



# 2

## OSOVINE I VRATILA

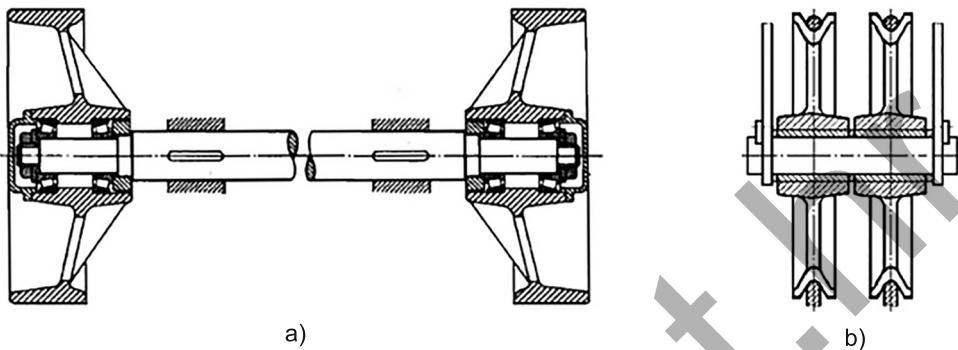


**Nakon ovog poglavlja moći ćete:**

- utvrditi svrhu nosivih elemenata
- razlikovati osovine i vratila prema funkciji
- navesti podjelu osovina i vratila
- proračunati i dimenzionirati osovinu ili vratilo
- objasniti deformacije osovina i vratila uslijed sila savijanja i torzijskih sila
- razlikovati kritičnu brzinu vrtnje od radne (pogonske) brzine vrtnje te posljedice mehaničke rezonancije
- objasniti funkciju rukavaca osovina i vratila
- razlikovati vrste rukavaca prema obliku i opterećenju
- proračunati i dimenzionirati poprečne i uzdužne rukavce.

## 2.1. Osovine – funkcija, oblikovanje i podjela

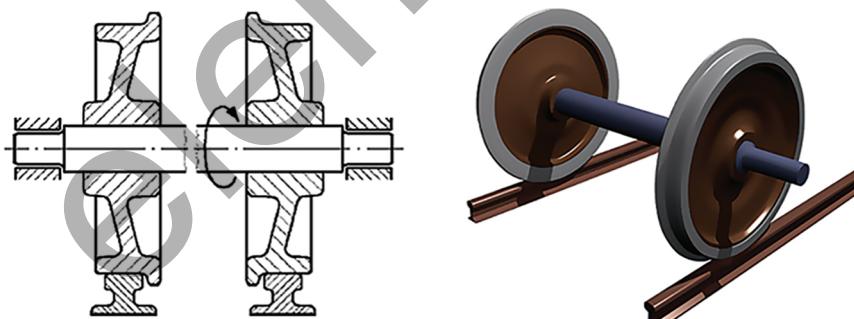
Osovine su strojni elementi koji na sebi nose mirujuće ili rotirajuće strojne dijelove (kao što su remenice, lančanici, zupčanici, kotači, užnice itd.). Upotrebljavamo ih dakle kao nosive elemente strojnih dijelova koji izvode kružno gibanje. One mogu mirovati tako da se na njima smješteni strojni dijelovi okreću pa ih nazivamo **nepomične osovine**, slika 2.1 a) i b).



Slika 2.1. Nepomične osovine

One su dakle oslonjene u ležaju strojnog dijela koji rotira, dok one same miruju (primjerice kotači na mirujućoj osovinici prikolica, slika 2.1.a) ili užnice na mirujućoj osovinici, slika 2.1.b).

Osovina može biti i **rotirajuća** tako što rotira u oslonjenom ležaju, a skupa s njom rotiraju i strojni elementi na njoj pričvršćeni, primjerice osovina na željezničkim vagonima, slika 2.2.



