

## 4. TITRANJE

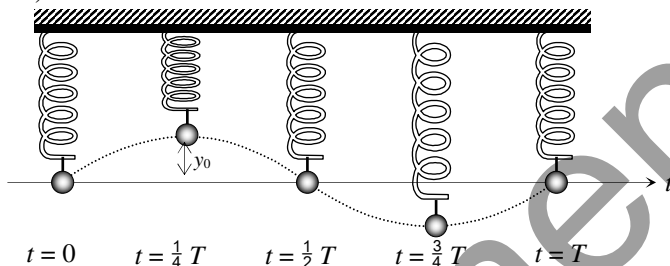
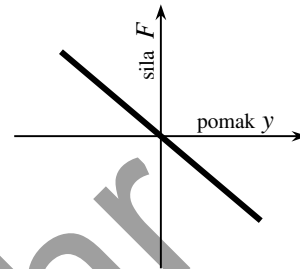
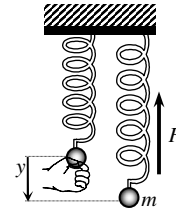
### 📖 HARMONIJSKO TITRANJE

Titranje je periodično gibanje oko ravnotežnog položaja. Periodično gibanje je gibanje koje se ponavlja nakon određenog vremenskog intervala, tzv. periode. Najjednostavnije titranje je tzv. *harmonijsko titranje* tj. titranje koje uzrokuje harmonijska (elastična) sila. Uređaj koji izvodi takvo titranje naziva se harmonijski oscilator. Harmonijska sila je proporcionalna pomaku iz ravnotežnog položaja:

$$\vec{F} = -k\vec{y}.$$

Pomaknemo li oprugu iz ravnotežnog položaja stiskanjem ili rastezanjem, ona izvodi titranje oko tog položaja. Svaki pomak od ravnotežnog položaja nazivamo *elongacijom* ( $y$ ), a najveći pomak od položaja ravnoteže nazivamo *amplitudom* ( $y_0$ ). Masu opruge zanemarujemo. Također pretpostavljamo da nema sile otpora koja bi gušila titranje. Konstanta opiranja opruge bilježi se slovom  $k$ .

Opruga će početi titrati bilo da ju stisnemo bilo da ju rastegnemo, dakle ako dovedemo energiju tom sustavu. Nakon nekog vremena, koje nazivamo *periodom* ( $T$ ), ovješeno tijelo se ponovno vraća u prvobitni položaj, pa titranje počinje ispočetka. Naime, titranje počinje iznova kad se tijelo vrati u točku s istim položajem i istom brzinom (po iznosu i smjeru). Umjesto periodom  $T$ , možemo titranje opisati *frekvencijom*  $f$ . Frekvencija titranja jednaka je recipročnoj vrijednosti perioda titranja ( $f = 1/T$ ).



Sustav koji se sastoji od mase ovještene o oprugu ili bilo koji drugi sustav koji titra pod utjecajem harmonijske sile nazivamo harmonijskim oscilatorom.

Ovisnost elongacije  $y$  o vremenu  $t$ :

$$y = y_0 \sin(\omega t + \theta)$$

Ovisnost brzine  $u$  o vremenu  $t$ :

$$u = y_0 \omega \cos(\omega t + \theta)$$

Ovisnost akceleracije  $a$  o vremenu  $t$ :

$$a = -y_0 \omega^2 \sin(\omega t + \theta)$$

gdje je  $\omega = 2\pi/T$  kutna brzina ili često zvana kružna frekvencija. Argument trigonometrijske funkcije, dakle kut  $(\omega t + \theta)$ , nazivamo *fazom titranja*. Kut  $\theta$  je početna faza u trenutku  $t = 0$ . Ovisnost tih veličina o vremenu prikazana je na crtežima. Period titranja dan je jednadžbom:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

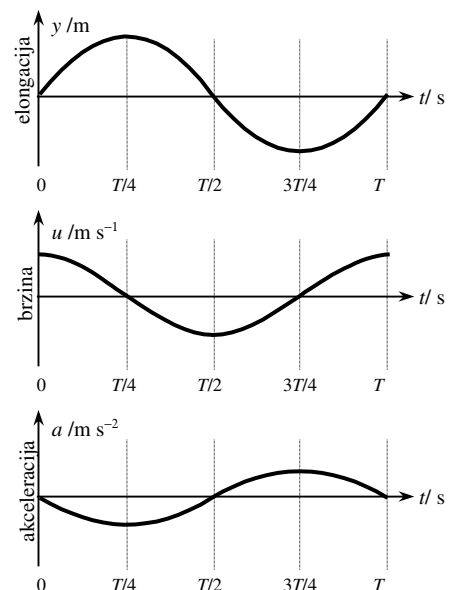
Dva bitna čimbenika uzrokuju harmonijsko titranje:

1. Postojanje povratne sile, odnosno sile koja djeluje prema ravnotežnom položaju i njena linearna ovisnost o pomaku iz ravnotežnog položaja  $\vec{F} = -k\vec{y}$
2. Dio sustava koji titra mora imati tromost (inerciju) da bi pri prolasku kroz ravnotežni položaj nastavio gibanje.

#### □ Energija titranja

Potencijalna energija u polju harmonijske sile:  $E_p = \frac{m\omega^2}{2} y_0^2 \sin^2(\omega t + \theta)$ .

Kinetička energija:  $E_k = \frac{m\omega^2}{2} y_0^2 \cos^2(\omega t + \theta)$ . Ukupna energija:  $E = \frac{m\omega^2}{2} y_0^2$  ili  $E = \frac{k y_0^2}{2}$



### □ Jednostavno njihalo

Jednostavno njihalo sastoji se od tijela (kuglice) mase  $m$  ovješeno o nit duljine  $l$ . Masu niti zanemarujemo prema masi kuglice koja je ovješena o nit.

