



# 6

# Primjena diferencijalnog računa

## ISPIT 6.1

**Zadatak 1.** Jednadžba tangente na graf funkcije  $f(x) = x^3 + 2x$  u točki s apscisom  $x_0 = -1$  je

1)  $y = 3x$

2)  $y = -3x - 6$

3)  $y = 5x + 2$

4)  $y = 5x - 3$

**Zadatak 2.** Koefficient smjera normale na krivulju  $y = \ln^2 2x$  u točki s apscisom  $x_0 = \frac{1}{2}e^2$  je

1)  $\frac{8}{e^2}$

2)  $-\frac{e^2}{8}$

3)  $\frac{4}{e^2}$

4)  $-\frac{e^2}{4}$

**Zadatak 3.** Krivulje  $y = x^2 + x - 6$  i  $y = x^2 - 4$  se sijeku pod kutom od

1)  $2^\circ 43' 35''$

2)  $3^\circ 1' 46''$

3)  $23^\circ 11' 55''$

4)  $25^\circ 13' 16''$

**Zadatak 4.** Funkcija  $f(x) = \ln x - x$  je rastaća u točki s apscisom

1)  $x_0 = -5$

2)  $x_0 = 2$

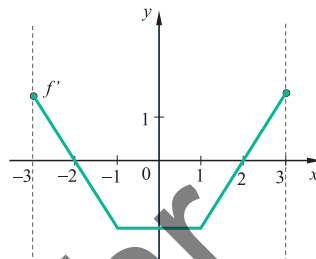
3)  $x_0 = \frac{1}{2}$

4)  $x_0 = -\frac{1}{3}$

**Zadatak 5.** Funkcija  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$  je padajuća na intervalu

- 1)  $\langle 0, 3 \rangle$                       2)  $\langle -\infty, -2 \rangle$                       3)  $\langle 3, 7 \rangle$                       4)  $\langle -2, 1 \rangle$ .

**Zadatak 6.** Na slici je prikazan graf funkcije  $f'$  na intervalu  $[-3, 3]$ . Zaokruži točnu tvrdnju.



- 1) Funkcija  $f$  je rastuća na intervalu  $\langle 1, 3 \rangle$ .  
 2) Funkcija  $f$  ima nul-točke  $x_1 = -2$  i  $x_2 = 2$ .  
 3) Funkcija  $f$  je padajuća na intervalu  $\langle -3, -1 \rangle$ .  
 4) Funkcija  $f$  postiže lokalni maksimum za  $x_0 = -2$ .

**Zadatak 7.** Neka je  $a \in \mathbb{R}$  i  $f(x) = -x^4 + ax^3 - 2x^2 + x - 3$ . Funkcija  $f$  neće imati točke pregiba za

- 1)  $a \in \left\langle -\frac{4\sqrt{3}}{3}, \frac{4\sqrt{3}}{3} \right\rangle$                       2)  $a \in \langle -4, 4 \rangle$   
 3)  $a \in \langle -\infty, -4 \rangle \cup \langle 4, \infty \rangle$                       4)  $a \in \left\langle -\frac{8\sqrt{3}}{3}, \frac{8\sqrt{3}}{3} \right\rangle$ .

**Zadatak 8.** Kosa asimptota funkcije  $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - x + 5}$  je pravac

- 1)  $y = x + 1$                       2)  $y = x - 1$   
 3)  $y = -x + 1$                       4)  $y = -x - 1$ .

**Zadatak 9.** Zbroj dvaju pozitivnih brojeva je 23. Odredi te brojeve tako da je zbroj njihovih kubova minimalan. Koliko iznosi zbroj njihovih kubova u tom slučaju?

- 1)  $\frac{12167}{4}$                       2) 12167                      3)  $\frac{12167}{2}$                       4)  $\frac{12167}{8}$

**Zadatak 10.** U skupu svih stožaca kojima je zbroj visine i polumjera baze jednak 12 odredi onaj s najvećim volumenom. Polumjer baze je u tom slučaju jednak

- 1) 8                      2) 6                      3) 4                      4) 2.

