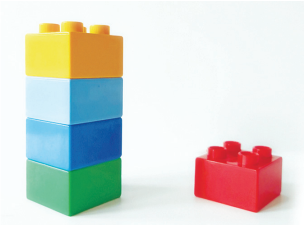
PROPORCIONALNOST I OBRNUTA PROPORCIONALNOST

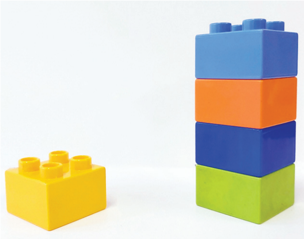
4

4.1. OMJERI



Prva je konstrukcija četiri puta viša od druge.

Kažemo da se visine konstrukcija odnose kao 4 naprema 1 i zapisujemo 4 : 1.



Prva je konstrukcija četiri puta niža od druge.

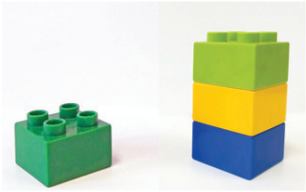
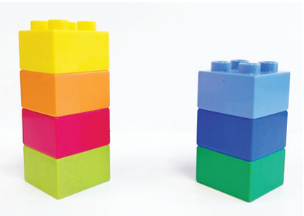
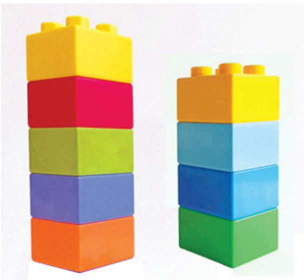
Kažemo da se visine konstrukcija odnose kao 1 naprema 4 i zapisujemo 1 : 4.

Izraz oblika $a : b$, $b \neq 0$ nazivamo **omjerom brojeva** a i b.

Broj a je prvi član omjera, a broj b je drugi član omjera.

Primjer 1.

Izrazimo odnos visina konstrukcija s pomoću omjera.

a)  **b)**  **c)** 

Rješenje:

a) Prva je konstrukcija tri puta niža od druge pa je traženi omjer 1 : 3.

b) 4 : 3

c) 5 : 4

Zadatak 1.

Zaokruži naziv primjera u kojem je zapisan omjer.

a) $3 + 4$ **b)** $3 - 4$ **c)** $3 : 4$ **d)** $3 * 4$

Zadatak 2.

Spoji parove.

1)  : 

2)  : 

3)  : 

A) 30 : 20

B) 200 : 200

C) 20 : 100

U prethodnom se zadatku javio omjer 30 : 20. Taj omjer možemo pojednostavniti tako da oba člana podijelimo brojem 10.

Vrijedi: 30 : 20 = 3 : 2.

Proučimo omjer $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$.

Pomnožimo li ta dva člana omjera s 4, dobivamo $\frac{1}{2}\Big\lfloor_{\cdot 4} : \frac{1}{4}\Big\lfloor_{\cdot 4} = 2 : 1$.

> Vrijednost omjera neće se promijeniti ako oba člana omjera podijelimo ili pomnožimo istim brojem različitim od nule.

Proučimo ponovno omjer $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$.

Mogli smo ga pojednostavniti i na sljedeći način:

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{\cancelto{1}{2}} \cdot \frac{\cancelto{2}{4}}{1} = \frac{2}{1} = 2 : 1.$$

Zadatak 3.

Pojednostavni omjere.

a) $4 : 8 = \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{1}{2} = 1 : 2$

b) $10 : 50 =$

c) $100 : 200 =$

d) $\frac{2}{3} : \frac{1}{9} = \frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{1} = \frac{6}{1} = 6 : 1$

e) $\frac{3}{7} : 0.2 =$

f) $5 : \frac{3}{4} =$

Zadatak 4.

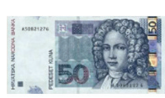
Spoji parove.

1)

A) $1 : 5$

2)

:



B) $1 : 2$

3)

:

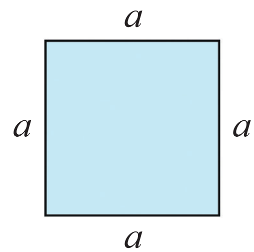
C) $6 : 1$

4.2. PROPORCIONALNE VELIČINE

U svakodnevnom životu susrećemo se s raznim veličinama.

visina,
starost,
masa...

duljina puta,
vrijeme,
brzina...



duljina stranice, opseg, površina...

Svaka veličina ili varijabla poprima različite vrijednosti. Neke veličine su međusobno povezane na način da promjena vrijednosti jedne od njih utječe na promjenu vrijednosti druge veličine.

Pogledajmo primjer u kojem su dvije veličine: masa jabuka i cijena.

masa jabuka (kg)	cijena (kn)
1	5
2	10
3	15
4	20
$\frac{1}{2}$	2.5

Cijena 1 kg jednaka je 5 kn.

