



1

Sustavi dviju linearnih
jednadžbi s dvjema
nepoznanicama

1.1. Rješenje sustava

Potrebna teorijska znanja

1. Rješenje sustava dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama je _____ koji zadovoljavaju dvije zadane jednadžbe, tj. uvršteni umjesto odgovarajućih nepoznаница, daju točne jednakosti.

Zadatci

Primjer 1.

Je li uređeni par $(4, 5)$ rješenje nekog od sustava jednadžbi?

$$\begin{aligned} \text{a) } 4x + 2y &= 26 \\ x + y &= 9 \end{aligned}$$

b) $x + 2y = 15$
 $2x - y = 3$

- Uređeni par $(4, 5)$ bit će rješenje sustava ako umjesto x uvrstimo broj 4, a umjesto y broj 5 u obje jednadžbe, te na taj način dobijemo dvije istinite jednakosti.

$$\begin{array}{lll} \textbf{a)} \quad 4x + 2y = 26 & \rightarrow & 4 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 16 + 10 = 26 \\ x + y = 9 & \rightarrow & 4 + 5 = 9 \end{array}$$

Uređeni par zadovoljava **obje** jednadžbe i taj par je rješenje zadanog sustava.

$$\begin{array}{ll} \textbf{b)} \quad \textcolor{red}{x} + 2\textcolor{blue}{y} = 15 & \rightarrow \quad 4 + 2 \cdot 5 = 4 + 10 = 14 \neq 15 \\ 2\textcolor{red}{x} - \textcolor{blue}{y} = 3 & \rightarrow \quad 2 \cdot 4 - 5 = 8 - 5 = 3 \end{array}$$

Uređeni par ne zadovoljava obje jednadžbe pa taj par nije rješenje zadanog sustava

Zadatak 1.

Je li uređeni par $(2,3)$ rješenje nekog od sustava jednadžbi?

a) $x + y = 5$

$$2x - y = 1$$

b) $2x + 5y = 3$

$$3x - y = 2$$

c) $x - y = -1$

$$x + 2y = 8$$

d) $2x + 2y = 10$

$$3x - 2y = 0$$

e) $\frac{1}{2}x + y = 4$

$$x + \frac{1}{3}y = 3$$

f) $5x - 2y = 10$

$$3x - \frac{1}{3}y = 7$$

g) $10x - y = 17$

$$5x + 3y = 19$$

1.2. Metoda supstitucije

Zadatci

Primjer 1.

a) $x = 5$

$$2x - 3y = 7$$

► Prva jednadžba odmah daje rješenje za nepoznanicu x . Da bismo dobili nepoznanicu y , u drugoj jednadžbi x moramo zamijeniti s 5.

$2 \cdot 5 - 3y = 7$ ← rješavamo linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom

$$10 - 3y = 7$$

$$-3y = 7 - 10$$

$$-3y = -3$$

$$y = 1$$

$$(x, y) = (5, 1)$$

Provjerimo zadovoljavaju li dobivene vrijednosti polazne jednadžbe, uvrštavamo vrijednosti x i y u drugu jednadžbu:

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 7 \\ 2 \cdot 5 - 3 \cdot 1 &= 10 - 3 = 7. \end{aligned}$$

b) $x + 6 = 0$

$$-3x + 6y = 16$$

► Iz prve jednadžbe odmah možemo odrediti x pa vrijedi sustav:

$$x = -6$$

$$-3x + 6y = 16.$$

Da bismo dobili nepoznanicu y , u drugoj jednadžbi x moramo zamijeniti s -6 .

$-3 \cdot (-6) + 6y = 16 \leftarrow$ rješavamo linearu jednadžbu s jednom nepoznanicom

$$18 + 6y = 16$$

$$6y = 16 - 18$$

$$6y = -2$$

$$\textcolor{blue}{y} = -\frac{1}{3}$$

$$(\textcolor{red}{x}, \textcolor{blue}{y}) = \left(-6, -\frac{1}{3} \right)$$

Provjerimo zadovoljavaju li dobivene vrijednosti polazne jednadžbe uvrštanjem vrijednosti x i y :

$$\textcolor{red}{x} + 6 = 0$$

$$-3\textcolor{red}{x} + 6\textcolor{blue}{y} = 16$$

$$-6 + 6 = 0$$

$$-3 \cdot (-6) + 6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) = 18 - 2 = 16.$$

Zadatak 1.

Riješi metodom supstitucije.

a) $x = 2$

$$2x - 3y = 1$$

b) $x + 8 = 0$

$$-3x + 2y = 28$$

c) $x = 5$
 $-3x + 2y = 28$

d) $x - 3 = 0$
 $3x + y = 10$

e) $x = 7$
 $5x - 2y = 25$

f) $x - 8 = 0$
 $2x + 3y = 25$

Primjer 2.

$$x + 2y = 9$$

$$x - 3y = -11$$

► Iz jedne jednadžbe izrazimo jednu nepoznаницу s pomoću druge:

$$\textcolor{red}{x} = 9 - 2y.$$

Dobiveni izraz uvrstimo u drugu jednadžbu i rješavamo linearnu jednadžbu s jednom nepoznanicom:

$$\textcolor{red}{x} - 3y = -11$$

$$\textcolor{red}{9 - 2y} - 3y = -11$$

$$9 - 5y = -11$$

$$-5y = -11 - 9$$

$$-5y = -20$$

$$\textcolor{blue}{y} = 4.$$

Dobivenu vrijednost uvrstimo u jednadžbu odabranu na početku te odredimo vrijednost druge nepoznanice:

$$\textcolor{red}{x} = \textcolor{blue}{9} - 2\textcolor{blue}{y}$$

$$x = 9 - 2 \cdot 4$$

$$x = 1$$

$$(\textcolor{red}{x}, \textcolor{blue}{y}) = (\textcolor{red}{1}, \textcolor{blue}{4}).$$