Pomaknemo li kuglicu iz položaja ravnoteže i pustimo, kuglica će titrati oko ravnotežnog položaja (minimuma potencijalne energije  $E_p=0$ ). Potencijalna energija kuglice se smanjuje dok kinetička energija raste, a zatim se kinetička energija smanjuje, a potencijalna energija raste. Zanemarimo li gubitke energije zbog trenja i otpora sredstva, tada se neprestano potencijalna energija kuglice pretvara u kinetičku i obrnuto. Često se jednostavno njihalo u idealnim uvjetima (zanemarivo trenje i otpor sredstva) naziva matematičko njihalo. Period  $T$  jednostavnog njihala je:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

gdje je  $l$  duljina njihala, a  $g$  akceleracija sile teže.

### □ Prigušeno titranje

Sva tijela, kad ih izvedemo iz ravnotežnog položaja, unoseći energiju u sustav počnu titrati, ali se ipak nakon nekog vremena zaustave zbog savladavanja sila otpora. Gotovo u svim procesima u prirodi prisutno je rasipanje (disipacija) energije. Amplituda titranja, zbog procesa disipacije, postaje sve manja i manja. Sa stanovišta mehanike, proces rasipanja energije može se opisati uvođenjem dodatnih sila tzv. sile otpora (trenja) kojima okolina djeluje na tijelo koje se giba.

Postoje slaba i jaka gušenja.

Pri slabom gušenju omjer susjednih amplituda je gotovo stalan broj. Taj omjer nazivamo faktorom slabljenja (dekrement) i označavamo znakom  $\delta$

$$\delta = \frac{A_n}{A_{n+1}}$$

gdje je  $n = 1, 2, 3, \dots$  broj amplitude  $A$ . Iz gornje jednadžbe vidimo da je  $\delta > 1$ . Svaka sljedeća amplituda je manja  $\delta$  puta od prethodne. Kod slabog gušenja slijed amplituda predstavlja niz brojeva koji su sve manji i manji i teže nuli.

Kod jakog gušenja osim što je dekrement  $\delta$  veći, pa se i amplituda brže smanjuje, perioda titranja  $T$  postaje sve veća jer tijelu treba više vremena da ponovi jedan ciklus titranja. To znači da je frekvencija  $f$  manja od frekvencije kod neprigušenog titranja. Ako indeksom nula označimo veličine kod neprigušenog titranja, a bez indeksa veličine kod prigušenog titranja tada vrijedi:

$$T > T_0; \quad f < f_0; \quad \omega < \omega_0$$

U praksi veliku ulogu igra tzv. kritično gušenje. Naime, mnogi instrumenti i uređaji (npr. kazaljka galvanometra, amortizer automobila) moraju biti upravo tako izvedeni da zadovoljavaju uvjete kritičnog gušenja tj. da se za što kraće vrijeme vrte u ravnotežni položaj.

**Faktor dobrote  $Q$ :** Stupanj prigušenja možemo opisati i pomoću energije titranja. Faktor dobrote ili  $Q$ -faktor je omjer energije i smanjenja energije po jednom titraju.

$$Q = \frac{E_1}{E_1 - E_2} \cdot 2\pi$$

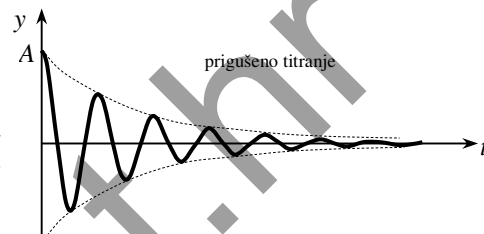
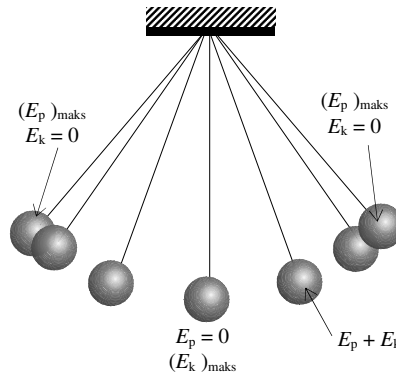
$Q$ -faktor je približno jednak broju titraja prije nego se izgubi sva mehanička energija. Prigušeno titranje ima veliku primjenu. Ponekad je prigušenje poželjno (npr. kazaljka instrumenta, amortizer), a ponekad nije (električni titrajni krug). Ako nema gušenja faktor dobrote je beskonačno velik.

### □ Prisilno titranje

Ako oscilator titra pod utjecajem vanjske sile takvo titranje nazivamo prisilnim. Općenito će frekvencija titranja sustava nakon nekog vremena postati jednaka frekvenciji prisilne sile. Amplituda prisilnih titraja proporcionalna je amplitudi prisilne sile, ali ovisi o vlastitoj frekvenciji sustava  $f_0$  i o frekvenciji prisilne sile  $f$ . Istaknimo posebno slučaj kad uzbudni sustav ima približno jednaku frekvenciju kao uzbuđivani sustav:

$$f \approx f_0$$

Taj slučaj nazivamo *rezonancijom*, pri čemu se s uzbudnog sustava prenosi maksimalna energija na uzbuđivani sustav.



## TITRANJE (ZADACI)

1. Kad na oprugu ovjesimo tijelo težine 20N njena duljina iznosi 40cm. Ako na istu oprugu ovjesimo tijelo težine 10N njezina duljina je tada 35cm. Kolika je konstanta elastičnosti opruge? Kolika je duljina neopterećene opruge?

R: 30cm; 200N/m

2. Tijelo ovješeno na oprugu titra harmonijski kružnom frekvencijom 0,5rad/s. Amplituda titranja je 0,8m. Napišite jednadžbe ovisnosti elongacije  $y$ , brzine  $u$  i akceleracije  $a$  o vremenu  $t$  ako se u trenutku  $t=0$  tijelo giba iz ravnotežnog položaja u pozitivnom smjeru  $y$  osi.

