5 Vektori

ISPIT 5.1

Zadatak 1. Točke A, B, C, D, E i F vrhovi su pravilnog šesterokuta, a točka S njegovo je središte. Tada je $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{SB}$ jednako

1) $\overrightarrow{EF}$ **2)** $\overrightarrow{SD}$ **3)** $\overrightarrow{BS}$ **4)** $\overrightarrow{AB}$.

Zadatak 2. Neka je točka S sjecište dijagonala paralelograma $ABCD$. Tada je $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC}$ jednako

1) $\overrightarrow{AC}$ **2)** $\overrightarrow{SC}$ **3)** $\overrightarrow{BC}$ **4)** $\overrightarrow{AB}$.

Zadatak 3. Dan je paralelogram $ABCD$ gdje je $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$ i $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$. Tada je

1) $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ **2)** $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

3) $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$ **4)** $\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$.

Zadatak 4. Zaokruži **netočnu** tvrdnju.

1) Kolinearni vektori su linearno zavisni.

2) Dva linearno nezavisna vektora čine bazu skupa vektora u ravnini V^2.

3) Ako su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ dva linearno nezavisna vektora u V^2, onda se svaki vektor iz V^2 može prikazati kao njihova linearna kombinacija.

4) Ako je α realan broj, onda su vektori $\vec{a}$ i $\alpha\vec{a}$ linearno nezavisni.

Zadatak 5. Točka D polovište je stranice $\overline{BC}$ trokuta ABC. Ako je $\overrightarrow{AB} = \vec{p}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{q}$, tada je

1) $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\vec{p} + \frac{2}{3}\vec{q}$ **2)** $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{p} + \frac{1}{2}\vec{q}$

3) $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\vec{p} - \frac{1}{2}\vec{q}$ **4)** $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\vec{p} - \frac{1}{2}\vec{q}$.

Zadatak 6. Vektorima $\overrightarrow{AB} = 5\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$ i $\overrightarrow{AD} = -\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}$ određen je paralelogram $ABCD$. Duljina dijagonale $\overline{BD}$ paralelograma jednaka je

1) $|\overrightarrow{BD}| = 4$ **2)** $|\overrightarrow{BD}| = 4\sqrt{2}$

3) $|\overrightarrow{BD}| = 2\sqrt{2}$ **4)** $|\overrightarrow{BD}| = 6$.

Zadatak 7. Točke $A(-1, -2)$ i $B(8, 1)$ dva su vrha paralelograma $ABCD$, a točka $S(3, 2)$ sjecište je njegovih dijagonala. Tada je

1) $D(-1, -7)$ **2)** $D(-1, 3)$ **3)** $D(0, 2)$ **4)** $D(-2, 4)$.

Zadatak 8. Kut između vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ je $30°$. Ako je $|\vec{a}| = 3$, a $|\vec{b}| = 4$, onda je $(\vec{a} - \vec{b})^2$ jednako

1) $25 - 12\sqrt{3}$ **2)** 1 **3)** $7 - 6\sqrt{3}$ **4)** $6\sqrt{3}$.

Zadatak 9. Vektor $\vec{v}$ duljine $\sqrt{10}$ okomit je na vektor $\vec{i} - 3\vec{j}$. Od dva moguća rješenja jedno je vektor

1) $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j}$ **2)** $\vec{v} = 3\vec{i} + \vec{j}$ **3)** $\vec{v} = -3\vec{i} + \vec{j}$ **4)** $\vec{v} = \vec{i} + 3\vec{j}$.

Zadatak 10. Vektori $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$ i $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j}$ su

1) kolinearni **2)** okomiti

3) različithi duljna **4)** ništa od navedenog.

Zadatak 11. Dane su točke $A(-1, 4)$, $B(2, -3)$ i $C(-2, 2)$. Najmanji kut trokuta ABC iznosi

1) $15°27'40''$ **2)** $27°13'15''$ **3)** $49°44'49''$ **4)** $54°12'35''$.

Zadatak 12. Površina paralelograma $ABCD$ čija su tri vrha točke $A(0, 4)$, $C(-3, -2)$ i $D(4, 5)$ iznosi

1) 21 **2)** 10.5 **3)** 15 **4)** 7.5.

ISPIT 5.2

Zadatak 1. Točke A, B, C, D, E i F vrhovi su pravilnog šesterokuta, a točka S njegovo je središte. Tada je $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ jednako

1) $\overrightarrow{DE}$ **2)** $\overrightarrow{EF}$ **3)** $\overrightarrow{FE}$ **4)** $\overrightarrow{CD}$.