Provjerimo zadovoljavaju li dobivene vrijednosti polazne jednadžbe:

$$\textcolor{red}{x} + 2\textcolor{blue}{y} = \textcolor{blue}{9}$$

$$\textcolor{red}{x} - 3\textcolor{blue}{y} = -\textcolor{blue}{11}$$

$$\textcolor{red}{1} + 2 \cdot \textcolor{blue}{4} = 1 + 8 = \textcolor{blue}{9}$$

$$\textcolor{red}{1} - 3 \cdot \textcolor{blue}{4} = 1 - 12 = -\textcolor{blue}{11}.$$

Zadatak 2.

Riješi metodom supstitucije.

a) $x + 3y = 7$

$$x - 2y = 0$$

b) $2x + y = 3$

$$-3x + y = -2$$

c) $5x + y = 12$

$$2x + y = 6$$

d) $x + 2y = 9$

$$x - y = 3$$

e)
$$\begin{aligned} 7x + y &= 8 \\ -3x + y &= -2 \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} 2x + y &= 9 \\ -2x + y &= -3 \end{aligned}$$

Primjer 3.

a)
$$\begin{aligned} x + y &= 8 \\ 2x - 6y &= 8 \end{aligned}$$

► Iz jedne jednadžbe izrazimo jednu nepoznaciju s pomoću druge:

$$x = 8 - y.$$

Dobiveni izraz uvrstimo u drugu jednadžbu i rješavamo linearu jednadžbu s jednom nepoznacijom:

$$\begin{aligned} 2x - 6y &= 8 \\ 2 \cdot (8 - y) - 6y &= 8 \\ 16 - 2y - 6y &= 8 \\ 16 - 8y &= 8 \\ -8y &= 8 - 16 \\ -8y &= -8 \\ y &= 1. \end{aligned}$$

Dobivenu vrijednost uvrstimo u jednadžbu odabranu na početku te odredimo vrijednost druge nepoznacije:

$$x = 8 - y$$

$$x = 8 - 1$$

$$x = 7$$

$$(x, y) = (7, 1).$$

Provjerimo zadovoljavaju li dobivene vrijednosti polazne jednadžbe:

$$\textcolor{red}{x} + \textcolor{blue}{y} = \textcolor{blue}{8}$$

$$2\textcolor{red}{x} - 6\textcolor{blue}{y} = \textcolor{blue}{8}$$

$$\textcolor{red}{7} + \textcolor{blue}{1} = \textcolor{blue}{8}$$

$$2 \cdot \textcolor{red}{7} - 6 \cdot \textcolor{blue}{1} = 14 - 6 = \textcolor{blue}{8}.$$

b) $-x + 5y = -14$

$$-3x - 2y = -8.$$

► Iz jedne jednadžbe izrazimo jednu nepoznanicu s pomoću druge:

$$\textcolor{red}{-x} = \textcolor{red}{-14} - 5\textcolor{blue}{y}.$$

Dobiveni izraz uvrstimo u drugu jednadžbu i rješavamo linearu jednadžbu s jednom nepoznanicom:

$$-3\textcolor{red}{x} - 2\textcolor{blue}{y} = -8$$

$$3 \cdot (\textcolor{red}{-14} - 5\textcolor{blue}{y}) - 2y = -8$$

$$-42 - 15y - 2y = -8$$

$$-42 - 17y = -8$$

$$-17y = -8 + 42$$

$$-17y = 34$$

$$\textcolor{blue}{y} = \textcolor{blue}{-2}.$$

Dobivenu vrijednost uvrstimo u jednadžbu odabranu na početku te odredimo vrijednost druge nepoznanice:

$$\textcolor{red}{-x} = \textcolor{red}{-14} - 5\textcolor{blue}{y}$$

$$-x = -14 - 5 \cdot (-2)$$

$$-x = -14 + 10$$

$$-x = -4$$

$$\textcolor{red}{x} = \textcolor{red}{4}$$

$$(\textcolor{red}{x}, \textcolor{blue}{y}) = (\textcolor{red}{4}, \textcolor{blue}{-2}).$$

Provjerimo zadovoljavaju li dobivene vrijednosti polazne jednadžbe:

$$-\textcolor{red}{x} + 5\textcolor{blue}{y} = -14$$

$$-3\textcolor{red}{x} - 2\textcolor{blue}{y} = -8$$

$$\textcolor{red}{-4} + 5 \cdot (-2) = -4 - 10 = -14$$

$$-3 \cdot \textcolor{red}{4} - 2 \cdot (-2) = -12 + 4 = -8.$$

Zadatak 3.

Riješi metodom supsticije.

a) $x + y = 10$

$$3x - 2y = 5$$

b) $-x + 4y = 4$

$$-3x + 2y = 2$$

c) $5y - x = -14$

$$3x - 2y = 16$$

d) $2x + 5y = 19$

$$3x + y = 9$$

e) $2x - 3y = -2$

$$-x + 6y = 2.5$$

f) $7x - 2y = 8$

$$x + 3y = 11$$