R:  $y = 0.8 \sin(0,5t)$ ;  $u = 0.4 \cos(0,5t)$ ;  $a = -0.2 \sin(0,5t)$

3. Ako tijelo harmonijski titra amplitudom od 4 cm koliki put prijeđe tijekom jednog perioda?

R: 16cm

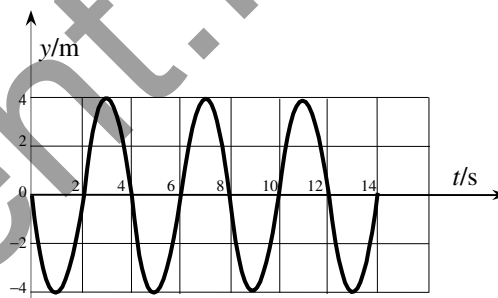
4. Jednadžba titranja tijela dana je izrazom:

$$y = 0,02 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$$

(sve jedinice su u SI sustavu, dakle metrima i sekundama). Odredite: a) amplitudu, b) kružnu frekvenciju i periodu, c) maksimalnu brzinu, d) maksimalnu akceleraciju tijela e) početnu fazu.

R: a) 2 cm b)  $\pi/2$  rad/s i 4 s c) 3,14 cm/s d) 4,93 cm/s<sup>2</sup> e)  $\pi/4$

5. Elongacija tijela koje harmonijski titra u ovisnosti o vremenu prikazana je na slici. Odredite amplitudu titranja  $y_0$ , period  $T$ , kružnu frekvenciju titranja  $\omega$  i fazni pomak  $\theta_0$ , ako jednadžbu titranja zapisujemo kao  $y = y_0 \sin(\omega t + \theta_0)$ . Napišite jednadžbu titranja, odnosno ovisnost elongacije  $y$  o vremenu  $t$  i jednadžbe za brzinu i akceleraciju tijela u ovisnosti o vremenu.



R:  $y = 4 \sin(\pi t/2 \pm \pi)$ ;  $u = 2\pi \cos(\pi t/2 \pm \pi)$ ;  $a = -\pi^2 \sin(\pi t/2 \pm \pi)$

6. Crtež prikazuje tijelo mase  $m$  ovješeno o oprugu. Oprugu rastegnemo za 5 cm i pustimo titrati pa ono titra periodom 2s.

- a) Napišite jednadžbu titranja tijela  $y=f(t)$  ako se u trenutku  $t=0$  tijelo nalazilo u točki B te se gibalo prema točki A:

A: \_\_\_\_\_

- b) Napišite jednadžbu titranja tijela  $y=f(t)$  ako se u trenutku  $t=0$  tijelo nalazilo u točki A: \_\_\_\_\_

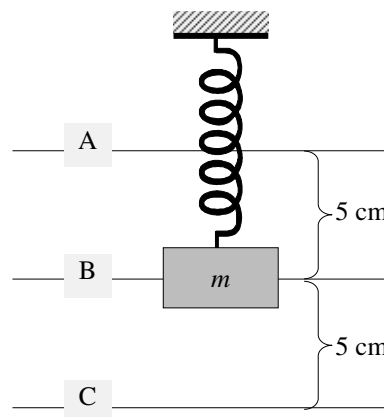
- c) Napišite jednadžbu titranja tijela  $y=f(t)$  ako se u trenutku  $t=0$  tijelo nalazilo u točki C: \_\_\_\_\_

- d) Brzina tijela je najveća na mjestu označenom točkom: \_\_\_\_\_

- e) Akceleracija tijela je najveća na mjestu označenom točkama: \_\_\_\_\_

- f) Kinetička energija tijela je najveća na mjestu označenom točkom: \_\_\_\_\_

- g) Potencijalna energija je najveća na mjestu označenom točkama: \_\_\_\_\_



7. Tijelo mase 0,4 kg ovješeno o oprugu titra frekvencijom 2 Hz i amplitudom 20 cm.
- Napišite jednadžbu titranja, odnosno ovisnost elongacije o vremenu, ako je u trenutku  $t=0$  tijelo bilo u ravnotežnom položaju i gibalo se u pozitivnom smjeru  $y$  osi. Nacrtajte graf  $y=f(t)$ .
  - Napišite jednadžbu titranja ako je u trenutku  $t=0$  elongacija tijela bila  $-20$  cm. Nacrtajte graf  $y=f(t)$ .
  - Izračunajte brzinu tijela kad prolazi kroz ravnotežni položaj.
  - Napišite jednadžbu za brzinu titranja tijela u ovisnosti o vremenu za slučaj a) i b). Nacrtajte grafove  $u=f(t)$ .
  - Izračunajte brzinu tijela kad je od ravnotežnog položaja udaljeno za 10 cm.
  - Napišite jednadžbu za akceleraciju tijela u ovisnosti o vremenu za slučaj a) i b). Nacrtajte grafove  $a=f(t)$ .
  - Izračunajte ukupnu energiju koju ima titrajni sustav.
  - Izračunajte najveću silu koja djeluje na tijelo.
  - U kojem položaju tijelo ima najveću brzinu, a u kojem najveću akceleraciju. Koliki je omjer akceleracije i brzine tijela u svakom trenutku? Mijenja li se taj omjer tijekom vremena?
  - Koliki je omjer akceleracije i elongacije tijela u svakom trenutku? Mijenja li se taj omjer tijekom vremena?
  - Nacrtajte graf ovisnosti brzine titranja  $u$  o elongaciji  $y$ . tzv.  $u=f(y)$ .

8. Amplituda harmonijskog titranja je 30 cm, a perioda 2 s. U trenutku  $t=0$  elongacija je  $y=0$  i tijelo se giba u smjeru  $+y$ . Kolike su vrijednosti elongacije, brzine i akceleracije u trenutku  $t=T/12$ ?  
R: 15 cm; 81,62 cm/s; 148 cm/s<sup>2</sup>

9. Tijelo ovješeno na oprugu izvučemo iz ravnotežnog položaja za 10 cm i pustimo titrati. Na kojoj udaljenosti od ravnotežnog položaja će:
- brzina tijela biti jednaka polovici najveće brzine?
  - akceleracija tijela biti jednaka polovici najveće akceleracije?

R: 8,66 cm; 5 cm

10. Tijelo titra harmonijski kružnom frekvencijom 0,5 rad/s. Amplituda titranja je 80 cm. a) Napišite ovisnost elongacije, brzine i akceleracije tijela o vremenu ako se u trenutku  $t=0$  tijelo nalazilo u ravnotežnom položaju i gibalo u pozitivnom smjeru  $y$  osi. b) Napišite ovisnost brzine tijela o elongaciji. Nacrtajte te ovisnosti.

