



OSNOVE O ČVRSTOĆI



1.

Uvod u nauku o čvrstoći

Nauka o čvrstoći dio je tehničke mehanike koji se bavi metodama proračuna čvrstoće, krutosti i elastične stabilnosti dijelova konstrukcija i strojeva.

1.1. Temeljni pojmovi nauke o čvrstoći

Kruta i čvrsta tijela



Sl. 1.1. Čvrstoća stupa je popustila udarima orkanskog vjetra

Za razliku od statike koja se bavi krutim tijelima koja ne mijenjaju svoj oblik i dimenzije pod djelovanjem vanjskih sila, čvrstoća proučava **realna tijela** koja pod utjecajem vanjskih sila mogu promijeniti svoj oblik i dimenzije. To znači da nauka o čvrstoći proučava

deformabilna tijela.

Pod pojmom **čvrstoće** konstrukcije podrazumijeva se sposobnost prenošenja opterećenja bez pojave loma. Na sl. 1.1 stup ulične rasvjete nije imao zadovoljavajuću čvrstoću pa nije izdržao nalete vjetra.

Slijedeći pojam kojim se bavi Nauka o čvrstoći je **krutost**. Ona je definirana kao otpornost konstrukcije prema deformaciji ili promjeni oblika i dimenzija. To se vidi na sl. 1.2 gdje dva štapa iz različitih materijala, a istih dimenzija i opterećenja istim silama imaju različito produljenje Δl (deformaciju). Čelični štap će se manje produljiti od štapa iz aluminijске legure jer ima veću krutost.



Sl. 1.2. Različita produljenja štapa istih dimenzija i opterećenja od različitog materijala

Elastična stabilnost konstrukcije se definira kao sposobnost elemenata konstrukcije da pri opterećivanju zadrži početni ravnotežni oblik. To se najviše ispoljava kod dugih i vitkih štapova. Kad se podvrgnu tlačnom opterećenju može doći do njihova izvijanja kao što je prikazano na sl. 1.3.

Štupovi konstrukcije na sl. 1.3 mogu se smatrati štupovima koji su uslijed tlačnog opterećenja izgubili elastičnu stabilnost.

U okviru ovog udžbenika razmatrati će se idealizirano čvrsto tijelo koja ima svojstva:

- neprekidnosti ili kontinuiranosti
- homogenosti po cijelom volumenu
- postoji veza između naprezanja i deformacija.

Još je važno reći da će se u udžbeniku proučavati

izotropna čvrsta tijela

koja imaju svojstva iste čvrstoće u svim pravcima. **Anizotropna tijela** koja nemaju svojstva iste čvrstoće u istim pravcima neće biti predmet ovog udžbenika.

Idealizirana čvrsta tijela po svojim svojstvima nisu ista, pa se dijele na

elastične, plastične i visokoelastične.

Elastična tijela se nakon prestanka djelovanja opterećenja vraćaju u svoj prvočitni oblik i dimenzije.

Plastična tijela nakon rasterećenja imaju trajne zaostale deformacije (plastične deformacije) što znači da su promijenili početni oblik i dimenzije.

Visokoelastična tijela su ona kod kojih zbog konstantnog opterećenja dolazi do pojave **puzanja** ili **relaksacije**. Puzanje je pojava gdje pri konstantnom opterećenju tijekom vremena rastu trenutačne deformacije. Relaksacija je opadanje unutarnjih sila tijekom vremena kod visokoelastičnih tijela tijekom deformacije.