## ISPIT 6.2

**Zadatak 1.** Na graf funkcije  $f(x) = -x^2 + 2x - 3$  položena je tangenta s koeficijentom smjera  $k = 6$ . Apscisa dirališta tangente i grafa funkcije je

- 1)  $x_0 = -1$               2)  $x_0 = -3$               3)  $x_0 = 1$               4)  $x_0 = -2$ .

**Zadatak 2.** Na krivulju  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$  u točki s apscisom  $x_0 = -1$  postavljena je normala. Površina trokuta što ga ta normala zatvara s koordinatnim osima jednaka je

- 1)  $\frac{9\sqrt{6}}{4}$               2)  $\frac{9\sqrt{6}}{2}$               3)  $\frac{3\sqrt{6}}{2}$               4)  $6\sqrt{6}$ .

**Zadatak 3.** Krivulje  $y = x^3 - 1$  i  $y = x^2 + 2x - 1$  se sijeku pod kutom od

- 1)  $26^\circ 33' 54''$               2)  $63^\circ 26' 6''$               3)  $15^\circ 54' 16''$               4)  $90^\circ$ .

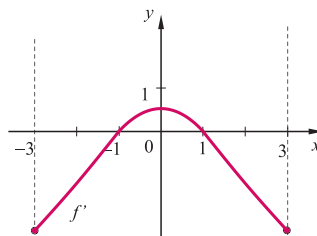
**Zadatak 4.** Funkcija  $f(x) = \cos^2 x$  je padajuća u točki s apscisom

- 1)  $x_0 = \frac{7\pi}{8}$               2)  $x_0 = \frac{11\pi}{12}$               3)  $x_0 = \frac{5\pi}{8}$               4)  $x_0 = \frac{5\pi}{12}$ .

**Zadatak 5.** Funkcija  $f(x) = 2x^3 + 24$  je

- 1) padajuća na  $\mathbb{R}$                                       2) rastuća na  $\mathbb{R}$   
 3) padajuća na intervalu  $\langle 0, 2 \rangle$               4) padajuća na intervalu  $\langle -4, 0 \rangle$ .

**Zadatak 6.** Na slici je prikazan graf funkcije  $f'$  na intervalu  $[-3, 3]$ . Zaokruži točnu tvrdnju



- 1) Funkcija  $f$  je padajuća na intervalu  $\langle 0, 3 \rangle$ .
- 2) Funkcija  $f$  je rastuća na intervalu  $\langle -1, 1 \rangle$ .
- 3) Funkcija  $f$  postiže lokalni maksimum za  $x_0 = 0$ .
- 4) Funkcija  $f$  postiže lokalni maksimum za  $x_0 = -1$ .

**Zadatak 7.** Funkcija  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$  je konveksna na intervalu

- 1)  $\langle 0, \infty \rangle$
- 2)  $\langle -\sqrt{2}, \sqrt{2} \rangle$
- 3)  $\langle -\infty, -\sqrt{2} \rangle \cup \langle \sqrt{2}, \infty \rangle$
- 4)  $\mathbb{R}$ .

**Zadatak 8.** Kosa asimptota funkcije  $f(x) = \frac{-x^3 + 2}{x^2 + x + 3}$  je pravac

- 1)  $y = -x + 1$
- 2)  $y = x - 1$
- 3)  $y = x + 1$
- 4)  $y = -x - 1$ .

**Zadatak 9.** Zbroj dvaju pozitivnih brojeva je 17. Odredi te brojeve tako da im je umnožak maksimalan. Koliko iznosi umnožak u tom slučaju?

- 1) 289
- 2)  $\frac{289}{2}$
- 3)  $\frac{289}{4}$
- 4)  $\frac{289}{8}$ .

**Zadatak 10.** Prostorna dijagonala kvadra duga je 10, a jedan od bridova dvostruko je dulji od drugog. Među svih takvim kvadrima odredi onaj s najvećim volumenom. Taj volumen iznosi

- 1)  $\frac{400\sqrt{3}}{9}$
- 2)  $\frac{800\sqrt{3}}{9}$
- 3)  $125\sqrt{2}$
- 4)  $75\sqrt{2}$ .