Zadatak 2. Neka je točka S sjecište dijagonala paralelograma $ABCD$. Tada je $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB}$ jednako

1) $2\overrightarrow{AB}$ **2)** $2\overrightarrow{AD}$ **3)** $2\overrightarrow{AC}$ **4)** $2\overrightarrow{BD}$.

Zadatak 3. Zaokruži točnu tvrdnju.

1) Dva kolinearna vektora ne mogu imati jednaku orijentaciju.

2) Dva kolinearna vektora istih duljina su jednaka.

3) Duljina vektora $2\vec{a}$ dva je puta veća od duljine vektora $\vec{a}$.

4) Dva vektora koja zbrajamo pravilom paralelograma ne možemo zbrojiti pravilom trokuta.

Zadatak 4. Vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su međusobno okomiti ako je

1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ **2)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$ **3)** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ **4)** $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$.

Zadatak 5. Neka je točka S sjecište dijagonala pravilnog šesterokuta $ABCDEF$ te neka je $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{AS}$. Izrazi vektor $\overrightarrow{BE}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

1) $\overrightarrow{BE} = -2(\vec{a} - \vec{b})$ **2)** $\overrightarrow{BE} = \vec{a} - \vec{b}$

3) $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$ **4)** $\overrightarrow{BE} = \vec{a} - 2\vec{b}$

Zadatak 6. Točkama $A(-1,2)$, $B(3,-2)$, $C(5,4)$, $D(x,y)$ određen je paralelogram $ABCD$. Duljina dijagonale $\overline{BD}$ jednaka je

1) $2\sqrt{13}$ **2)** $2\sqrt{26}$ **3)** $\sqrt{52}$ **4)** $\sqrt{17}$.

Zadatak 7. Dan je kvadrat $ABCD$ pri čemu je $\overrightarrow{AC} = -2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$. Površina kvadrata iznosi

1) 3.25 **2)** 6.5 **3)** 13 **4)** 26.

Zadatak 8. Prikažemo li vektor $\vec{w} = 4\vec{\imath} - 7\vec{\jmath}$ kao linearnu kombinaciju ($\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$) vektora $\vec{u} = -2\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$ i $\vec{v} = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$, tada je

1) $\alpha + \beta = 1$ **2)** $\alpha + \beta = 2$ **3)** $\alpha + \beta = -1$ **4)** $\alpha + \beta = 3$.

Zadatak 9. Jedinični vektor istog smjera, ali suprotne orijentacije od vektora $\overrightarrow{AB}$, $A(-1,2)$, $B(2,-2)$ jest vektor

1) $\vec{e} = \frac{3}{4}\vec{\imath} + \frac{5}{4}\vec{\jmath}$ **2)** $\vec{e} = -\frac{1}{5}\vec{\imath} + \frac{2}{5}\vec{\jmath}$

3) $\vec{e} = \frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}$ **4)** $\vec{e} = -\frac{3}{5}\vec{\imath} + \frac{4}{5}\vec{\jmath}$.

Zadatak 10. Kut između vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ je $60°$. Ako je $|\vec{a}| = 2$, a $|\vec{b}| = 5$, onda je $(\vec{a} - 2\vec{b})(3\vec{a} + \vec{b})$ jednako

1) -88 **2)** -32 **3)** -54 **4)** -63.

Zadatak 11. Vektori $\vec{v} = a\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$ i $\vec{w} = -2\vec{\imath} + b\vec{\jmath}$, gdje su a i b realni brojevi različiti od nule, okomiti su ako i samo ako je

1) $a : b = 2 : 5$ **2)** $a : b = 3 : 2$

3) $a : b = 3 : 5$ **4)** $a : b = 3 : 4$.

Zadatak 12. Površina trokuta ABC čiji su vrhovi točke $A(2,0)$, $B(-3,1)$ i $C(1,-2)$ iznosi

1) 11 **2)** 5.5 **3)** 8 **4)** 4.

ISPIT 5.3

Zadatak 1. Množenjem vektora realnim brojem manjim od 0 ne mijenja se

1) duljina vektora

2) orijentacija vektora

3) smjer vektora

4) ništa od navedenog.

Zadatak 2. Zaokruži **netočnu** tvrdnju.

1) Svi jedinični vektori imaju jednake duljine.

2) Umnožak realnog broja i vektora je realan broj.

3) Skalarni umnožak vektora je realni broj.

4) Kolinearni vektori imaju isti smjer.

