

2

Elektromagnetski val, neka svojstva

2.1. Elektromagnetski val, osnovni pojmovi

Prijenos informacije s jedne točke prostora do druge bez posredovanja nekoga krutog prijenosnog sredstva kao što su koaksijalni vodovi, valovodi i sl., zbiva se uz pomoć elektromagnetskog vala (EM). Bežični prijenos pomoću EM vala čini prijenos informacije izrazito fleksibilnim, napose sa stajališta mobilnosti. Potpuno deterministički prikaz fenomena propagacije vala prostorom u općenitom slučaju vrlo je složen. Širenje elektromagnetskog vala opisano je deterministički u Maxwellovim jednadžbama, koje su čak za neke jednostavne situacije praktički vrlo teško rješive. U realnim mobilnim sustavima pojavljuje se problem prostora ispunjenog objektima koji vremenski mogu imati promjenljivi položaj s obzirom na prijatelj. Egzaktno rješenje jednadžbi pretpostavljalo bi poznavanje rubnih uvjeta za sve objekte, uzevši u obzir njihovu, općenito, nehomogenu građu.

Kao uvod dat će se pregled osnovnih pojmova elektromagnetskog vala u svrhu boljeg razumijevanja fenomena propagacije u kanalu koji će se razmatrati manje rigoroznim, a više poluempirijskim metodama.

Elektromagnetski val koji se širi prostorom ponajprije je rezultat promjene električnog i magnet-

skog polja u vremenu i prostoru. Veza između tih osnovnih sastavnica vala, vektora električnog polja \mathbf{E} i vektora magnetskog polja \mathbf{H} , dana je Maxwellovim jednačbama. Ovdje se neće ići u detalje samih jednačbi¹ nego će se one prikazati više kao kvalitativna kategorija. Za jednačbe vrijede sljedeći postulati:

- Električno polje je rezultat vremenski promjenljivoga magnetskog polja.
- Magnetsko polje je rezultat vremenski promjenljivoga električnog polja ili struje.
- Silnice električnog polja počinju ili završavaju na električnim nabojima ili su kontinuirane.
- Silnice magnetskog polja su kontinuirane.

Uz prva dva postulata vezane su tzv. rotorske jednačbe koje sadržavaju konstante proporcionalnosti kao što je permeabilnost medija μ (H/m) te permitivnost medija ϵ (F/m). Obje veličine izražavaju se prema vrijednostima za vakuum odnosno zrak²:

$$\begin{aligned}\mu &= \mu_0 \mu_r & \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \\ \epsilon &= \epsilon_0 \epsilon_r & \epsilon_0 &\approx \frac{10^{-9}}{36\pi} \text{ ili točnije } \epsilon_0 = 8,8541 \cdot 10^{-12} \text{ F/m.}\end{aligned}\quad (2.1)$$

Veličine μ_0 i ϵ_0 vrijednosti su konstanti za slobodan prostor, a μ_r i ϵ_r relativne vrijednosti za neko proizvoljno sredstvo³.

2.1.1. Polarizacija elektromagnetskog vala

Općenito se polarizacija definira preko položaja vektora \mathbf{E} unutar ravnine ravnog vala, i to s obzirom na smjer propagacije⁴.

Cjeloviti izraz za vektor $\mathbf{E}(z, t)$ dan je izrazom (2.17), a fazor $\mathbf{E}(z)$ može se prikazati kao

$$\mathbf{E}(z) = [\mathbf{x}_0 A \exp(j\varphi_a) + \mathbf{y}_0 B \exp(j\varphi_b)] \exp(-jkz). \quad (2.2)$$

Konstante A i B su vrijednosti komponenata vektora električnog polja u smjeru osi x odnosno osi y , dok su φ_a i φ_b fazni kutovi pripadajućih komponenata. Iskoriste li se izrazi (2.17) i (2.2), mogu se dobiti realne vrijednosti komponenata $\mathbf{E}(z, t)$ u smjeru pojedinih osi. Uz pretpostavku da se val

¹Postoji niz vrlo dobrih tekstova gdje se mogu naći objašnjenja, primjene pa čak i interpretacija samih jednačbi [17], [62].

²Razlika je vrlo mala i za potrebe komunikacijskih modela, zanemariva.

³Za slobodan prostor vrijednosti su jedan.

⁴U literaturi je uobičajena referentna ploha površina tla.

