću je 18 djece, a u drugoj 12. Koliko djece treba prijeći iz prve grupe u drugu da bi u njima bilo jednako mnogo djece? Koliko će tada djece biti u svakoj grupi?
3. Darko pita Marinu:"Koliko imaš godina?" Ona mu odgovori: "Kada budem imala još toliko i još dvije, imat ću 10 godina." Koliko Marina ima godina?
4. Na svaki rođendan u kasicu su mi stavili onoliko kuna koliko mi je za taj rođendan bilo godina. Sada imam 120 kuna. Koliko mi je godina?
5. U kiosk se dnevne novine dostavljaju svaki dan, lokalne novine svaki četvrti dan, a dvomjesečni list svakih 15 dana. Ako su danas dostavljena sva tri lista, za koliko će dana opet biti dostavljena sva tri lista?
6. Automobil troši 6 litara goriva na 100 km. Izračunaj koliko je litara goriva potrebno za putovanje od 1500 km? Koliko je kilometara moguće prijeći s punim rezervoarom goriva, ako u rezervoar stane 54 litre goriva?