Slika 2.2. Kotači na rotirajućoj osovinici

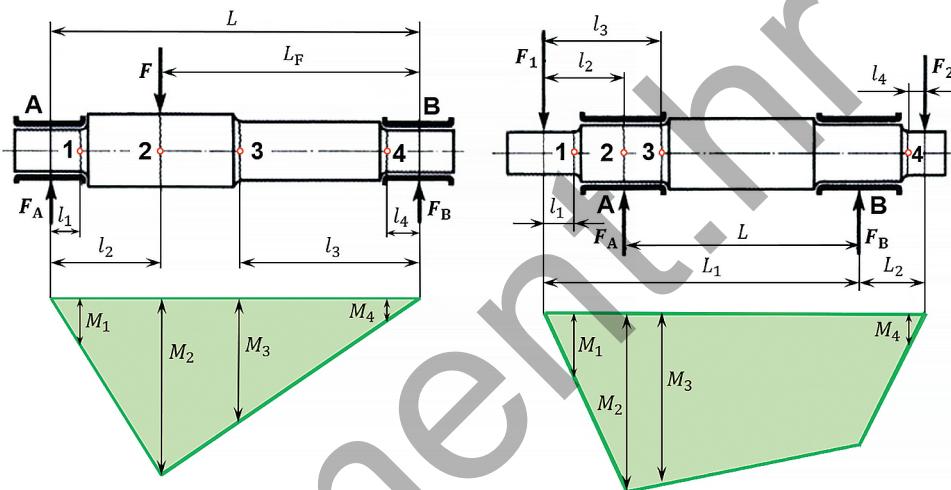
Osovine i vratila rijetko su jednakog promjera po čitavoj duljini. Najčešće su stupnjevani, tj. pojedini dijelovi imaju različite promjere.

Budući da su osovine po svom obliku vrlo slične vratilima, njihovo oblikovanje i materijal za izradu pojasnit ćemo u poglavljju o vratilima.

## 2.2. Osovine – proračun na savijanje

Osovine su opterećenje samo na **savijanje** uslijed vlastite težine i težine dijelova koji su na njima smješteni. One prenose okretno gibanje, ali **ne prenose** okretni moment i snagu te nisu opterećene torzijski, tj. na uvijanje.

Osovine i vratila predstavljaju nosače s dva oslonca opterećene silama  $F$ , slika 2.3. Sile opterećenja su zapravo obodne sile nastale rotiranjem strojnih elemenata koji su na njima smješteni, svedene na osovinu ili vratilo (primjerice na lancu lančanika, u remenu remenice, na zubu zupčanika itd.). Proračun osovina svodi se na određivanje najmanjeg dopuštenog promjera na opasnim ili kritičnim mjestima u ovisnosti o naprezanju na savijanje.



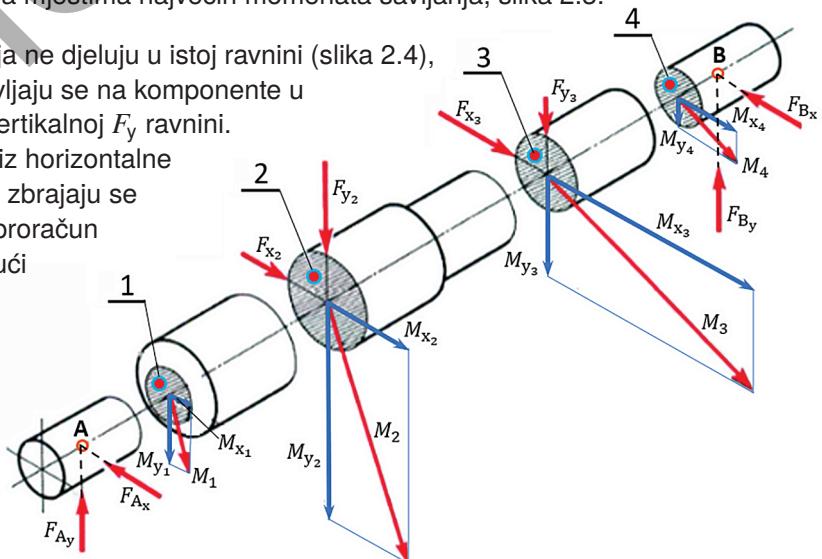
1,3 i 4 → kritični presjeci na mjestu promjene promjera  
2 → kritični presjek na mjestu najvećeg momenata savijanja

Slika 2.3. Opterećenje osovine ili vratila jednom i dvjema silama

**Opasni** ili **kritični presjeci** su svi presjeci na mjestima promjene promjera, na mjestima utora, žlebova te na mjestima najvećih momenata savijanja, slika 2.3.

Ako sile opterećenja ne djeluju u istoj ravnini (slika 2.4), pojedine sile rastavljaju se na komponente u horizontalnoj  $F_x$  i vertikalnoj  $F_y$  ravnini.

Momenti savijanja iz horizontalne i vertikalne ravnine zbrajaju se geometrijski, a za proračun se uzima rezultirajući moment savijanja.

