



5

Skup realnih brojeva

## 5.1. Skupovi $\mathbf{N}$ , $\mathbf{Z}$ i $\mathbf{Q}$

### Potrebna teorijska znanja

1. Skup prirodnih brojeva označavamo s \_\_\_\_\_.

Vrijedi:  $\mathbf{N} = \{ \text{_____} \}$ .

2. Skup prirodnih brojeva s nulom označavamo s \_\_\_\_\_.

Vrijedi:  $\mathbf{N}_0 = \{ \text{_____} \}$ .

3. Skup cijelih brojeva označavamo s \_\_\_\_\_.

Vrijedi:  $\mathbf{Z} = \{ \text{_____} \}$ .

4. Skup racionalnih brojeva označavamo s \_\_\_\_\_.

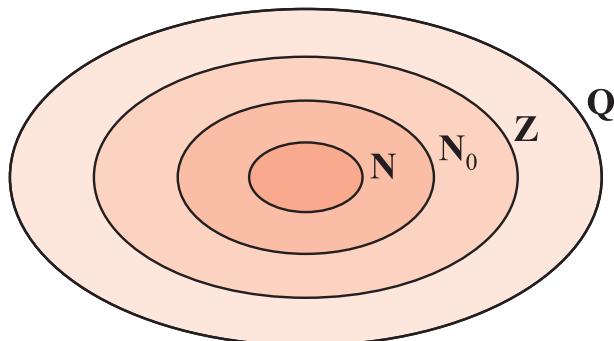
Vrijedi:  $\mathbf{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbf{Z}, b \in \mathbf{N} \right\}$ .

♦♦♦

Vrijedi da je  $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{N}_0 \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q}$ .

Grafički to možemo prikazati donjom slikom i zaključiti kako skup prirodnih brojeva pripada skupovima  $\mathbf{N}_0$ ,  $\mathbf{Z}$  i  $\mathbf{Q}$ .

Skup  $\mathbf{N}_0$  pripada skupovima  $\mathbf{Z}$  i  $\mathbf{Q}$ , a skup  $\mathbf{Z}$  pripada skupu  $\mathbf{Q}$ .



5. Razlikujemo konačne i beskonačno periodične decimalne brojeve.

Beskonačno periodični decimalni brojevi mogu biti \_\_\_\_\_ periodični i \_\_\_\_\_ periodični decimalni brojevi.

6. Upiši pored brojeva pojmove: konačni, period, pretperiod, čisto periodički, mješovito periodički. Jedan je pojam moguće upisati na dva mesta.

0.02 \_\_\_\_\_ decimalni broj

0.13333... \_\_\_\_\_ decimalni broj

0.25252525... \_\_\_\_\_ decimalni broj

Broj 0.13333... kraće zapisujemo  $0.\dot{1}\dot{3}$  pri čemu znamenku 1 nazivamo \_\_\_\_\_, a znamenku 3 \_\_\_\_\_.

Broj 0.252525... kraće zapisujemo  $0.\dot{2}\dot{5}$  pri čemu par znamenaka 25 nazivamo \_\_\_\_\_.

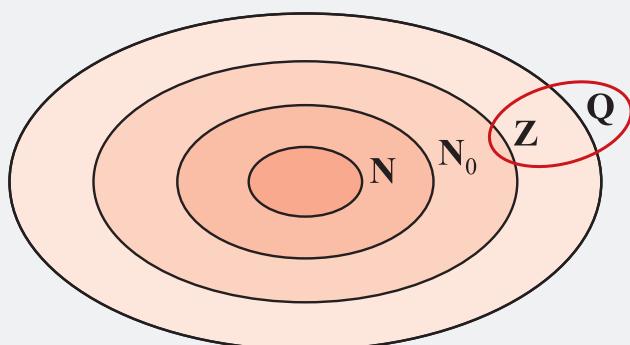
## Zadatci

### Primjer 1.

Kojem od skupova  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{N}_0$ ,  $\mathbf{Z}$  i  $\mathbf{Q}$  pripadaju sljedeći brojevi:  $-3$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{25}{5}$ ,  $0$ ,  $-1.3$ ? Nacrtajmo Vennov dijagram te upišimo brojeve na odgovarajuće mjesto.