širi u smjeru osi z , komponente u smjerovima x i y su

$$\begin{aligned} E_x(z, t) &= A \cos(\omega t - kz + \varphi_a) \\ E_y(z, t) &= B \cos(\omega t - kz + \varphi_b). \end{aligned} \quad (2.3)$$

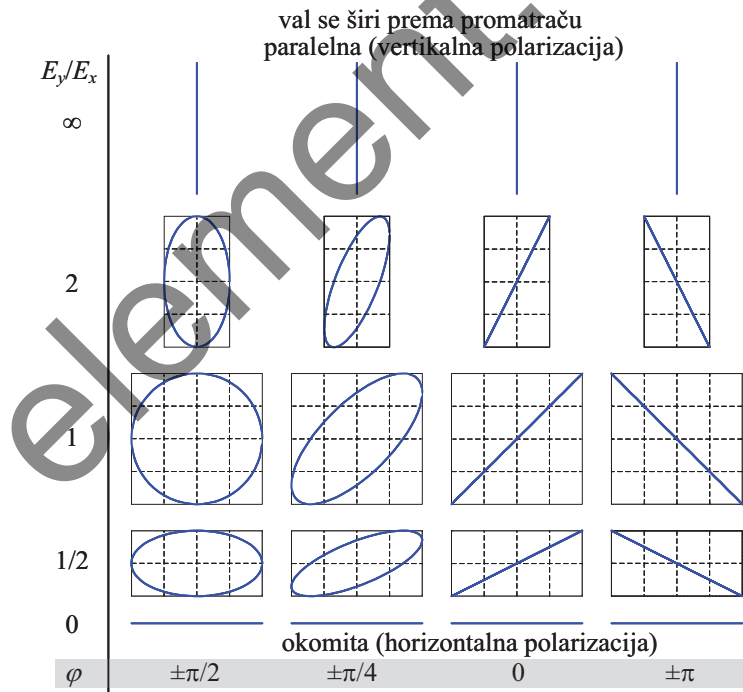
Promatraju li se izrazi u nekoj fiksnoj točki osi z ($z = 0$), dobiju se komponente vektora u smjeru osi x i y .

$$\begin{aligned} E_x(t) &= A \cos(\omega t + \varphi_a) \\ E_y(t) &= B \cos(\omega t + \varphi_b). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Riješi li se (2.4), za $\cos(\omega t)$ i $\sin(\omega t)$ dobije se općeniti izraz

$$\left(\frac{E_x}{A}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{B}\right)^2 - 2 \cos(\varphi) \frac{E_x E_y}{AB} = \sin^2(\varphi), \quad \varphi = \varphi_a - \varphi_b. \quad (2.5)$$

Izraz (2.5) opći je oblik jednadžbe elipse iz kojega se mogu dobiti parametri za različite polarizacije – eliptične, kao najopćenitije, te kružne i linearne.



Sl. 2.1. Primjeri različitih vrsta polarizacija. Smjer propagacije je os z (iz ravnine slike).

Apsolutne vrijednosti veličina E_x i E_y kao i njihovi relativni fazni kutovi određuju vrstu polarizacije. Ako se odnos E_y/E_x nalazi u intervalu $[0, \infty)$ uz diskretne fazne kutove 0 ili $\pm\pi$ (rad),

dobivaju se linearne polarizacije s različitim nagibom rezultirajućeg vektora E u pravokutnu koordinatnom sustavu. Kao rubni slučajevi, u ovim su razmatranjima najzanimljivije paralelna polarizacija ($E_x = 0$) te okomita polarizacija ($E_y = 0$). Neki primjeri polarizacija vidljivi su na sl. 2.1 za različite omjere E_y/E_x te za neke vrijednosti kutova φ . U daljnjim tekstovima redovito će se rabiti linearna polarizacija, paralelna – uobičajena u mobilnim sustavima, premda se u kanalu izvorna polarizacija vala može promijeniti poradi djelovanja pojedinih fizikalnih mehanizama kao raspršenje vala.