R:  $y = 0,8 \sin(0,5t)$ ,  $u = 0,4 \cos(0,5t)$ ,  $a = -0,2 \sin(0,5t)$  b)  $u = \pm \omega [y_0^2 - y^2]^{1/2} = \pm 0,5 [0,04 - y^2]^{1/2}$

11. Perioda titranja harmonijskog oscilatora je 3,6 s. Odredite najkraće vrijeme potrebno da se tijelo koje titra udalji od ravnotežnog položaja za pola amplitude.

R: 0,3 s

12. Tijelo mase 1 kg harmonijski titra prema jednadžbi  $y=0,32 \sin(7,4t)$  (sve jedinice su u SI sustavu). Odredite:

- amplitudu titranja
- frekvenciju titranja
- kinetičku i potencijalnu energiju tijela kad je ono udaljeno 0,26 m od ravnotežnog položaja.

R: a) 0,32 m; b) 1,18 Hz; c)  $E_p=1,85$  J ;  $E_k=0,95$  J

13. Koje veličine harmonijskog titranja u amplitudnom položaju imaju najveću vrijednost?

- brzina
- akceleracija
- elastična sila
- kinetička energija
- potencijalna energija

a)	b)	c)	d)	e)
samo 5 i 3	samo 2, 3 i 5	samo 1 i 4	samo 5	sve

14. Tijelo mase 1 kg pričvršćeno je na horizontalno položenu oprugu konstante opiranja 120 N/m. U trenutku  $t=0$  tijelo udarimo tako da se opruga sabija. Početna brzina tijela je 3 m/s. Zanimarite li trenje odredite:
- periodu i frekvenciju titranja
  - amplitudu
  - najveću akceleraciju
  - ukupnu energiju.

R: a) 0,57 s; 1,74 Hz b) 0,274 m c) 32,8 m/s<sup>2</sup> d) 4,5 J

15. Opruga na koju je ovješeno tijelo mase 0,4 kg titra frekvencijom 3 Hz. Kolika će biti frekvencija titranja opruge kad je na nju ovješeno tijelo mase od 0,1 kg?

R: 6 Hz

16. Elastičnu oprugu prenesemo na planet gdje je ubrzanje sile teže jednako polovici ubrzanja na Zemlji ( $g = g_z/2$ ). Perioda titranja opruge će biti u usporedbi s periodom titranja na Zemlji

- nepromijenjena
- dva puta veća
- dva puta manja
- četiri puta veća.
- četiri puta manja.

17. Kad je na oprugu je ovješena masa  $m$  ona titra frekvencijom 0,8 Hz. Ako toj masi dodamo uteg od 0,5 kg tada opruga titra frekvencijom 0,4 Hz. Koliki je iznos mase  $m$ ?

R: 0,17 kg

18. Opruga na koju je ovješena uteg titra tako da učini 45 titraja u minuti. Što treba učiniti s masom utega da bi sustav titrao s 30 titraja u minuti?

R: Treba ju povećati 2,25 puta

19. Kad na elastičnu oprugu ovjesimo uteg duljina opruge iznosi 2 m. Izvedemo li oprugu iz ravnotežnog položaja ona će titrati periodom 0,62s. Kolika je duljina opruge ako na nju nije ovješena teret? ( $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ )

R: 1,9 m

20. Tijelo titra harmonijski. Kad je elongacija tijela 4cm njegova brzina je 3cm/s, a kad je elongacija 3 cm tada tijelo ima brzinu 4cm/s. Kolike su amplituda i perioda titranja?

R: 5 cm, 6,28 s

21. Duž osi  $x$  tijelo harmonijski titra po jednadžbi  $x = x_0 \sin(\omega t + \theta_0)$ , gdje je  $x$  udaljenost od ravnotežnog položaja. a) U trenutku  $t = 0$  tijelo se nalazi u položaju  $x = +\frac{1}{2}x_0$  i giba se prema ravnotežnom položaju. b) U trenutku  $t = 0$  tijelo se nalazi u položaju  $x = +\frac{1}{2}x_0$  i giba se od ravnotežnog položaja. Koliki je iznos početnog faznog kuta  $\theta_0$ ?

R: a)  $5\pi/6$  b)  $\pi/6$

22. Jednadžba gibanja tijela mase 10 g koje titra harmonijski je:  $y = 5 \sin\left(\frac{\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$  (sve jedinice su u SI sustavu, dakle m i s). Odredite maksimalnu silu koja djeluje na tijelo i ukupnu energiju titrajnog sustava.

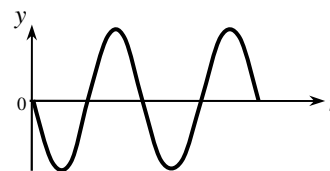
R:  $1,97 \cdot 10^{-2} \text{ N}$ ;  $4,93 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

23. Harmonijski oscilator titra tako da su u trenucima  $t = 2, 3, 8, 9, 14, 15, \dots$  sekundi elongacije tijela jednake +1 cm. a) Kolike su perioda, početna faza i amplituda kojom titra tijelo? b) Napišite jednadžbu titranja  $y = f(t)$ .