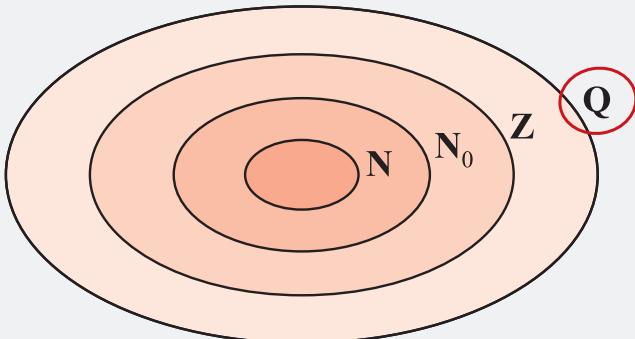
► Broj  $-3$  je cijeli broj pa pripada skupu cijelih brojeva, a samim time i skupu racionalnih brojeva. Prema tome, ne pripada skupovima prirodnih brojeva i prirodnih brojeva s  $0$ .

Pišemo:  $-3 \in \mathbf{Z}$ ,  $-3 \in \mathbf{Q}$ ,  
 $-3 \notin \mathbf{N}$ ,  $-3 \notin \mathbf{N}_0$ .



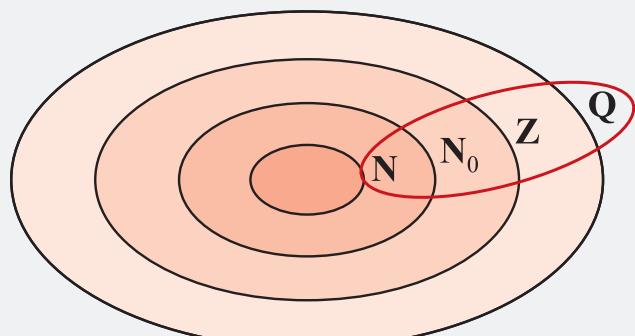
- Broj  $\frac{1}{2}$  je pravi razlomak pa pripada skupu racionalnih brojeva, ali ne pripada skupovima prirodnih brojeva, prirodnih brojeva s 0 i skupu cijelih brojeva.

Pišemo:  $\frac{1}{2} \in \mathbf{Q}$ ,  $\frac{1}{2} \notin \mathbf{N}$ ,  
 $\frac{1}{2} \notin \mathbf{N}_0$ ,  $\frac{1}{2} \notin \mathbf{Z}$ .



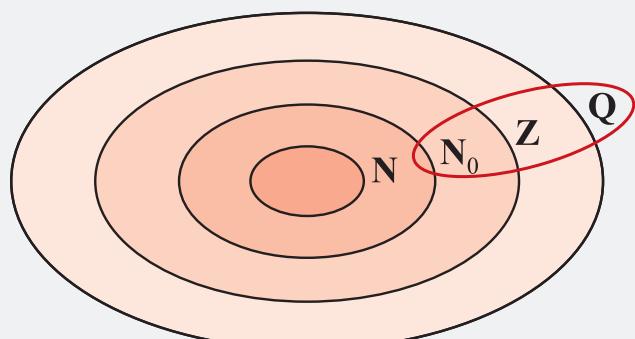
- Broj  $\frac{25}{5}$  je razlomak čija je vrijednost 5 (prirodan broj) jer je  $25 : 5 = 5$  pa pripada skupu prirodnih brojeva. Samim time pripada i skupovima prirodnih brojeva s 0, skupu cijelih brojeva i skupu racionalnih brojeva.

Pišemo:  $\frac{25}{5} \in \mathbf{N}$ ,  $\frac{25}{5} \in \mathbf{N}_0$ ,  
 $\frac{25}{5} \in \mathbf{Z}$ ,  $\frac{25}{5} \in \mathbf{Q}$ .