Na sl. 2.1 vidljivo je da za jednake vrijednosti komponenta E_y i E_x , uz fazni pomak od $\pm\pi/2$, nastaje kružna polarizacija gdje vektor \mathbf{E} ne zadržava fiksnu ravninu već radi puni krug za trajanja periode, tako da promatrano u vremenu i prostoru vrh vektora \mathbf{E} opisuje spiralu. Ako fazni kut ima negativan predznak nastaje desno orijentirani kružno polarizirani val, a ako je pozitivan nastaje lijevo orijentirani kružno polarizirani val. Ta polarizacija je korisna u komunikacijama gdje su orijentacije odašiljačke i prijamne antene slučajne, kao u slučaju satelitske komunikacije. Ako je omjer amplituda komponenta E_y i E_x različit od jedan, uz faze različite od $\pi/2$, nastaje najopćenitija, eliptična polarizacija. Vrh vektora \mathbf{E} opisuje elipsu, a odnos trenutačnih maksimalnih (E_{maks}) i minimalnih vrijednosti (E_{min}) vektora električnog polja daje aksijalni odnos a :

$$a = \frac{A}{B} = \frac{E_{\text{maks}}}{E_{\text{min}}} \quad (2.6)$$

Vrijednost je pozitivna za lijevo orijentirani val, odnosno negativna za desno orijentirani val.

Pojedini slučajevi su dani u tablici. Maksimalna vrijednost amplitude električnog polja je E_0 .

Polarizacija	E_x	E_y
linearna x	$E_0/\sqrt{2}$	0
linearna y	0	$E_0/\sqrt{2}$
kružna – desna	$-E_0/\sqrt{2}$	$jE_0/\sqrt{2}$
kružna – lijeva	$E_0/\sqrt{2}$	$jE_0/\sqrt{2}$
eliptična – desna	$-aE_0/\sqrt{2}$	$jE_0/\sqrt{2}$
eliptična – lijeva	$aE_0/\sqrt{2}$	$jE_0/\sqrt{2}$

Tablica 2.1. Relativne vrijednosti efektivne vrijednosti komponenta električnog polja

Vrijednost kompleksne konstante a dobije se iz izraza za aksijalni odnos:

$$a = \left[\frac{1 + \left| \frac{E_y}{E_x} \cos [\arg (E_y) - \arg (E_x)] \right|^2}{\left| \frac{E_y}{E_x} \sin [\arg (E_y) - \arg (E_x)] \right|^2} \right]^{\pm 1}. \quad (2.7)$$

EkspONENT u (2.7) namješta se tako da se dobije $a \geq 1$!

Za prijenos maksimalne snage bežičnim kanalom, odašiljačka i prijamna antena trebale bi biti jednako prostorno orijentirane, tj. polarizacije bi se trebale u potpunosti poklapati.

Prostorna orijentacija antene zemaljske bazne stanice je stalna, dok je prostorna orijentacija antene mobilnoga korisnika najčešće slučajna. Ako postoji neki kut Φ između ravnina polarizacija odašiljačke i prijамne antene, tada su na prijамnim stranama prisutni gubici poradi različite polarizacije. Navedeni gubici mogu se izraziti preko faktora prijenosa *PLF* (engl. *Polarization Loss Factor*):

$$PLF = \cos^2(\Phi). \quad (2.8)$$

Izraz (2.8) mjerilo je prijenosa snage – kada se poklapaju ravnine polarizacija⁵ ($\Phi = 0^\circ$) prijenos snage je potpun, dok za slučaj ortogonalne polarizacije ($\Phi = 90^\circ$) teoretski nema prijenosa snage. Kod realnoga kanala fronta vala pri propagaciji nailazi na niz prepreka pa poradi ogiba, refleksije i raspršenja u određenim slučajevima dolazi do depolarizacije vala, što narušava početni odnos polarizacija. U realnom kanalu redovito je prisutno višestazno širenje, tako da uvijek postoje komponente sa zadovoljavajućim faktorom prijenosa.

2.1.2. Ravni elektromagnetski val

Sl. 2.2 prikazuje primjer linearno polariziranog elektromagnetskog vala u trenutku $t = 0$. Vektori \mathbf{E} i \mathbf{H} međusobno su okomiti, a propagacija vala odvija se u smjeru Poyntingova vektora, odnosno osi z (sl. 2.2). Omjeri vrijednosti vektora polja su konstantne u ravnini xy a točke jednakih faza leže u ravnini koja je paralelna s ravninom xy , otuda i naziv ravni val. Promjena magnetskog polja uzrokuje promjenu električnog polja (i obratno) te u toj neprestanoj izmjeni energije iz jednog oblika u drugi nastaje usmjereni protok energije u smjeru osi z . Promjena nekog od parametara vala, kao modulacija signalom informacije, omogućava prijenos te informacije bežičnim kanalom posredovanjem elektromagnetskog vala.