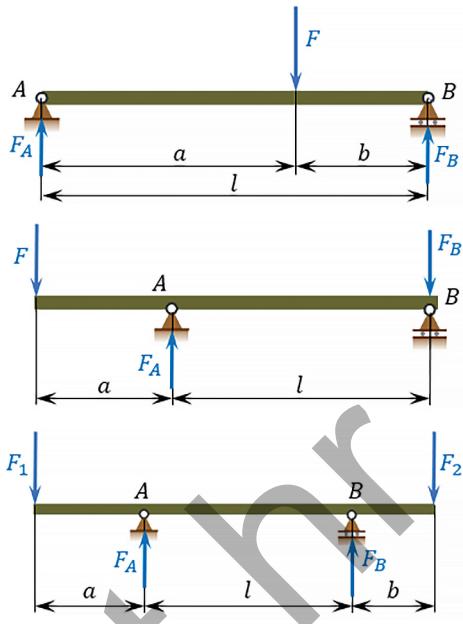


Slika 2.4. Momenti savijanja  $M_s$  ako sile djeluju u raznim ravninama opasnih presjeka

Budući da je zadatak osovina isključivo nošenje tereta, one su opterećene poprečnim silama koje u njima izazivaju naprezanje na savijanje. Opterećenje osovina pojedinim rotacijskim elementima (remenice, zupčanici) može biti unutar ležajnih mesta ( $A, B$ ) i izvan ležajnih mesta ( $A, B$ ), slika 2.5.

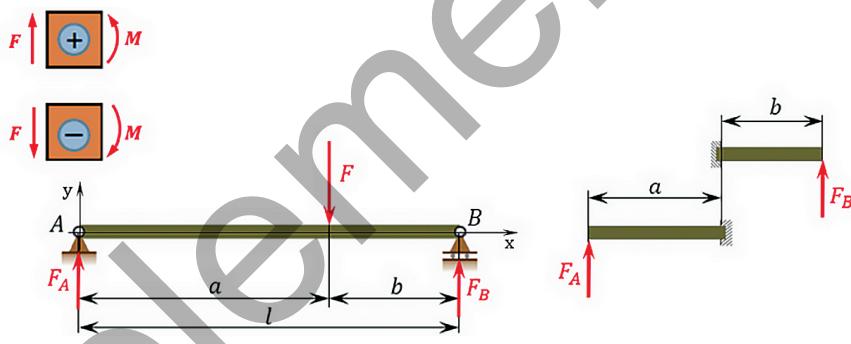
Da se proračuna dopušteni promjer osovine, potrebno je odrediti:

- reakcije u ležajima → sile u ležajima proračunavaju se iz uvjeta ravnoteže
- moment savijanja → moment savijanja je produkt (umnožak) sile i kraka
- moment otpora presjeka
- dopušteno naprezanje na savijanje.



Slika 2.5. Opterećenje osovina unutar i izvan ležajnih mesta

Dimenzioniranje osovine pojasnit ćeemo na primjeru nosača opterećenog silom  $F$ , slika 2.6.



Slika 2.6.

Promatraljući sliku 2.6., imamo:

$$\sum F_y = 0; \quad F_A - F + F_B = 0 \quad (2.1)$$

$$\sum M_B^F = 0; \quad -F_A \cdot l + F \cdot b = 0 \quad \text{odakle je: } F_A = \frac{F \cdot b}{l} \quad [\text{N}] \quad (2.2)$$

$$\sum M_A^F = 0; \quad F_B \cdot l - F \cdot a = 0 \quad \text{odakle je: } F_B = \frac{F \cdot a}{l} \quad [\text{N}]. \quad (2.3)$$

Da se odredi maksimalni moment savijanja (koji se u ovom slučaju nalazi ispod hvatišta sile  $F$ ), može se osovina rastaviti na dvije konzole pri čemu je svaka opterećena jednom od reakcija u ležajima (osloncima), slika 2.6. Sasvim je svejedno s koje strane promatrati moment (s lijeve ili desne), njihove su vrijednosti jednakе.

Maksimalni moment savijanja glasi:

$$M_S = F_A \cdot a = F_B \cdot b \quad [\text{Nmm}]. \quad (2.4)$$

S druge strane, naprezanje na savijanje je  $\sigma_s = \frac{M_s}{W} \leq \sigma_{sd} \left[ \frac{N}{mm^2} \right]$ , odakle slijedi da je najveći dopušteni moment savijanja:

$$M_s = \sigma_{sd} \cdot W = \sigma_{sd} \cdot 0,1 \cdot d^3 [Nm], \quad (2.5)$$

gdje je  $W = \frac{d^3 \cdot \pi}{32} \approx 0,1 \cdot d^3 [mm^3]$  moment otpora presjeka za osovine kružnog presjeka.

Iz jednadžbe (2.5) može se izračunati najmanji dopušteni promjer osovine:  $d^3 = \frac{M_s}{0,1 \cdot \sigma_{sd}}$ , odnosno:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_s}{0,1 \cdot \sigma_{sd}}} [mm] \quad \text{ili} \quad d = \sqrt[3]{\frac{10 \cdot M_s}{\sigma_{sd}}} [mm].$$

Ovako proračunati promjer osovine zaokružuje se na prvu veću standardnu vrijednost.