Predmet proučavanja nauke o čvrstoći su realna tijela raznih oblika kao su

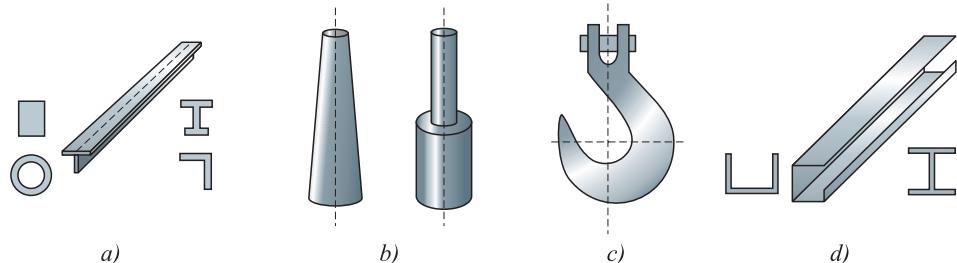
štupovi, ploče i ljske.

U udžbeniku će predmet obrade biti štupovi, dok su ploče, ljske i tankostjeni štupovi otvorenog poprečnog presjeka predmet proučavanja konstrukcija.



Sl. 1.3. Elastična stabilnost stupova nije izdržala opterećenje

Štap je tijelo kojemu su dimenziije poprečnog presjeka znatno manje od njegove dužine. Različiti oblici štapova dati su na sl. 1.4.



Sl. 1.4. a) ravni štap s različitim oblikom presjeka; b) ravni štap kontinuirano promjenjivog presjeka i štap različitog presjeka; c) debeli zakrivljeni štap;
 d) tankostijeni štap otvorenog poprečnog presjeka

Sažetak

podjela tijela	osobine
kruta	Zamišljena tijela koja se ne mogu deformirati.
deformabilna	Realna tijela koja se mogu deformirati.
homogena tijela	Po čitavom volumenu su od istog materijala.
a) izotropna	Imaju ista svojstva čvrstoće u svim pravcima.
b) anizotropna	Nemaju svojstva iste čvrstoće u svim pravcima.
po svojstvima	
a) elastična	Nakon prestanka opterećenja vraćaju se na prvobitni oblik i dimenzije.
b) plastična	Nakon rasterećenja ne vraćaju se na prvobitni oblik.
c) visokoelastična	Uslijed konstantnog opterećenja dolazi do pojave puzanja i relaksacije.
po obliku	
a) štapovi	Tijelo kojemu su dimenziije poprečnog presjeka znatno manje od njegove dužine.
b) ploče	Ravne plohe određenih debljina.
c) ljske	Sferne plohe određenih debljina.

Tablica 1. Podjela tijela po svojstvima

Zadaci nauke o čvrstoći

Tri su osnovna zadatka nauke o čvrstoći:

1. zadatak: Prvi i glavni zadatak čvrstoće je dimenzioniranje. To znači da treba pronaći takve oblike i dimenzije predmeta koji uz najmanju uporabu materijala ima najveću čvrstoću da se zadovolje uvjeti čvrstoće, krutosti i stabilnosti.

2. zadatak: Poznate su dimenzije i opterećenje, a treba odrediti raspored naprezanja i deformacije u konstrukciji. Na taj način se u već gotovoj konstrukciji odredi najslabije mjesto jer je sigurnost konstrukcije određena čvrstoćom njegova najslabijeg dijela.

3. zadatak: Taj zadatak se pojavljuje kada se mijenja namjena postojeće konstrukcije. Dakle, poznata je konstrukcija, njene dimenzije i materijal, a traži se analiza naprezanja, deformacije i dopušteno naprezanje.

Pitanje 1. Kakva tijela proučava Nauka o čvrstoći?

Pitanje 2. Definirajte čvrstoću konstrukcije.

Pitanje 3. Što je to krutost i elastična stabilnost?