Zadatak 3. Neka je točka S sjecište dijagonala pravilnog šesterokuta $ABCDEF$. Tada je $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BS}$ jednako

1) $2\overrightarrow{BC}$

2) $2\overrightarrow{FC}$

3) $2\overrightarrow{AF}$

4) $2\overrightarrow{AD}$.

Zadatak 4. Neka su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ vektori te $k \neq 0$ realan broj. Ako vrijedi $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$ onda

1) vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ imaju jednake duljine

2) vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ imaju istu orijentaciju

3) su vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ kolinearni

4) su vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ okomiti.

Zadatak 5. Neka je točka S sjecište dijagonala paralelograma $ABCD$ te neka je $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$. Izrazi vektor $\overrightarrow{SA}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

1) $\overrightarrow{SA} = 2(\vec{a} - \vec{b})$
2) $\overrightarrow{SA} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$
3) $\overrightarrow{SA} = -\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$
4) $\overrightarrow{SA} = \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$

Zadatak 6. Dan je trokut ABC s vrhovima $A(-4, 1)$, $B(-1, 4)$ i $C(4, 2)$. Najdulja stranica trokuta iznosi

1) $\sqrt{65}$ **2)** $\sqrt{29}$ **3)** 3 **4)** $\sqrt{13}$.

Zadatak 7. Ako su točke $A(-3, 1)$ i $B(4, -1)$ dva vrha paralelograma $ABCD$, točka $S(1, 2)$ sjecište njegovih dijagonala, zbroj apscisa točaka C i D jednak je

1) $x_C + x_D = 3$ **2)** $x_C + x_D = 4$ **3)** $x_C + x_D = -2$ **4)** $x_C + x_D = 7$.

Zadatak 8. Kut između vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ je $120°$. Ako je $\vec{a}$ jedinični vektor, a $|\vec{b}| = 2$, onda je $(5\vec{a} + \vec{b})(2\vec{a} - 3\vec{b})$ jednako

1) -88 **2)** -32 **3)** -54 **4)** -63.

Zadatak 9. Vektori $\vec{a} = \vec{i} + k \cdot \vec{j}$ i $\vec{b} = 2\vec{i} - 3 \cdot \vec{j}$ su kolinearni vektori iste orijentacije ako je

1) $k = -\frac{3}{2}$ **2)** $k = -\frac{1}{2}$ **3)** $k = -\frac{2}{3}$ **4)** $k = -\frac{1}{3}$.

Zadatak 10. Vektorima $\overrightarrow{AB} = 7\vec{i} - 6\vec{j}$ i $\overrightarrow{AD} = \vec{i} + 2\vec{j}$ određen je paralelogram $ABCD$. Kut između dijagonala paralelograma $ABCD$ jednak je

1) $\varphi = 56°34'$ **2)** $\varphi = 46°34'$ **3)** $\varphi = 36°34'$ **4)** $\varphi = 26°34'$.

Zadatak 11. Dane su točke $A(-1, -3)$, $B(2, -1)$, $C(0, 4)$, $D(1, y)$. Vektori $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su okomiti ako je

1) $y = \frac{1}{2}$ **2)** $y = \frac{3}{2}$ **3)** $y = \frac{5}{2}$ **4)** $y = \frac{7}{2}$.

Zadatak 12. Težište trokuta ABC je točka $T(1,4)$. Ako su $A(1,3)$ i $B(-2,4)$, onda je

1) $C(-2,5)$ **2)** $C(0,3)$ **3)** $C(4,5)$ **4)** $T(4,7)$.

ISPIT 5.4

Zadatak 1. Zaokruži vektorsku veličinu.

1) masa **2)** tlak **3)** sila **4)** temperatura

Zadatak 2. Neka su $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ vektori te p realan broj. Zaokruži **netočnu** tvrdnju.

1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ **2)** $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$

3) $\vec{a}\cdot\vec{a}\le 0$ **4)** $(p\cdot\vec{a})\cdot\vec{b}=p\cdot(\vec{a}\cdot\vec{b})$

Zadatak 3. Neka je točka S sjecište dijagonala pravilnog šesterokuta $ABCDEF$. Tada je $\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{CS}$ jednako

1) $\overrightarrow{AF}$ **2)** $2\overrightarrow{FE}$ **3)** $2\overrightarrow{DS}$ **4)** $\overrightarrow{BC}$.