## ISPIT 6.3

**Zadatak 1.** Koeficijent smjera tangente na graf funkcije  $f(x) = \sin 2x$  u točki s apscisom  $\frac{5\pi}{12}$  je

- 1)  $\frac{1}{2}$                       2)  $-1$                       3)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       4)  $-\sqrt{3}$ .

**Zadatak 2.** U kojoj točki krivulje  $y = \sqrt{2x-2}$  treba položiti tangentu da bi ona bila paralelna pravcu  $x - 2y + 5 = 0$ ?

- 1)  $T(1, 0)$                       2)  $T(3, 2)$                       3)  $T(9, 4)$                       4)  $T(4, \sqrt{6})$

**Zadatak 3.** Kut koji zatvaraju normale krivulje  $y = \frac{x-2}{x+5}$  u njezinim sjecištima s koordinatnim osima iznosi

- 1)  $7^\circ 30' 44''$                       2)  $80^\circ 18' 16''$                       3)  $44^\circ 24' 35''$                       4)  $72^\circ 54' 29''$ .

**Zadatak 4.** Funkcija  $f(x) = \frac{e^x}{x}$  je rastuća u točki s apscisom

- 1)  $x_0 = 2$                       2)  $x_0 = -1$                       3)  $x_0 = \frac{1}{10}$                       4)  $x_0 = \frac{1}{5}$ .

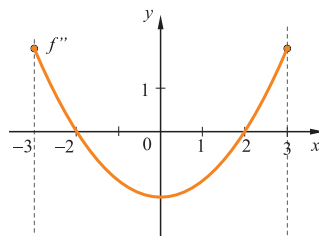
**Zadatak 5.** Neka je  $a \in \mathbb{R}$  i  $f(x) = -\frac{1}{5}x^5 + ax^3 - 12$ . Funkcija  $f$  je monotono padajuća na cijelom području definicije za

- 1)  $a \in \langle -\infty, 3 \rangle$                       2)  $a \in \langle -\infty, 0 \rangle$                       3)  $a \in \langle 0, 3 \rangle$                       4)  $a \in \langle 3, \infty \rangle$ .

**Zadatak 6.** Lokalni maksimum funkcije  $f(x) = \frac{\ln x + 1}{x}$  postiže se za

- 1)  $x_0 = \frac{1}{e}$                       2)  $x_0 = e$                       3)  $x_0 = \frac{1}{2}$                       4)  $x_0 = 1$ .

**Zadatak 7.** Na slici je prikazan graf funkcije  $f''$  na intervalu  $[-3, 3]$ . Zaokruži točnu tvrdnju.



- 1) Vrijedi  $f'''(1) > 0$ .
- 2) Funkcija  $f'$  ima lokalni ekstrem za  $x_0 = 0$ .
- 3) Funkcija  $f$  je konveksna na intervalu  $\langle 0, 3 \rangle$ .
- 4) Funkcija  $f$  je konkavna na intervalima  $\langle -3, -2 \rangle$  i  $\langle 2, 3 \rangle$ .

**Zadatak 8.** Kosa asimptota funkcije  $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^3 + 2x^2 - 3}$  je pravac

- 1)  $y = x$
- 2)  $y = x - 2$
- 3)  $y = -2x + 1$
- 4)  $y = x - \frac{1}{2}$

**Zadatak 9.** Od svih pravokutnika opsega 24 odredi onaj s najvećom površinom. Površina u tom slučaju iznosi

- 1) 36
- 2) 25
- 3) 144
- 4) 64.

**Zadatak 10.** Točkom  $T(2, 4)$  položi pravac koji s pozitivnim dijelovima koordinatnih osi zatvara trokut najmanje površine. Jednadžba tog pravca je

- 1)  $x + 2y - 4 = 0$
- 2)  $2x + y - 8 = 0$
- 3)  $x + 2y + 8 = 0$
- 4)  $2x + 2y - 4 = 0$ .