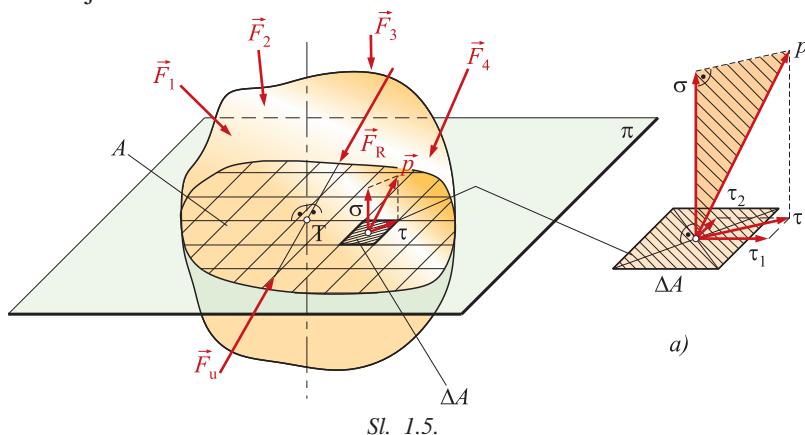
Pitanje 4. Definirajte štap.

Pitanje 5. Koji su zadaci čvrstoće?

Pitanje 6. Koja je razlika između elastičnih i plastičnih tijela?

1.2. Pojam opterećenja i naprezanja

Tijelo na sl. 1.5 opterećeno je uravnoveženim sustavom sila ($\sum F_i$). Uslijed toga unutar materijala će se po zakonu akcije i reakcije pojaviti unutarnje sile ($\sum F_u$) koje će s vanjskim činiti ravnotežu.



Presječe li se tijelo s nekom ravninom π , dobije se presjek A . Radi jednostavnosti pretpostavi se da je površina A razdijeljena na jedinične površine ΔA kako je prikazano na sl. 1.5. Na svakoj jediničnoj površini ΔA djeluje elementarna unutarnja sila $\vec{\Delta F}_u$ čiji omjer daje vektor naprezanja \vec{p} sl. 1.5a).

$$\frac{\vec{\Delta F}_u}{\Delta A} = \vec{p}. \quad (1.1)$$

Apsolutna vrijednost vektora \vec{p} naziva se **naprezanje ili naprezanje je unutarnja sila koja se odnosi na jedinicu površine presjeka**.

Budući da je naprezanje p zauzelo opći položaj u odnosu na površinu ΔA , ono se rastavlja na komponente σ i τ , sl 1.5 a).

- komponenta σ je okomita na jediničnu površinu ΔA i predstavlja **normalno naprezanje**
- komponenta τ leži u ravnini površine presjeka i predstavlja **tangencijalno naprezanje**. Iz sl. 1.5 a) se vidi da ga čine dvije međusobno okomite komponente τ_1 i τ_2 , pa je ukupna vrijednost tangencijalnog naprezanja:

$$\tau = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}.$$

Veličina ukupnog naprezanja se također odredi prema Pitagorinom poučku iz osjenčanog trokuta na sl. 1.5 a):

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}.$$

Jedinice naprezanja

Jedinica naprezanja proizlazi iz izraza za naprezanje (1.1). U njega se za silu F_u uvrsti, prema ISO sustavu mjernih jedinica, 1 N, a za površinu 1 m², pa je:

$$1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \text{ Pa} \quad (\text{paskal}).$$

U strojarstvu se češće rabi jedinica 1 megapaskal — 1 MPa:

$$1 \text{ MPa} = 1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}.$$

Elastične konstante različitih materijala izražavaju se u GPa (gigapaskalima):

$$1 \text{ GPa} = 10^3 \text{ MPa} = 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}.$$

Vrste opterećenja

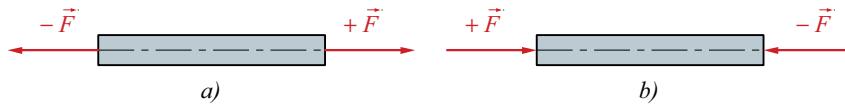
Opterećenje izaziva deformaciju tijela. Ponašanje tijela prilikom opterećenja ovisi o vrsti materijala od kojeg je načinjeno. Svi materijali ne podnose ista opterećenja jednako.