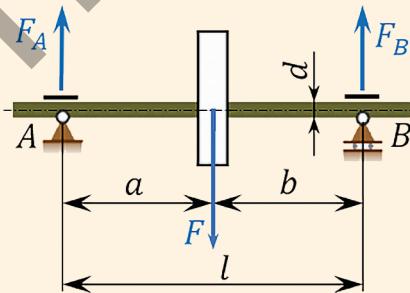
Standardni promjeri osovine su:

$$d = 25, 30, \dots, 140 [mm] - u razmaku po 5 mm$$

$$d = 140, 160, \dots, 1000 [mm] - u razmaku po 20 mm.$$

### Primjer 2.1.

Odredimo promjer pune glatke rotirajuće osovine (slika 2.7). Ona na svojoj sredini nosi remenicu koja je opterećuje silom  $F = 2000 [N]$  ako je dopušteno naprezanje na savijanje  $\sigma_{sd} = 50 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]$ . Materijal osovine je čelik, a razmak između ležaja  $l = 500 [mm]$ .



Slika 2.7. Osovina – primjer za proračun

Kako se remenica nalazi na sredini osovine, slijedi da je:  $a = b = \frac{l}{2} = \frac{500}{2} = 250 [mm]$ .

$$\sum F_y = 0; \quad F_A - F + F_B = 0 \implies F_B = F - F_A [N] \quad (2.6)$$

$$\sum M_B^F = 0; \quad -F_A \cdot l + F \cdot b = 0 \implies F_A = \frac{F \cdot b}{l} = \frac{2000 \cdot 250}{500} = 1000 [N], \text{ uvrštavanjem u (2.6) dobivamo } F_B = 2000 - 1000 = 1000 [N].$$

Maksimalni moment savijanja:

$$M_S = F_A \cdot a = 1000 \cdot 250 = 250000 [Nm] = F_B \cdot b.$$

Najmanji dopušteni promjer osovine:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_s}{0,1 \cdot \sigma_{sd}}} = \sqrt[3]{\frac{250000}{0,1 \cdot 50}} = 36,84 [mm].$$

Usvajamo prvu veću standardnu vrijednost:  $d = 40 [mm]$ .

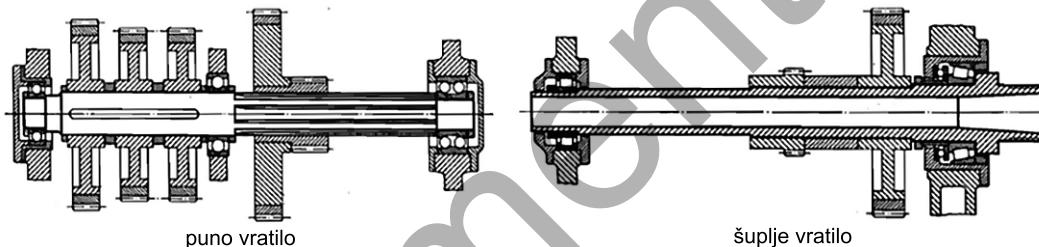
## 2.3. Vratila – funkcija, oblikovanje i podjela

**Vratila** su strojni elementi koji kao i osovine nose razne strojne elemente koji se stalno rotiraju zajedno s njim, te na taj način prenose okretni moment ili neposredno obavljaju rad. Stoga za vratila kažemo da su za razliku od osovina uglavnom rotirajući elementi, slika 2.8.



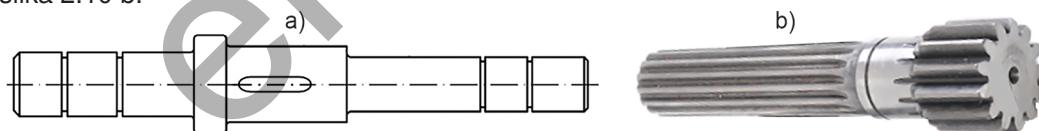
Slika 2.8. Vratilo

Vratila su po obliku slična osovinama, a prema izvedbi mogu (kao i osovine) biti puna i šuplja, slika 2.9.



Slika 2.9. Izvedbe vratila

Vratila po svom obliku (kao i osovine) mogu biti ravna, tj. jednakog presjeka, ali su vrlo rijetko jednakog promjera po čitavoj duljini. Najčešće su stupnjevana, tj. pojedini dijelovi imaju različite promjere, slika 2.10 a. Isto tako mogu biti profilirana ili ožlijebljena, slika 2.10 b.



Slika 2.10. Stupnjevano i profilirano vratilo

Posebnu kategoriju prema obliku čine koljenasta, zglobna i savitljiva vratila, slika 2.11.



koljenasto vratilo

zglobno vratilo

savitljivo vratilo

Slika 2.11. Vratila