U tablici je zapisano nekoliko vrijednosti mase i cijena te količine jabuka.

Označimo li s x masu jabuke, a s y cijenu jabuka, tada zaključujemo da veličina y ima 5 puta veću vrijednost od odgovarajuće vrijednosti za x.

Vrijedi: $y = 5 \cdot x$.

Kažemo da je cijena jabuka **proporcionalna** masi kupljenih jabuka.

Veličina y **proporcionalna** je veličini x ako postoji neki broj k ($k > 0$) takav da vrijedi:

$$y = k \cdot x.$$

$$\downarrow$$

koeficijent proporcionalnosti

Primjer 1.

Odredimo koje su veličine proporcionalne.

a)

duljina stranice (m)	opseg kvadrata (kn)
1	4
3	12
5	20
6	24

b)

broj radnika	vrijeme gradnje kuće (dani)
10	80
20	40
40	20
80	10

Rješenje:

a) Opseg kvadrata četiri je puta veći od duljine stranice.
Označimo li s a duljinu stranice i s o opseg kvadrata, tada vrijedi:

$$o = 4 \cdot a.$$

Dakle, opseg kvadrata je proporcionalan duljini stranice s koeficijentom proporcionalnosti 4.

b) Uočimo da je:

$$10 = \frac{1}{8} \cdot 80$$

$$20 = \frac{1}{2} \cdot 40$$

i očigledno je da broj radnika i vrijeme rada nisu proporcionalne veličine jer $\frac{1}{8} \neq \frac{1}{2}$.

Zadatak 1.

Oboji samo krugove u kojima su navedene veličine.

jabuka

duljina stranice romba

visina građevine

vrijeme trčanja

tanjur

površina pravokutnika sa stranicama duljina 3 cm i 2 cm

novčani iznos

brzina svjetlosti

Zadatak 2.

Otkrij bar tri para proporcionalnih veličina.

a) broj radnika

b) ukupan račun pri kupovini više vrsta proizvoda

c) brzina putovanja

d) duljina prijeđenog puta

e) duljina stranice jednakostraničnog trokuta

f) broj isplaćenih plaća

g) opseg kvadrata

h) vrijeme trajanja putovanja

i) cijena jednog proizvoda

j) vrijeme rada

k) masa jabuke

l) masa brašna

m) opseg jednakostraničnog trokuta

n) masa kolača

Rješenje:

Zadatak 3.

Napisan je recept za kolače.

500 g kora za savijače (10 kom)

1.2 kg kiselkastih jabuka

4 žlice šećera

2 vanilin šećera

1 žlica cimeta

4 žlice krušnih mrvica

150 g maslaca

a) Napiši recept za isti kolač, ali za dvostruko veću smjesu.

b) Napiši recept za isti kolač, ali za trostruko veću smjesu.

c) Napiši recept za isti kolač, ali za dvostruko manju smjesu.

4.3. PRIMJENA PROPORCIONALNOSTI

Fotografija prikazuje odnos dviju veličina: mase jabuka i cijene jabuka.

Što veću masu jabuka kupimo, bit će veća i cijena.

Primjer 1.

Prouči prethodnu fotografiju. Koliko ćemo platiti za:

a) 2 kg jabuka **b)** 5 kg jabuka **c)** $\frac{1}{2}$ kg jabuka?

Rješenje:

a) Znamo da je cijena jednog kilograma jabuka 7 kn. Za dvostruko veću masu jabuka platit ćemo dvostruko više.

$(2 \cdot 7)$ kn $= 14$ kn

Za 2 kg jabuka platit ćemo 14 kn.

b) Za 5 puta veću masu, platit ćemo 5 puta veću cijenu.

$(5 \cdot 7)$ kn $= 35$ kn

Za 5 kg jabuka platit ćemo 35 kn.

c) Za dvostruko manju masu jabuka platit ćemo dvostruko manju cijenu.

$$\left(\frac{1}{2} \cdot 7\right) \text{kn} = \frac{7}{2} \text{kn} = 3.50 \text{ kn}$$

Za pola kilograma jabuka platit ćemo 3.50 kn.

Zadatak 1.

Koliko ćemo platiti:

a) 3 kg banana

b) 4 kg banana

c) $\frac{1}{2}$ kg banana?

Rješenje:

a) **b)** **c)**

Zadatak 2.

Na današnjoj tečajnoj listi za 1 euro moglo se dobiti 7 kuna. Koliko bismo kuna mogli dobiti za:

a) 10 eura **b)** 50 eura **c)** 200 eura?

Rješenje:

a)

Za 10 eura možemo dobiti _________ kuna.

b)

c)