Osnovne vrste opterećenja prikazana su na slikama od 1.6 do 1.10, a čine ga:

1. Osnovno ili aksijalno opterećenje, sl. 1.6

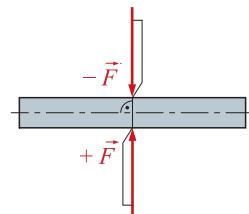
a) **vlak ili rastezanje** — Opterećenje (vanjske sile) djeluje u osi i želi rastegnuti štap.

b) **tlak ili sabijanje** — Opterećenje također djeluje u osi tijela, ali ga nastoji stlačiti.



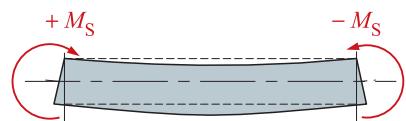
Sl. 1.6.

2. **Smicanje ili odrez**, sl. 1.7 — Opterećenje djeluje okomito na os tijela i želi ga prerezati.



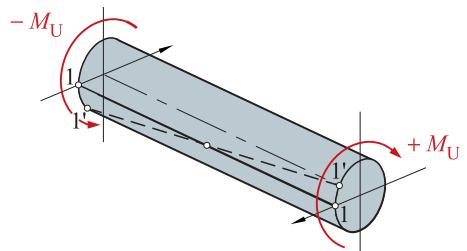
Sl. 1.7.

3. **Savijanje ili fleksija**, sl. 1.8 — Djeluju li u istoj ravnini na tijelo dva momenta suprotnog smjera, nastaje opterećenje na savijanje ili fleksiju.



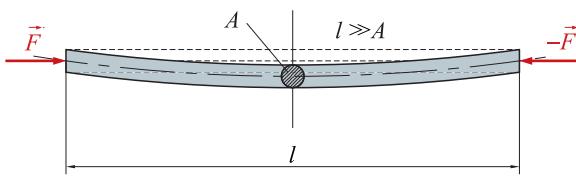
Sl. 1.8.

4. **Uvijanje ili torzija**, sl. 1.9 — Djeluju li u ravnini okomitoj na os štapa paralelno razmaknuta dva momenta suprotnih smjerova, nastaje opterećenje na uvijanje ili torziju.



Sl. 1.9.

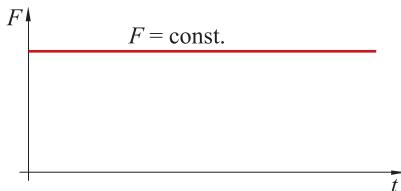
5. **Izvijanje**, sl. 1.10 — U slučaju sabijanja štapa kojemu je dužina l mnogo veća od površine poprečnog presjeka A , on će se izviti, a neće nastupiti tlačno opterećenje.



Sl. 1.10.

Navedene vrste opterećenja tijela mogu se javiti u tri oblika:

- a) **statičkom ili mirnom**, sl. 1.11;
- b) **dinamičkom jednosmjernom obliku ili pulsiranju**, sl. 1.12;
- c) **dinamičkom dvosmjernom obliku ili osciliranju**, sl. 1.13.



Sl. 1.11.

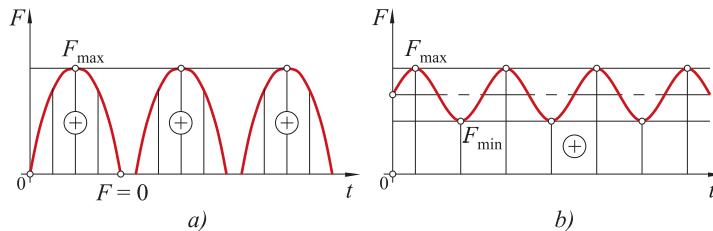
a) Statičko ili mirno opterećenje — To je opterećenje koje se tijekom vremena ne mijenja. Iz dijagrama opterećenja se vidi da je sila F (opterećenje) tijekom vremena t , stalna veličina. Takvo opterećenje materijali najlakše podnose, pa ono može biti veće u odnosu na dinamička opterećenja.