Za uvodno razmatranje pretpostavit će se širenje vala u homogenu dielektričnom sredstvu kao što su vakuum ili zrak, i to bez gubitaka.

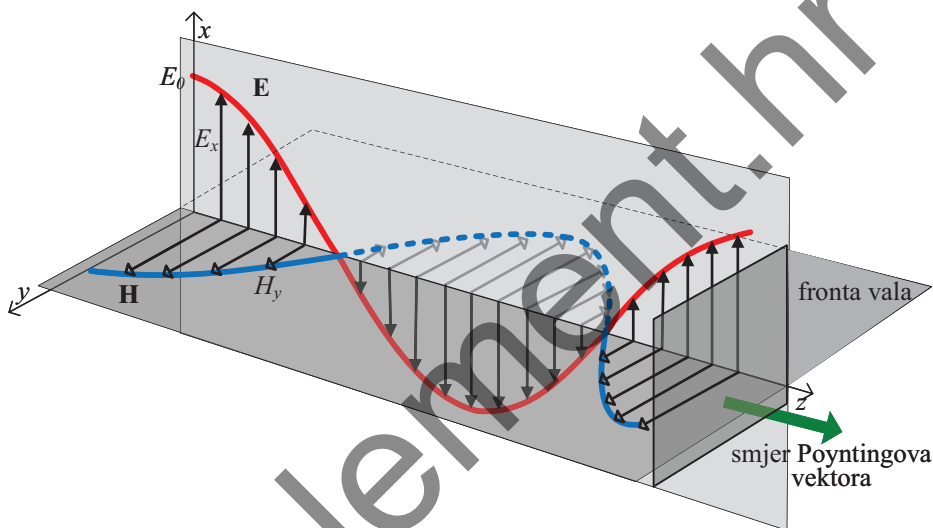
⁵Ovdje se razmatraju isključivo primjeri linearnih polarizacija.

Val na sl. 2.2 prikazan je preko dvije harmonijske funkcije vektora \mathbf{E} i \mathbf{H} ,

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{x}_0 E_0 \cos(\omega t - kz), \\ \mathbf{H} &= \mathbf{y}_0 H_0 \cos(\omega t - kz),\end{aligned}\quad (2.9)$$

gdje su E_0 i H_0 maksimalne vrijednosti apsolutnih vrijednosti vektora, \mathbf{x}_0 i \mathbf{y}_0 su jedinični vektori u pozitivnim smjerovima osi x i y , ω je kružna frekvencija vala⁶ koja u sebi nosi informaciju o valnoj duljini odnosno frekvenciji, a k je valni broj koji pokazuje promjenu faze s prostornim pomakom, u ovom slučaju u smjeru osi z . Za pomak u iznosu valne duljine λ , faza se promijeni za 2π , dakle

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ rad/m.} \quad (2.10)$$



Sl. 2.2. Prikaz propagacije linearno polariziranog vala u smjeru osi z

U prikazu vektora \mathbf{E} i \mathbf{H} često se rabi eksponencijalni oblik

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \mathbf{x}_0 E_0 \exp[j(\omega t - kz)], \\ \mathbf{H} &= \mathbf{y}_0 H_0 \exp[j(\omega t - kz)].\end{aligned}\quad (2.11)$$

Izraz (2.9) ustvari je realni dio izraza (2.11). S obzirom na to da je omjer apsolutnih vrijednosti električnog i magnetskog polja konstantan, za omjer vrijednosti \mathbf{E} i \mathbf{H} u (2.9) vrijedi

$$\frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{H}|} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta, \quad (2.12)$$

⁶Želi li se istaknuti razlika između vala nosioca i informacije, može se uporabiti indeks "0" ili "c".

gdje je η tzv. valna impedancija prostora u kojemu se širi elektromagnetski val. Za zrak vrijedi

$$\eta = \eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{8,854 \cdot 10^{-12}}} = 376,7 \, \Omega \approx 120\pi \, \Omega. \quad (2.13)$$

Općenito, poznavajući vrijednost η , dovoljno je poznavati samo jednu komponentu vala, vrijednost električnog ili magnetskog polja, da bi se druga komponenta mogla jednoznačno odrediti. Ako medij u kojemu se odvija propagacija ima nezanemarive gubitke, rezultirajuća valna impedancija postaje kompleksna veličina

$$\eta = \frac{E}{H} = -\frac{\omega\mu}{j\gamma} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}}. \quad (2.14)$$