R: a)  $T = 6 \text{ s}$ ;  $\theta_0 = -2\pi/6$   $y_0 \approx 1,155 \text{ cm}$  b)  $y = 1,155 \sin(\pi t/3 - 2\pi/6)$

24. Na slici je prikazana ovisnost elongacije  $y$  o vremenu  $t$  za harmonijski oscilator čija elongacija se može prikazati jednadžbom:

$$y = y_0 \sin(\omega t + \theta_0)$$



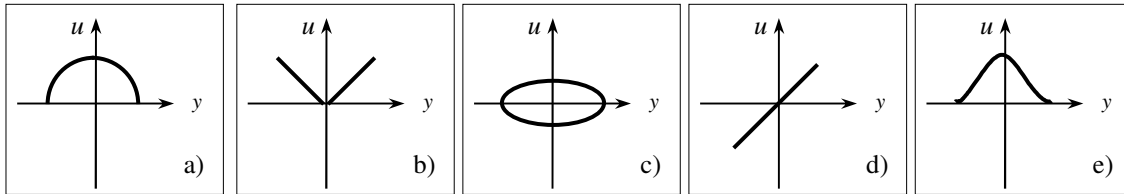
Kolika je početna faza  $\theta_0$ ?

a) 0	b) $\pi/4$	c) $\pi$	d) $3\pi/2$	e) $\pi/2$
------	------------	----------	-------------	------------

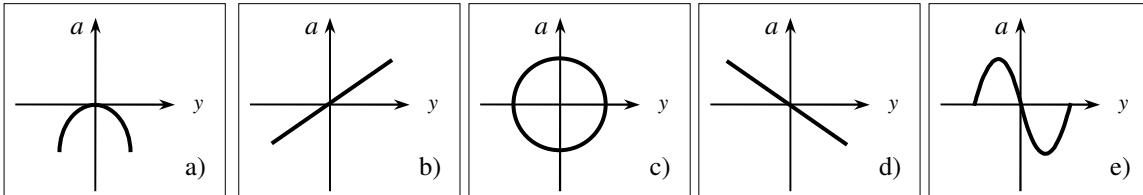
25. Tijelo mase  $m$  ovješeno je o oprugu. Tijelo malo povučemo prema dolje i pustimo. Tijelo počinje titrati zbog toga jer:

- je povratna sila obrnuto proporcionalna pomaku iz ravnotežnog položaja.
- je brzina obrnuto proporcionalna pomaku.
- se opruga nalazi u polju sile teže.
- je povratna sila proporcionalna pomaku iz ravnotežnog položaja.
- je sila obrnuto proporcionalna pomaku iz ravnotežnog položaja i ima suprotan predznak od sile teže koja djeluje na uteg mase  $m$ .

26. Koji graf prikazuje ovisnost brzine  $u$  harmonijskog titranja o elongaciji  $y$ ?



27. Koji graf prikazuje ovisnost akceleracije  $a$  harmonijskog titranja o elongaciji  $y$ ?



28. Tijelo titra harmonijski amplitudom  $0,2\text{cm}$  i periodom  $0,1\text{s}$ . Kolika je približno najveća brzina tijela iskazana u  $\text{ms}^{-1}$  tijekom gibanja?

a) $3,2 \cdot 10^{-5}$	b) $2,2 \cdot 10^{-4}$	c) $2,2 \cdot 10^{-3}$	d) $1,3 \cdot 10^{-1}$	e) $5,2 \cdot 10^{-1}$
------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------

29. Kad čestica titra harmonijski vrijedi:

- akceleracija čestice i brzina čestice u ravnotežnom položaju su nula.
- akceleracija čestice i brzina čestice u ravnotežnom položaju imaju najveću vrijednost.
- akceleracija čestice je najveća u ravnotežnom položaju, a elongacija je nula.
- u amplitudnom položaju brzina čestice je nula, a akceleracija ima najveću vrijednost.
- u amplitudnom položaju brzina i akceleracija imaju najveću vrijednost.

30. Kad čestica titra harmonijski razlika u fazi (u rad.) između elongacije i brzine čestice iznosi:

a) $\pi/4$	b) $\pi/2$	c) $\pi$	d) $3\pi/2$	e) $0$
------------	------------	----------	-------------	--------

31. Kad čestica titra harmonijski razlika u fazi (u rad.) između akceleracije i brzine čestice iznosi:

a) $\pi/4$	b) $3\pi/4$	c) $\pi$	d) $3\pi/2$	e) $0$
------------	-------------	----------	-------------	--------

32. Kad čestica titra harmonijski razlika u fazi (u rad.) između elongacije i akceleracije čestice iznosi:

a) $\pi/4$	b) $\pi/2$	c) $\pi$	d) $3\pi/2$	e) $0$
------------	------------	----------	-------------	--------

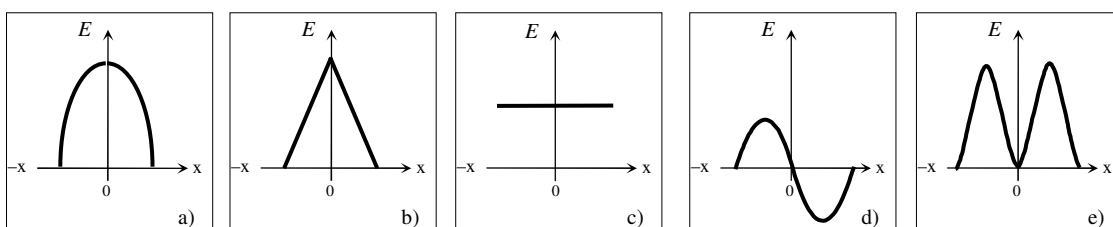
33. Tijelo titra harmonijski amplitudom  $y_0$  i periodom  $T$ . Tijelo u trenutku  $t=0$  prolazi kroz ravnotežni položaj a nakon što prođe vremenski interval  $\Delta t = T/8$  biva od njega udaljeno:

a) $y_0 / 8$	b) $y_0 / \sqrt{2}$	c) $y_0 / 2$	d) $y_0 / (2 \sqrt{2})$	e) $(2 \sqrt{2} y_0) / 3$
--------------	---------------------	--------------	-------------------------	---------------------------

34. Ako na oprugu ovjesimo teret dva puta veće mase konstanta opruge:

a) poveća se dva puta	b) smanji se dva puta	c) poveća se 4 puta	d) smanji se 4 puta	e) ostaje nepromijenjena
-----------------------	-----------------------	---------------------	---------------------	--------------------------

35. Tijelo harmonijski titra. Na crtežima je prikazana ovisnost ukupne energije  $E$  tijela koje titra u ovisnosti o udaljenosti od ravnotežnog položaja  $x$ . Koji crtež prikazuje tu ovisnost?