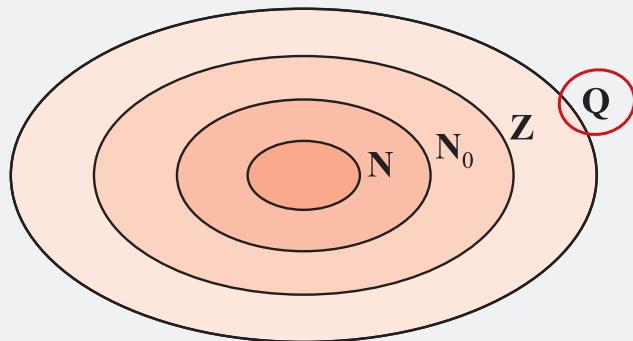
- Broj 0 pripada skupu prirodnih brojeva s 0. Samim time pripada i skupu cijelih brojeva i skupu racionalnih brojeva, ali ne i skupu prirodnih brojeva.

Pišemo:  $0 \in \mathbf{N}_0$ ,  $0 \in \mathbf{Z}$ ,  
 $0 \in \mathbf{Q}$ ,  $0 \notin \mathbf{N}$ .

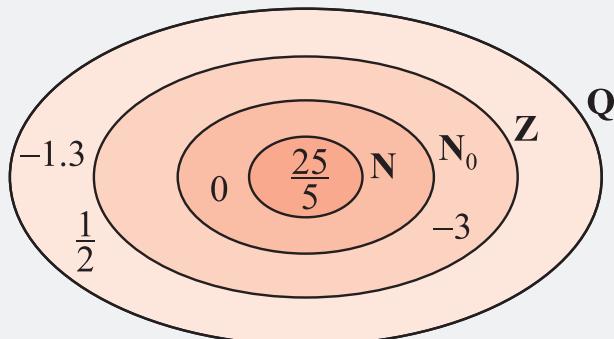


- Broj  $-1.3$  pripada skupu racionalnih brojeva, ali ne pripada skupovima prirodnih brojeva, prirodnih brojeva s  $0$  i skupu cijelih brojeva.

Pišemo:  $-1.3 \in \mathbf{Q}$ ,  $-1.3 \notin \mathbf{N}$ ,  
 $-1.3 \notin \mathbf{N}_0$ ,  $-1.3 \notin \mathbf{Z}$ .



- Vennov dijagram:  $-3, \frac{1}{2}, \frac{25}{5}, 0, -1.3$ .



### Zadatak 1.

Kojem od skupova  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{N}_0$ ,  $\mathbf{Z}$  i  $\mathbf{Q}$  pripadaju odabrani brojevi? Nacrtaj Vennov dijagram te upiši brojeve na odgovarajuće mjesto:

a)  $1, \frac{3}{7}, -2.5, -8, 0$

b)  $8, \frac{3}{6}, \frac{20}{4}, -5, -1.2, \frac{4}{2}$

c)  $\frac{3}{8}, \frac{5}{5}, \frac{20}{2}, -3, -\frac{21}{7}, 0$

d)  $\frac{1}{4}, \frac{8}{2}, 4, -2, -\frac{5}{1}, 0$

e)  $\frac{2}{3}, -\frac{4}{5}, 9, -7, -\frac{3}{3}, -3.5$

f)  $0, \frac{30}{6}, \frac{-20}{2}, -5, 6, 1.2$

**Primjer 2.**

Svaki racionalni broj upišimo u tablicu u kraćem zapisu i popunimo podatke o njemu:

3.122222...

0.77777...

12.34

3.456767...

0.789789...

- ▶ Broj 3.122222 je mješovito periodički decimalan zapis koji kraće zapisujemo kao  $3.\dot{1}\dot{2}$ .

Znamenka koja se stalno ponavlja je 2 pa kažemo da je 2 period tog broja, dok je preperiod znamenka 1, a nalazi se ispred perioda.

- ▶ Broj 0.77777 je čisto periodički decimalan broj jer se samo znamenka 7 periodički ponavlja. Kraće ga zapisujemo kao  $0.\dot{7}$ . Znamenka 7 je period tog broja.
- ▶ Broj 12.34 je konačan decimalan broj. Kao takav nema preperiod i period.
- ▶ Broj 3.456767... je mješovito periodički decimalan broj jer se skupina znamenaka 67 periodički ponavlja pa je ta skupina period broja. Ispred perioda nalazi se preperiod 45. Broj kraće zapisujemo kao  $3.45\dot{6}\dot{7}$ .
- ▶ Broj 0.789789... je čisto periodički decimalan broj jer se ponavlja samo skupina znamenaka 789. Kraće ga zapisujemo kao  $0.\dot{7}8\dot{9}$ .