## ISPIT 6.4

**Zadatak 1.** Koeficijent smjera tangente na graf funkcije  $f(x) = \ln^2 3x$  u točki s apscisom  $x_0 = 1$  je

- 1)  $2 \ln 3$                       2)  $3 \ln 3$                       3)  $6 \ln 3$                       4)  $\ln^2 3$ .

**Zadatak 2.** Jedna od točaka krivulje  $y = (x-2)^3 + 1$  u kojoj je tangenta okomita na pravac  $x + 12y - 6 = 0$  je

- 1)  $T(1, 0)$                       2)  $T(3, 2)$                       3)  $T(4, 9)$                       4)  $T(-1, -26)$ .

**Zadatak 3.** Kut koji zatvaraju normale krivulje  $y = \cos 2x$  u njezinim sjecištima s koordinatnim osima iznosi

- 1)  $26^\circ 33' 54''$                       2)  $63^\circ 26' 5''$                       3)  $35^\circ 47' 42''$                       4)  $45^\circ$ .

**Zadatak 4.** Funkcija  $f(x) = \sin^2 x$  je rastuća u točki s apscisom

- 1)  $x_0 = \frac{21\pi}{8}$                       2)  $x_0 = \frac{25\pi}{12}$                       3)  $x_0 = \frac{7\pi}{8}$                       4)  $x_0 = -\frac{\pi}{12}$ .

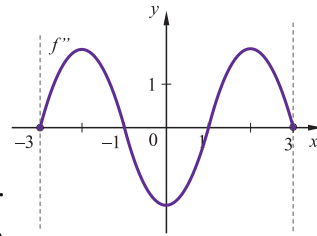
**Zadatak 5.** Funkcija  $f(x) = \ln^3 x - \ln^2 x$  je padajuća na intervalu

- 1)  $\langle 0, 1 \rangle$                       2)  $\langle 1, \sqrt[3]{e^2} \rangle$                       3)  $\langle 1, e^2 \rangle$                       4)  $\langle \sqrt[3]{e}, \infty \rangle$ .

**Zadatak 6.** Neka je  $a \in \mathbb{R}$  i  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + 9x - 13$ . Funkcija  $f$  ima lokalne ekstreme za

- 1)  $a \in \langle -\infty, -3 \rangle \cup [3, \infty)$                       2)  $a \in [-3, 3]$   
 3)  $a \in \langle -\infty, -6 \rangle \cup [6, \infty)$                       4)  $a \in [-6, 6]$ .

**Zadatak 7.** Na slici je prikazan graf funkcije  $f''$  na intervalu  $[-3, 3]$ . Zaokruži točnu tvrdnju.



- 1) Funkcija  $f$  postiže lokalni ekstrem u  $-1$  i  $1$ .
- 2) Funkcija  $f$  je konveksna na intervalu  $\langle -1, 1 \rangle$ .
- 3) Funkcija  $f'''$  je negativna na intervalu  $\langle -1, 1 \rangle$ .
- 4) Funkcija  $f'$  je padajuća na intervalu  $\langle -1, 1 \rangle$ .

**Zadatak 8.** Funkcija  $f(x) = \frac{5}{x^3} + x$  ima

- |                    |                      |
|--------------------|----------------------|
| 1) jednu asimptotu | 2) dvije asimptote   |
| 3) tri asimptote   | 4) četiri asimptote. |

**Zadatak 9.** Od svih pravokutnika površine 64 odredi onaj s najmanjim opsegom. Opseg u tom slučaju iznosi

- |      |       |       |        |
|------|-------|-------|--------|
| 1) 8 | 2) 16 | 3) 32 | 4) 64. |
|------|-------|-------|--------|

**Zadatak 10.** U skupu svih valjaka kojima je zbroj visine i polumjera baze jednak 9 odredi onaj s najvećim volumenom. Taj volumen iznosi