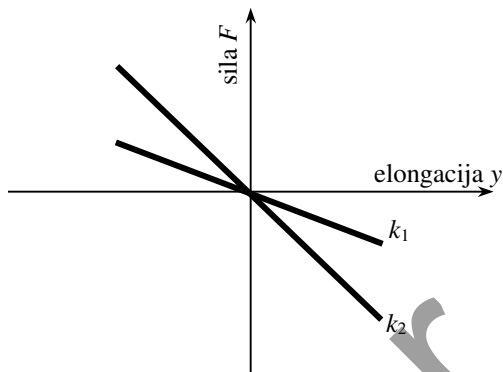


36. Tijelo titra harmonijski po jednadžbi  $y = y_0 \sin \omega t$ . Koji izrazi prikazuju ukupnu energiju sustava?

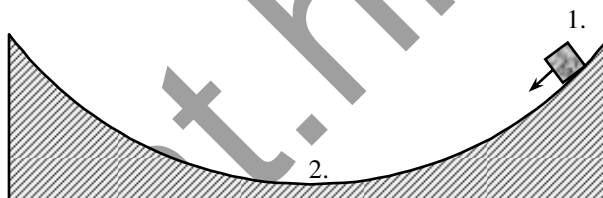
1. $\frac{1}{2} k y_0^2$	2. $\frac{1}{2} F_{maks} y_0$	3. $\frac{F_{maks}}{2k}$	4. $\frac{1}{2} m y_0^2 \omega^2$
-----------------------------	----------------------------------	-----------------------------	--------------------------------------

a) svi	b) samo 1, 2, i 4.	c) nijedan	d) samo 1. i 4.	e) samo 2. i 4.
-----------	-----------------------	---------------	--------------------	--------------------

37. Na crtežu je prikazana ovisnost harmonijske sile  $F$  o pomaku  $y$  iz ravnotežnog položaja (elongaciji) za dvije opruge različitih konstanti elastičnosti  $k_1$  i  $k_2$ . Koja opruga ima veću konstantu elastičnosti?

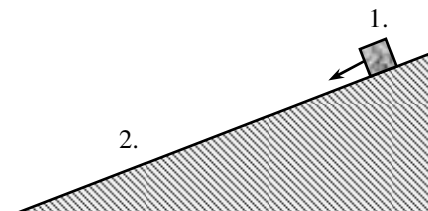


38. Gibanje tijela niz glatku posudu polumjera zakrivljenosti  $r$  od položaja 1. do položaja 2. prikazano je crtežom. Zaokružite točan odgovor!



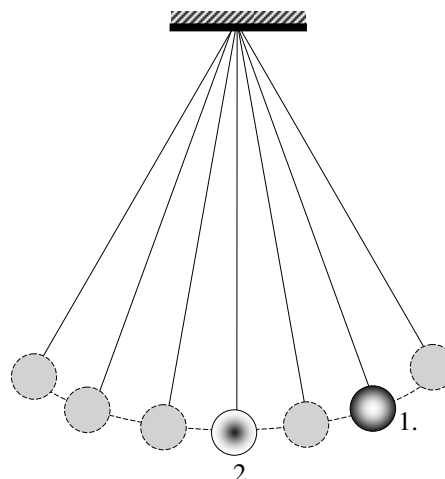
- brzina tijela se povećava, a akceleracija mu se smanjuje.
- brzina i akceleracija tijela se povećavaju.
- brzina tijela se povećava, a akceleracija je konstantna.
- i brzina i akceleracija tijela ne mijenjaju se.
- brzina tijela se smanjuje a akceleracija povećava.

39. Gibanje tijela niz glatku kosinu od položaja 1. do položaja 2. prikazano je crtežom. Zaokružite točan odgovor!



- brzina tijela se povećava, a akceleracija mu se smanjuje.
- brzina i akceleracija tijela se povećavaju.
- brzina tijela se povećava, a akceleracija je konstantna.
- i brzina i akceleracija tijela ne mijenjaju se.
- brzina tijela se smanjuje a akceleracija povećava.

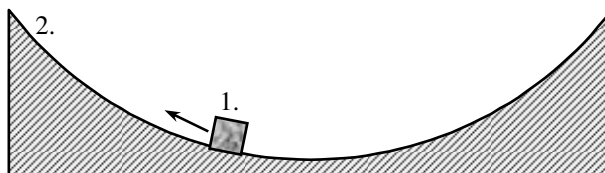
40. Tijelo mase  $m$  ovješeno o tanku dugačku nit duljine  $l$  (jednostavno njihalo) giba se iz položaja 1. prema položaju 2. (crtež). Zaokružite točan odgovor!



- brzina tijela se povećava, a akceleracija mu se smanjuje.
- brzina i akceleracija tijela se povećavaju.
- brzina tijela se povećava, a akceleracija je konstantna.
- i brzina i akceleracija tijela ne mijenjaju se.
- brzina tijela se smanjuje a akceleracija povećava.

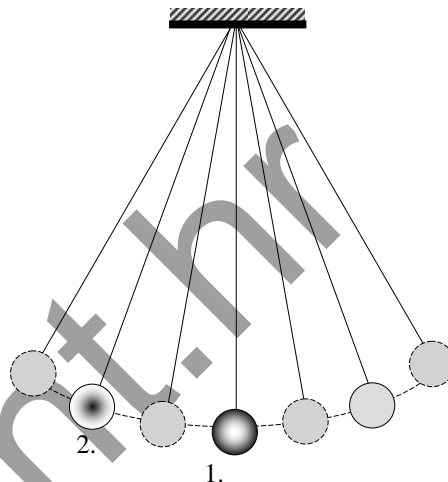
41. Gibanje tijela niz glatku posudu polumjera zakrivljenosti  $r$  od položaja 1. do položaja 2. prikazano je crtežom. Zaokružite točan odgovor!

- brzina tijela se povećava, a akceleracija se smanjuje.
- brzina i akceleracija tijela se povećavaju.
- brzina tijela se povećava, a akceleracija je konstantna.
- i brzina i akceleracija tijela ne mijenjaju se.
- brzina tijela se smanjuje a akceleracija povećava.