Primjer statičkog opterećenja je opterećenje postolja stroja koji ne radi, temelj zgrade, vlastita težina mosne konstrukcije, tijelo prigengutnog vijka itd.

Statičkim opterećenjem možemo smatrati i vlastitu težinu elementa ili konstrukcije. Ovo opterećenje označava se s rimskim *I*.

b) Dinamičko jednosmjerno opterećenje ili pulsiranje — Iz dijagrama na sl. 1.12 a) i b), koji opisuju ovo opterećenje, proizlazi da se intenzitet opterećenja tijekom vremena mijenja. Ta promjena može biti periodična i neprekidna. Pulsiranje materijali teže podnose, pa se dopušteno opterećenje konstrukcije mora smanjiti.

Tipičan primjer takvog opterećenja je opterećenje na uvijanje vratila u nekom stepenastom mjenjaču broja okreta gdje je rotacija u istom smjeru, npr. uže dizalice, zupci zupčanika, lančanika itd. Oznaka ovog opterećenja je rimski *II*.



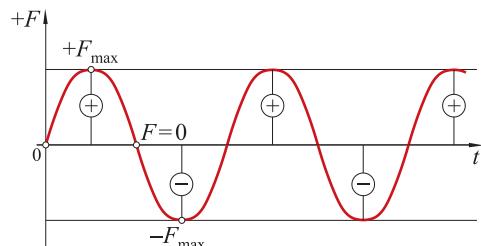
Sl. 1.12. **Dinamičko jednosmjerno opterećenje:** a) periodično pulsiranje — opterećenje raste od 0 do F_{\max} , a potom se intenzitet sile smanjuje do vrijednosti $F = 0$, te nakon kratke vremenske stanke sve se periodično ponavlja; b) neprekidno pulsiranje — opterećenje neprekidno koleba između maksimalne i minimalne vrijednosti u vremenu t

c) Dinamičko dvosmjerno opterećenje ili osciliranje (titranje) — Ovo opterećenje je opisano dijagramom na sl. 1.13. Iz njega se vidi da opterećenje tijekom

vremena mijenja veličinu i smjer. Ovdje periodično opterećenje raste od nulte do neke maksimalne vrijednosti u pozitivnom smjeru, pa potom opada na nultu vrijednost. Nakon toga, opterećenje ponovo raste do neke maksimalne vrijednosti, ali u suprotnom (negativnom) smjeru, te nakon toga slijedi pad opterećenja na nultu vrijednost i ponavljanje opisanog procesa.

Za strojarsku praksu ovo je najnepovoljnije opterećenje, jer najviše zamara materijal. Označava se s rimski III. Tipičan primjer ovog opterećenja je opterećenje pri radu pogonskih i radnih vratila strojeva, različitih mehanizma, prometala itd.

U ovom udžbeniku razmatrat će se statička opterećenja.



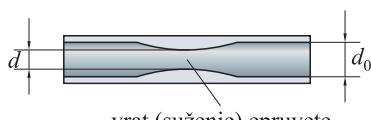
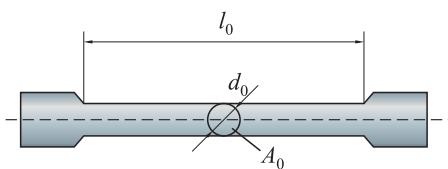
Sl. 1.13. Dinamičko dvosmjerno opterećenje — osciliranje