konačni decimalni broj	beskonačni čisto periodički decimalni broj	beskonačni mješovito periodički decimalni broj	preperiod	period
12.34	—	—	—	—
—	$0.\dot{7}$	—	—	7
—	—	$3.\dot{1}\dot{2}$	1	2
—	—	$3.45\dot{6}\dot{7}$	45	67
—	$0.\dot{7}8\dot{9}$	—	—	89

## Zadatak 2.

Svaki racionalni broj upiši u tablicu u kraćem zapisu i popuni podatke o njemu:

- |                    |                  |                |
|--------------------|------------------|----------------|
| a) 0.27272...      | b) 10.5555...    | c) 11.34       |
| d) 4.565656...     | e) 12.333        | f) 1.0999...   |
| g) 5.1617777...    | h) 9.098         | i) 3.33        |
| j) 0.345345...     | k) 12.34555...   | l) 9.8989...   |
| m) 0.1234512345... | n) 10.9878787... | o) 5.232323... |

**Primjer 3.**

Razlomke zapišimo u obliku konačnog ili periodičnog decimalnog broja:

$$\frac{5}{3}, \quad \frac{7}{10}, \quad \frac{5}{6}.$$

Razlomačka crta predstavlja dijeljenje pa dijelimo brojnik i nazivnik zadanih razlomaka:

- $5 : 3 = 1.666\dots = 1.\dot{6}$  Razlomak  $\frac{5}{3}$  je čisto periodičan decimalan broj s periodom 6.
- $7 : 10 = 0.7$  Razlomak  $\frac{7}{10}$  je konačan decimalan broj.
- $5 : 6 = 0.8333\dots = 0.8\dot{3}$  Razlomak  $\frac{5}{6}$  je mješovito periodičan decimalan broj s preperiodom 8 i periodom 3.

**Zadatak 3.**

Razlomke zapiši u obliku konačnog ili periodičnog decimalnog broja:

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{4}{9}, \quad \frac{7}{3}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{11}{3}, \quad \frac{5}{7}, \quad \frac{7}{3}, \quad \frac{7}{5}, \quad \frac{9}{2}, \quad \frac{14}{3}, \quad \frac{7}{8}, \quad \frac{8}{11}, \quad \frac{8}{10}, \quad \frac{10}{3}, \quad \frac{11}{8}.$$

Razlomačka crta predstavlja dijeljenje pa podijeli brojnik i nazivnik zadanih razlomaka.

## 5.2. Skup iracionalnih brojeva

### Potrebna teorijska znanja

1. Skup racionalnih brojeva označavamo s \_\_\_\_\_. Svaki racionalan broj je u decimalnom zapisu ili \_\_\_\_\_ ili \_\_\_\_\_ periodičan decimalan broj.
2. Skup iracionalnih brojeva je skup svih \_\_\_\_\_ decimalnih brojeva. Skup iracionalnih brojeva označavamo s **I**.

### Zadatci

#### Primjer 1.

Koji su od sljedećih brojeva racionalni, a koji iracionalni?

$$\pi, \quad \frac{5}{7}, \quad \sqrt{9}, \quad 0, \quad \sqrt{7}, \quad 3\sqrt{2}, \quad 3 + \sqrt{2}, \quad (\sqrt{11} - 1)(\sqrt{11} + 1)$$

- ▶ Broj  $\pi$  je beskonačan neperiodičan decimalan broj pa pripada skupu iracionalnih brojeva,  $\pi \in I$ .
- ▶  $\frac{5}{7}$  je beskonačan periodičan decimalan broj pa pripada skupu racionalnih brojeva,  $\frac{5}{7} \in Q$ .
- ▶  $\sqrt{9} = 3$  pa je  $\sqrt{9}$  drugi zapis prirodnog broja koji je element skupa racionalnih brojeva,  $\sqrt{9} \in Q$ .
- ▶ 0 je racionalan broj,  $0 \in Q$ .
- ▶  $\sqrt{7}$  ima beskonačno mnogo decimala koje se ne ponavljaju pa je iracionalan broj,  $\sqrt{7} \in I$ .