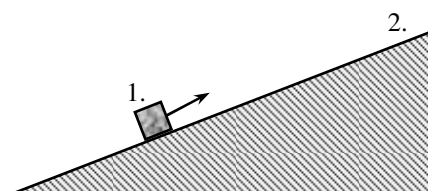
42. Tijelo mase  $m$  ovješeno o tanku dugačku nit duljine  $l$  (jednostavno njihalo) giba se iz položaja 1. prema položaju 2. (crtež). Zaokružite točan odgovor!

- brzina tijela se povećava, a akceleracija se smanjuje.
- brzina i akceleracija tijela se povećavaju.
- brzina tijela se povećava, a akceleracija je konstantna.
- ni brzina ni akceleracija tijela se ne mijenjaju.
- brzina tijela se smanjuje, a akceleracija povećava.

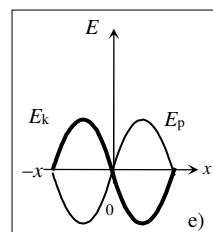
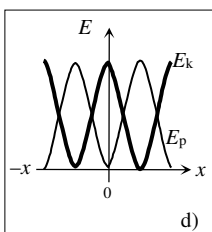
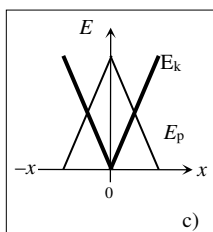
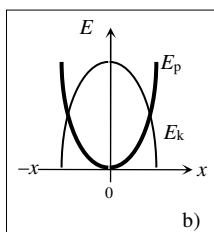
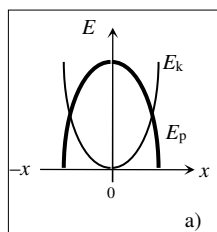


43. Gibanje tijela uz glatku kosinu od položaja 1. do položaja 2. prikazano je crtežom. Zaokružite točan odgovor!

- brzina tijela se povećava, a akceleracija se smanjuje.
- brzina i akceleracija tijela se povećavaju.
- brzina tijela se povećava, a akceleracija je konstantna.
- ni brzina ni akceleracija tijela se ne mijenjaju.
- brzina tijela se smanjuje, a akceleracija povećava.
- brzina tijela se smanjuje, a akceleracija je konstantna.

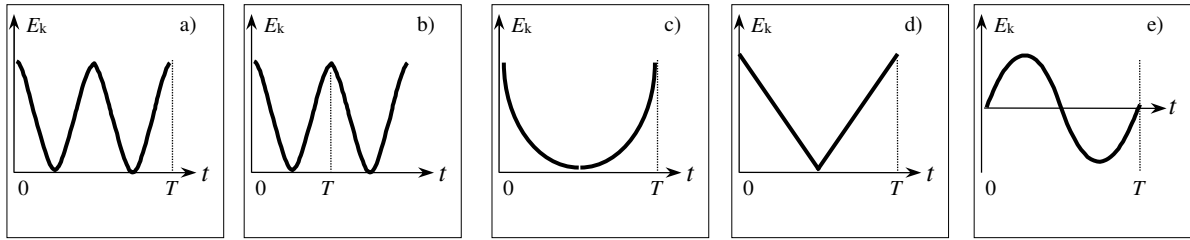


44. Tijelo harmonijski titra. Na crtežima je prikazana ovisnost kinetičke  $E_k$  i potencijalne  $E_p$  u ovisnosti o udaljenosti od ravnotežnog položaja  $x$ . Koji crtež približno prikazuje tu ovisnost?





45. Tijelo harmonijski titra. Na crtežima je prikazana ovisnost kinetičke  $E_k$  u ovisnosti o vremenu  $t$ . Koji crtež približno prikazuje tu ovisnost ako se u trenutku  $t = 0$  tijelo nalazilo u ravnotežnom položaju?



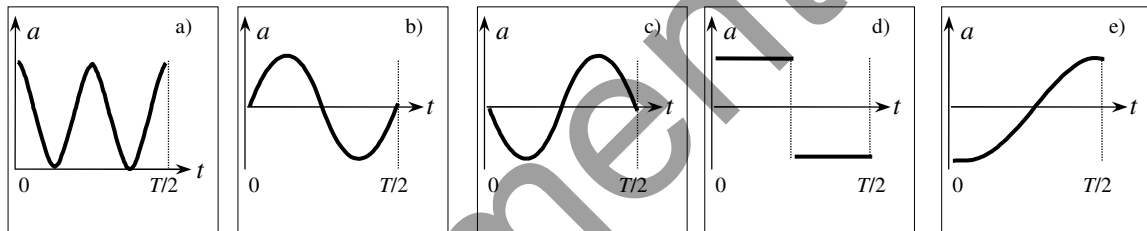
46. Neopterećena opruga ima duljinu  $s_0$  i konstantu opiranja  $k$ . Kad na oprugu ovjesimo tijelo mase  $m$  njezina duljina je  $s_1$ . Ako masu podvostručimo tada se potencijalna energija poveća za:

a)	b)	c)	d)	e)
$\frac{1}{2} k (s_1 - s_0)$	$\frac{1}{2} k (s_1 - s_0)^2$	$\frac{3}{2} k (s_1 - s_0)^2$	$2 k (s_1 - s_0)^2$	$2 k (s_1 - s_0)$

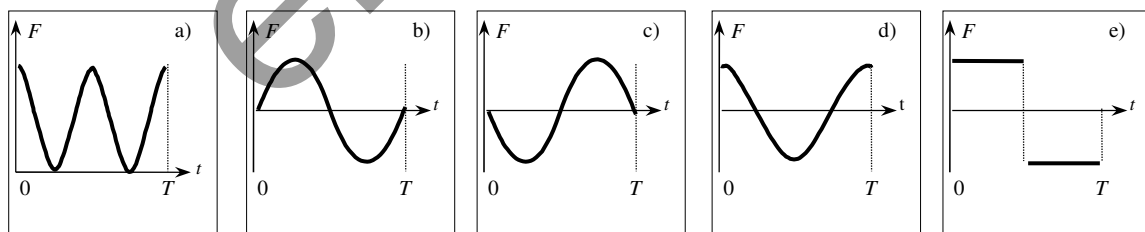
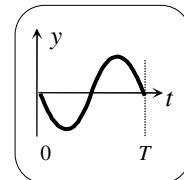
47. Kako se promjeni perioda titranja nekog tijela koje titra harmonijski, ako na njega uz harmonijsku silu djeluje i stalna sila ( $\vec{F} = \text{konst.}$ )

a)	b)	c)	d)	e)
poveća se	smanji se	ostaje jednaka	ne može se izračunati	postaje $\infty$

48. Tijelo mase  $m$  ovješeno o oprugu titra. Koji od predloženih crteža prikazuje ovisnost akceleracije  $a$  o vremenu za pola perioda?