- Pitanje 7.** Koja sila u štapu drži ravnotežu s rezultantom vanjskih sila?
- Pitanje 8.** Što će se dogoditi ako vanjske sile porastu do veličine da se naruši ta ravnoteža?
- Pitanje 9.** Što čine vanjske, a što unutarnje sile sa štapom?
- Pitanje 10.** Što se dobije ako se unutarnja sila F_u jednoliko rasporedi po površini poprečnog presjeka štapa?
- Pitanje 11.** Kako se zove naprezanje gdje je F_u okomito na površinu poprečnog presjeka A i kojim se grčkim slovom ono označava? Navedite nekoliko praktičnih primjera takvog naprezanja.
- Pitanje 12.** Kojom se jedinicom izražava naprezanje? Izvedite tu jedinicu.
- Pitanje 13.** Definirajte tangencijalno naprezanje i navedite njegovu oznaku te nekoliko praktičnih primjera.
- Pitanje 14.** Koja su naprezanja kombinacija normalnih i tangencijalnih naprezanja?
- Pitanje 15.** Navedite razliku između opterećenja i naprezanja.
- Pitanje 16.** Nabrojite osnovna opterećenja štapa i naznačite kakva se naprezanja pri tome javljaju u poprečnom presjeku štapa.
- Pitanje 17.** U kojim oblicima se može pojaviti opterećenje?
- Pitanje 18.** Navedite razliku između statičkih i dinamičkih opterećenja i navedite primjere.

1.3. Pojam čvrstoće i deformacije



Sl. 1.14. Univerzalna hidraulička kidalica
Izvor: B. Plazibat, A. Matoković, V. Vrtača:
Nauka o čvrstoći, Sveučilište u Splitu



Sl. 1.15. Standardna epruveta

Dijeljenjem absolutnog produljenja Δl s početnom dužinom epruvete l_0 dobije se prosječna

duljinska deformacija ili relativno produljenje

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100 \% .$$

Relativno produljenje nema dimenziju, a može se izražavati u postocima.

Istodobno duljinskim deformacijama epruveta će imati i poprečne deformacije koja će se očitovati u smanjenju početnog promjera štapa d_0 na neki konačni promjer d na mjestu loma, pa je

Pojam **čvrstoće konstrukcije** je definiran njenom sposobnošću prenošenja opterećenja bez pojave loma. Ovdje se pod pojmom čvrstoće misli na **čvrstoću materijala** koja se određuje laboratorijskim ispitivanjima, sukladno propisanim ISO normama, na uređajima koji se zovu kidalice. Jedna univerzalna hidraulička kidalica prikazana je na sl. 1.14.

Ispitivanje se izvodi na standardnoj epruveti koja predstavlja štap, sl. 1.15, obično kružnog presjeka promjera d_0 i početne dužine l_0 što je određeno standardom.

Epruveta se optereti vlačnom silom F koja se postepeno povećava. Na kidalici se nalazi uređaj koji za svaki porast sile F mjeri vrijednost absolutnog produljenja Δl epruvete. To produljenje je

apsolutna deformacija štapa,

a opisuje je jednadžba

$$\Delta l = l - l_0 \quad / \text{mm} / ,$$

gdje je:

l — konačna dužina štapa

l_0 — početna dužina štapa.

apsolutna poprečna deformacija

$$\Delta d = d_0 - d \quad / \text{mm} /,$$

gdje je:

d_0 — početni promjer epruvete (štapa)

d — konačni promjer na mjestu loma.

Poprečna deformacija može se izraziti i kao

relativna deformacija (relativno suženje ili kontrakcija)

koja je opisana jednadžbom

$$\varepsilon_q = \frac{\Delta d}{d} \cdot 100 \%$$

Relativna poprečna deformacija nema dimenziju i može se izražavati postotkom.

Dijeljenjem postignute sile F na kidalici s početnom površinom presjeka A_0 , dobije se

konzervaciono naprezanje σ_0 :

$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0} \quad / \text{N/mm}^2 /$$

Dobivene vrijednosti za ε i σ_0 unose se u dijagram $\sigma=f(\varepsilon)$. Jedan tako dobiven dijagram za niskougački konstrukcijski čelik prikazan je na sl. 1.16.