- |            |             |             |               |
|------------|-------------|-------------|---------------|
| 1) $54\pi$ | 2) $108\pi$ | 3) $162\pi$ | 4) $216\pi$ . |
|------------|-------------|-------------|---------------|



## ISPIT 6.5

**Zadatak 1.** Koeficijent smjera tangente na graf funkcije  $f(x) = \sqrt{\cos 2x}$  u točki  $x_0 = \frac{\pi}{6}$  je

- 1)  $-\frac{\sqrt{6}}{2}$       2)  $-\frac{\sqrt{6}}{3}$       3)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$       4)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**Zadatak 2.** Udaljenost normale krivulje  $y = x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x$  u točki s apscisom  $x_0 = 1$  od ishodišta koordinatnog sustava je

- 1)  $\sqrt{3}$       2)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       3)  $\sqrt{5}$       4)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ .

**Zadatak 3.** Kut koji zatvaraju tangente krivulje  $y = \cos^2 x$  u njezinim točkama s apscisama  $\frac{\pi}{12}$  i  $\frac{\pi}{4}$  iznosi

- 1)  $65^\circ 14' 43''$       2)  $25^\circ 45' 17''$       3)  $71^\circ 33' 54''$       4)  $18^\circ 26' 6''$ .

**Zadatak 4.** Funkcija  $f(x) = \sqrt{x^2 - 12x}$  je padajuća u točki s apscisom

- 1)  $x_0 = 10$       2)  $x_0 = -8$       3)  $x_0 = 5$       4)  $x_0 = 15$ .

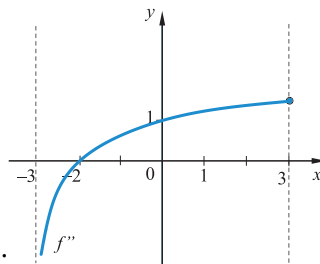
**Zadatak 5.** Neka je  $a \in \mathbb{R}$  i  $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax$ . Funkcija  $f$  je monotono rastuća na cijelom području definicije za

- 1)  $a \in \langle 1, \infty \rangle$       2)  $a \in \langle -\infty, -2 \rangle$       3)  $a \in \langle -2, \infty \rangle$       4)  $a \in \langle 3, \infty \rangle$ .

**Zadatak 6.** Za  $x_0 = -1$  funkcija  $f(x) = (x^2 + 1)e^x$  postiže

- 1) lokalni minimum      2) lokalni maksimum  
3) nul-točku      4) ništa od navedenog.

**Zadatak 7.** Na slici je prikazan graf funkcije  $f''$  na intervalu  $[-3, 3]$ . Zaokruži točnu tvrdnju.



- 1) Funkcija  $f'$  je rastuća na intervalu  $\langle -3, 3 \rangle$ .
- 2) Funkcija  $f$  je konkavna na intervalu  $\langle -3, 3 \rangle$ .
- 3) Funkcija  $f$  ima lokalni ekstrem za  $x_0 = -2$ .
- 4) Funkcija  $f$  je konveksna na intervalu  $\langle -2, 3 \rangle$ .

**Zadatak 8.** Funkcija  $f(x) = \frac{(x+2)^2(x-1)}{(x-2)(x+3)^2}$  ima

- 1) jednu asimptotu
- 2) dvije asimptote
- 3) tri asimptote
- 4) četiri asimptote.

**Zadatak 9.** Zbroj duljina kateta pravokutnog trokuta je 15. Odredi koji od tih trokuta ima najkraću hipotenuzu. Duljina hipotenuze u tom slučaju iznosi

- 1) 15
- 2)  $15\sqrt{2}$
- 3)  $\frac{15}{2}$
- 4)  $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ .

**Zadatak 10.** U skupu pravilnih četverostranih piramida kojima je zbroj visine i duljine osnovnog brida 15 odredi onu s najvećim volumenom. Taj volumen iznosi

- 1) 75
- 2)  $\frac{250}{3}$
- 3)  $\frac{400}{3}$
- 4)  $\frac{500}{3}$ .