Poyntingov vektor svojim iznosom daje informaciju o gustoći snage elektromagnetskog vala (W/m^2) u nekoj točki prostora pri čemu se smjer vektora poklapa sa smjerom propagacije vala. Trenutna vrijednost Poyntingova vektora dobije se iz vektorskog produkta

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^*. \quad (2.15)$$

Srednja vrijednost gustoće snage za vrijeme trajanja jedne periode

$$\mathbf{S}_{\text{av}} = \frac{1}{2} \Re \{ \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \} \rightarrow \mathbf{S}_{\text{av}} = \frac{1}{2} E_0 H_0 \mathbf{z}_0. \quad (2.16)$$

Smjer napredovanja fronte vala dobije se preko pravila desnog vijka, tj. zakretanje vektora \mathbf{E} u smjeru vektora \mathbf{H} najkraćim putem tj. smjerom manjega kuta.

2.1.3. Rasprostiranje vala u sredstvu s gubitcima

Prethodno razmatranje odnosilo se na homogenu dielektrično sredstvo bez gubitaka gdje je vrijednost maksimalne amplitude vektora električnog polja bila neovisna o vrijednosti koordinate z , tako da je dovoljno je odrediti samo jednu komponentu vala. Trenutna vrijednost električnog polja kao funkcija prostora i vremena može se prikazati kao

$$\mathbf{E}(z, t) = \Re \{ \mathbf{E}(z) \exp(j\omega t) \}, \quad (2.17)$$

gdje je veličina $\mathbf{E}(z)$ dobivena za neki određeni vremenski trenutak (npr. $t = 0$), tako da je ovisnost vektora električnog polja samo o prostornoj koordinati dana izrazom

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{x}_0 E_0 \exp(-\gamma z). \quad (2.18)$$

Vrijednost γ je valna konstanta koja ima općeniti oblik $\gamma = \alpha + j\beta$, gdje su α konstanta prigušenja (Np/m), a β fazna konstanta (rad/m).

2. Elektromagnetski val, neka svojstva

Koristeći se izrazom za γ , vektor $\mathbf{E}(z)$ je

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{x}_0 E_0 \exp(-\alpha z) \cdot \exp(-j\beta z). \quad (2.19)$$

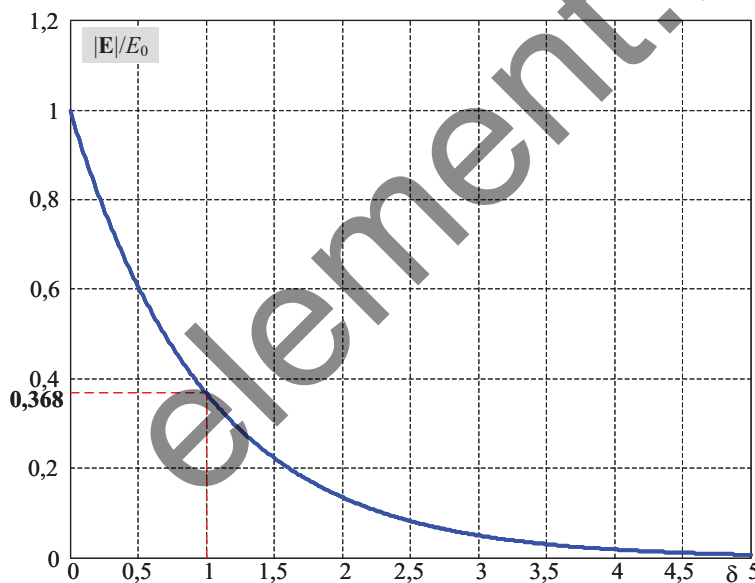
Normirana apsolutna vrijednost je

$$\frac{|\mathbf{E}(z)|}{E_0} = \exp(-\alpha z). \quad (2.20)$$

Iz (2.20) vidi se da normirana apsolutna vrijednost polja pada eksponencijalno s konstantom prigušenja. Vrijednost koordinate z pri kojoj ta vrijednost padne na 36,8 % svoje maksimalne vrijednosti naziva se dubinom prodiranja vala. To je vrijednost pri kojoj je

$$\frac{|\mathbf{E}(z)|}{E_0} = \frac{1}{e} = 0,368 \quad \text{pri tome se definira vrijednost } \delta = \frac{1}{\alpha} \quad (2.21)$$

gdje je δ dubina prodiranja vala – skin efekt.