Iz dijagrama se vidi da je najveće konzervaciono naprezanje u točki M, a njoj odgovara naprezanje R_m , (ranija oznaka σ_m) što predstavlja

vlačnu čvrstoću materijala,

a opisuje se jednadžbom:

$$R_m = \frac{F_{\max}}{A_0} \quad / \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} /,$$

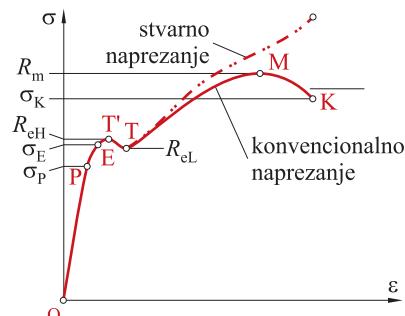
gdje je:

F_{\max} — najveća sila postignuta ispitivanjem

A_0 — početna površina presjeka epruvete.

Na dijagramu ispitivanja, sl. 1.16, punom linijom je prikazano

konzervaciono naprezanje σ_0



Sl. 1.16. Dijagram naprezanje — deformacija ($\sigma-\varepsilon$)

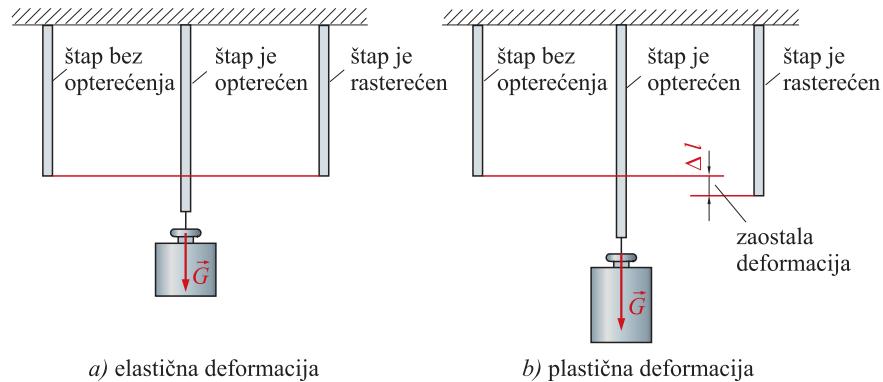
gdje se sila uvijek dijeli s početnom površinom presjeka A_0 . Međutim, kad se naprezanje približava granici razvlačenja ili tečenja (točka T'), epruveta se naglo sužava, što se vidi na sl. 1.15, te nastaje tzv. vrat epruvete. Promjer epruvete više nije d_0 , a početna površina poprečnog presjeka A_0 se smanjila. Ako se sila dijeli sa stvarnom površinom presjeka A , dobije se

stvarno naprezanje σ ,

koje je u dijagramu na sl. 1.16 prikazano s crta-dvotočka crtom.

Značenje karakterističnih točaka označenih u dijagramu su:

- točka P odgovara **granici proporcionalnosti**, a naprezanje je naprezanje na granici proporcionalnosti σ_P . Do tog iznosa naprezanja postoji linearna veza između naprezanja i deformacije što znači da za istu vrijednost povećanja naprezanja proporcionalno će se povećati deformacija.
- točka E je **granica elastičnosti**, a naprezanje σ_E je naprezanje na granici elastičnosti. Ako se epruveta rastereti kad se naprezanje približi toj točki ona će se vratiti na prvobitni oblik i dimenzije. Ako naprezanje pređe tu točku materijal će se ponašati neelastično, a nakon rasterećenja epruveta će imati trajne ili plastične deformacije. Elastične i plastične deformacije se zorno vide na sl. 1.17 a) i b).



Sl. 1.17. Elastična i plastična deformacija

- točka T' **početak granice razvlačenja (tečenja)**. Nakon što naprezanje dosegne tu točku ono naglo opada do točke T, što je **donja granica razvlačenja**. Iz dijagrama naprezanja sl. 1.16 vidi se da u tom području deformacije rastu bez povećanja naprezanja. Naprezanje kojim se dosegne točka T' je naprezanje na gornjoj granici razvlačenja R_{eH} (ranija oznaka σ_T), a naprezanje na donjoj granici tečenja R_{eL} je u točki T.