Zadatak 4. Neka je točka S sjecište dijagonala paralelograma $ABCD$ te neka je $\vec{a}=\overrightarrow{AS}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$. Izrazi vektor $\overrightarrow{CD}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

1) $\overrightarrow{CD}=\vec{b}-2\vec{a}$ **2)** $\overrightarrow{CD}=\vec{a}-2\vec{b}$

3) $\overrightarrow{CD}=2\vec{a}-2\vec{b}$ **4)** $\overrightarrow{CD}=\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$

Zadatak 5. Ako su točke $A(-3,1)$, $B(2,-1)$ i $C(4,2)$ tri uzastopna vrha paralelograma $ABCD$, duljina dijagonale $\overline{BD}$ jednaka je

1) $\sqrt{23}$ **2)** $\sqrt{34}$ **2)** $\sqrt{43}$ **4)** $\sqrt{32}$.

Zadatak 6. Jedinični vektor istog smjera i orijentacije kao vektor $\overrightarrow{AB}$, pri čemu je $A(3,1)$ i $B(0,-3)$, je

1) $\frac{1}{3}\vec{i} + \frac{1}{4}\vec{j}$ **2)** $-\frac{1}{3}\vec{i} - \frac{1}{4}\vec{j}$ **3)** $\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$ **4)** $-\frac{1}{5}(3\vec{i} + 4\vec{j})$.

Zadatak 7. Duljina vektora $\overrightarrow{PQ}$ je jednaka 5. Ako je $P(3,-1)$, onda nepoznata koordinata točke $Q(x,4)$ iznosi

1) 3 **2)** 5 **3)** 0 **4)** 2.

Zadatak 8. Vektori $\vec{a} = k \cdot \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j}$ su kolinearni vektori suprotne orijentacije ako je

1) $k = -\frac{1}{2}$ **2)** $k = -2$ **3)** $k = -\frac{1}{4}$ **4)** $k = -4$.

Zadatak 9. Dane su točke $A(-2,1)$, $B(4,4)$, $C(4,0)$, $D(x,7)$. Vektori $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ su okomiti ako je

1) $x = 2$ **2)** $x = -1$ **3)** $x = 0$ **4)** $x = \frac{1}{2}$.

Zadatak 10. Vektorima $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ i $\overrightarrow{AD} = \vec{i} + 2\vec{j}$ određen je paralelogram $ABCD$. Kut između dijagonala paralelograma $ABCD$ jednak je

1) $30°$ **2)** $90°$ **3)** $45°$ **4)** $60°$.

Zadatak 11. Trokut ABC je pravokutn pri čemu je $A(-3,-1)$ i $B(8,-2)$. Nepoznata koordinata točke $C(x,4)$ jednaka je

1) 4 **2)** 1 **3)** 2 **4)** -1.

Zadatak 12. Težište trokuta ABC, gdje je $A(3,8)$, $B(-2,4)$, $C(5,-3)$ je točka

1) $T\left(3, \frac{9}{2}\right)$ **2)** $T(2,3)$ **3)** $T(6,9)$ **4)** $T(1,2)$.

ISPIT 5.5

Zadatak 1. Zaokruži **netočnu** tvrdnju.

1) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$

2) $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

3) $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$

4) $\vec{a}-\vec{b}=\vec{b}-\vec{a}$

Zadatak 2. Dva su vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ linearno nezavisna ako iz jednakosti $\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}=\vec{0}$ nužno slijedi

1) $\alpha=\beta=0$

2) $\vec{a}=\vec{b}=0$

3) $\alpha=0$ ili $\beta=0$

4) $\vec{a}=0$ ili $\vec{b}=0$.

Zadatak 3. Neka je točka S sjecište dijagonala pravilnog šesterokuta $ABCDEF$. Tada je $\overrightarrow{FE}-\overrightarrow{SA}$ jednako

1) $2\overrightarrow{SD}$ **2)** $2\overrightarrow{AD}$ **3)** $2\overrightarrow{ES}$ **4)** $2\overrightarrow{FA}$.

Zadatak 4. Neka je točka S sjecište dijagonala paralelograma $ABCD$ te neka je $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ i $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$. Izrazi vektor $\overrightarrow{SD}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

1) $\overrightarrow{SD}=2\vec{b}-2\vec{a}$

2) $\overrightarrow{SD}=\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}$

3) $\overrightarrow{SD}=\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$

4) $\overrightarrow{SD}=\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$

Zadatak 5. Dan je trokut ABC s vrhovima $A(-4,1)$, $B(-1,4)$ i $C(4,2)$. Najkraća stranica trokuta iznosi

1) $5\sqrt{2}$ **2)** $2\sqrt{2}$ **3)** $3\sqrt{2}$ **4)** $4\sqrt{2}$.