Sl. 2.3. Prigušenje vala u ovisnosti o δ . Označena je karakteristična vrijednost kada normirana amplituda padne na 0,368 svoje maksimalne vrijednosti.

Spomenuta vrijednost može poslužiti za procjenu dubine prodiranja vala u neki materijal za određeno frekventijsko područje, što može biti važno ako se želi komunikacija s korisnikom u nekomu drugom mediju. Konkretno, to može biti slučaj s podmornicama, uzevši u obzir da morska voda ima relativno dobru vodljivost (oko 5 S/m), što daje dubinu prodiranja pri frekvenciji od 1 MHz oko 22,5 cm! Za istu frekvenciju pustinjsko tlo ima dubinu prodiranja oko 95 m, a za prosječno

tlo gdje je veći sadržaj vode, oko 1,8 m! Općenito, pri nižim frekvencijama tlo se ponaša više kao vodič, dok pri višim kao dielektrik.

Ako medij u kojemu se širi elektromagnetski val ima neku vodljivost, kao tlo ili neki drugi dielektrik sa sadržajem vode, tada permitivnost postaje kompleksna⁷ (ϵ_c).

$$\epsilon_c = \epsilon' - j\epsilon'', \quad \epsilon'' = \frac{\sigma}{\omega}. \quad (2.22)$$

Koristeći se izrazom (2.22) mogu se dobiti općeniti izrazi za α i β :

$$\alpha = \omega \left\{ \frac{\mu\epsilon'}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\epsilon''}{\epsilon'}\right)^2} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.23)$$

$$\beta = \omega \left\{ \frac{\mu\epsilon'}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\epsilon''}{\epsilon'}\right)^2} + 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (2.24)$$

Za sve slučajeve vrijedi $n = \frac{ck}{\omega}$	Potpuni izraz	Dobar dielektrik $\left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2 \ll 1$	Dobar vodič $\left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2 \gg 1$
konstanta prigušenja α (Np/m)	$\omega \left\{ \frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$	$\approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$	$\approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$
fazna konstanta β (rad/m)	$\omega \left\{ \frac{\mu\epsilon}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$	$\approx \omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$
valna impedancija η (Ω)	$\sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}}$	$\approx \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$	$\approx \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}(1 + j)$
valna duljina λ (m)	$\frac{2\pi}{k}$	$\approx \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\mu\epsilon}}$	$\approx 2\pi\sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$
fazna brzina v (m/s)	$\frac{\omega}{k}$	$\approx \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$	$\approx \sqrt{\frac{2\omega}{\mu\sigma}}$

Tablica 2.2. Parametri elektromagnetskog vala u ovisnosti o svojstvima sredstva u kojemu se taj val širi

⁷Detaljnije će se razmatrati kompleksna permitivnost u tekstovima o refleksiji elektromagnetskog vala od tla i od drugih prirodnih i umjetnih prepreka.

2.2. Pregled poglavlja

Elektromagnetski val je prijenosno sredstvo informacije u bežičnom kanalu, pa je stoga dobro dati barem neke osnovne pojmove fizikalnih mehanizama. Budući da je teorija elektromagnetskih valova jedan od složenijih dijelova elektromagnetizma, teško je prikazati neke fenomene a da se pri tome ne moraju koristiti složeniji matematički postupci. Od navedene literature ovdje je korištena knjiga [172] kao vrlo dobar pregled tog područja s prihvatljivim matematičkim aparatom, a opet, s druge strane, pojmovi su prikazani dovoljno detaljno da bi se mogli kasnije uporabiti u analizi kanala. Maxwelllove jednadžbe prikazane su kao opisni fenomeni, no ako postoji potreba za detaljnije proučavanje, gotovo svaki tekst koji se bavi elektromagnetskim valom u većoj ili manjoj mjeri sadržava tu materiju. Usput, može se preporučiti referenca [62] kao dobro polazište za razumijevanje spomenutih jednadžbi. Ima vrlo dobrih tekstova na hrvatskom jeziku [17], [225] koji vrlo dobro pokrivaju to područje. Može se preporučiti i nešto starija referenca, [111], koja pokriva osim elektromagnetskog vala, i probleme propagacije i refleksije od materijala s kompleksnom dielektričnom konstantom. Referenca [13] je svakako preporučljiva kao vrlo detaljan tekst, suvremene metodike.

element.hr