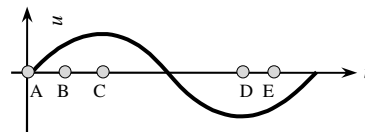


49. Ako je ovisnost elongacije  $y$  o vremenu  $t$  kod harmonijskog titranja prikazana kao na slici, koji od grafičkih prikaza odgovara ovisnosti harmonijske sile  $F$  o vremenu  $t$ ?

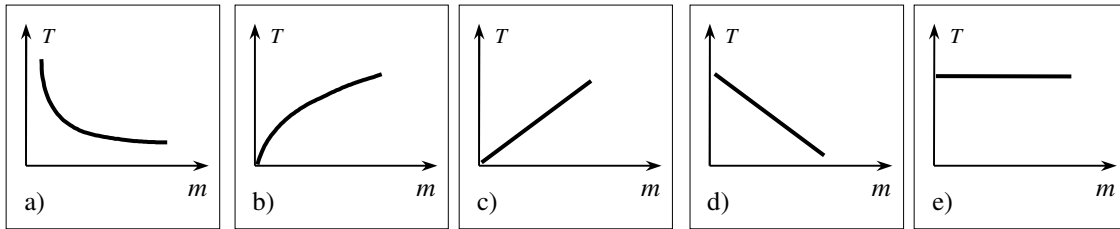


50. Na grafu je prikazana ovisnost brzine titranja  $u$  o vremenu  $t$  za harmonijsko titranje. U kojoj točki prikazanoj na vremenskoj osi je akceleracija tijela najveća?

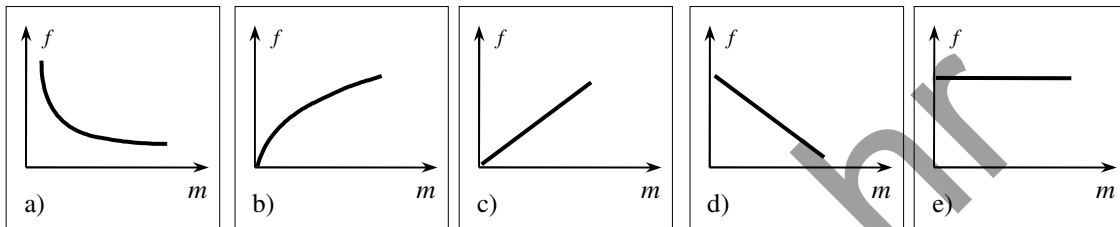
a)	b)	c)	d)	e)
A	B	C	D	E



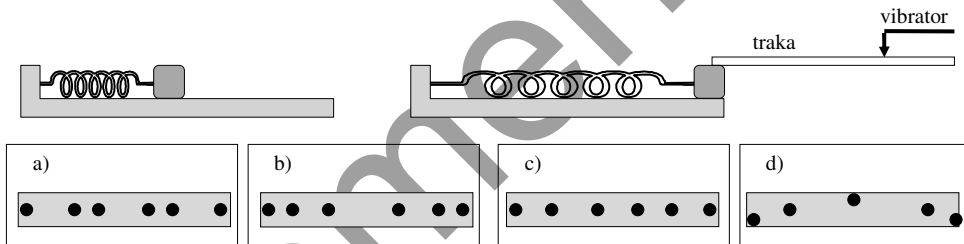
51. Na oprugu konstante opiranja  $k$  je ovješeno tijelo mase  $m$ . Koji od grafičkog prikaza ovisnosti periode  $T$  o masi  $m$  za harmonijsko titranje je točan?



52. Na oprugu konstante opiranja  $k$  je ovješeno tijelo mase  $m$ . Koji od grafičkog prikaza ovisnosti frekvencije  $f$  o masi  $m$  za harmonijsko titranje je točan?



53. Tijelo mase  $m$  pričvršćeno je na oprugu. Na tijelo je pričvršćena traka vibratora koji udara o traku u stalnim vremenskim razmacima ostavljajući trag (slika). Izvučemo li tijelo iz ravnotežnog položaja i pustimo. Kako izgleda trag na traci za vrijeme od pola perioda ( $T/2$ )?



54. Na elastičnu oprugu je ovješeno tijelo mase  $m$ . Koji od navedenih omjera ostaje stalan tijekom titranja zanemarimo li trenje?

- elongacija / frekvencija
- elongacija / brzina
- elongacija / period
- elongacija / akceleracija
- brzina / akceleracija

55. Tijelo harmonijski titra. Tijelu treba 0,25 sekundi da prijeđe od mjesta gdje mu je brzina jednaka nuli do drugog takvog mjesta na suprotnoj strani od ravnotežnog položaja. Ta dva mjesta udaljena su 36 cm. Odredite: a) periodu titranja b) frekvenciju titranja c) amplitudu titranja.

R: a) 0,5 s b) 2 Hz c) 18 cm

56. Spiralna opruga duga 20 cm pričvršćena je jednim svojim krajem za horizontalnu podlogu. S visine 30 cm od podloge ispusti se na oprugu gruda od meke gline. Pri padu glina sabije oprugu na 5 cm. Koju će duljinu imati opruga s glinom na vrhu nakon što se smiri?

a) 10 cm	b) 15,5 cm	c) 7 cm	d) 18 cm	e) 12,5 cm
----------	------------	---------	----------	------------