



SKUPOVI BROJEVA

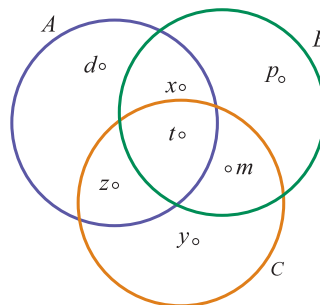
1.1. Pojam skupa i operacije sa skupovima

Zadatak 1. Zadani su skupovi $M = \{2, 3, 5, 16\}$ i $N = \{1, 3, 5, 7, 8\}$. Odredite:

- a) $M \cup N$ b) $M \cap N$ c) $M \setminus N$ d) $N \setminus M$ e) $\text{card}(M)$.

Zadatak 2. Slika prikazuje skupove A , B i C .
Odredite:

- a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \cap C$
d) $C \setminus B$ e) $C \setminus A$ f) $A \setminus (B \cup C)$
g) $\text{card}(A)$ h) $\text{card}(B \cup C)$ i) $A \cap B \cap C$.



Zadatak 3. Odredite skup B ako je: $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A \setminus B = \{8, 4\}$, $C \setminus B = \{6, 4\}$, $A \cap C = \{4, 7\}$, $A \cap B = \{2, 5, 7\}$ i $B \cap C = \{1, 3, 7\}$.

Zadatak 4. Ako je $B \setminus A = \{1, 2, 3\}$ i $C \setminus A = \{2, 4, 6\}$, odredite $(B \cup C) \setminus A$ i $(B \cap C) \setminus A$.

Zadatak 5. Odredite $\text{card}(A \cap B)$ ako je $\text{card}(A) = 15$, $\text{card}(B) = 17$ i $\text{card}(A \cup B) = 23$.

Zadatak 6. Odredite $\text{card}(B)$ i $\text{card}(A \setminus B)$ ako je $\text{card}(A) = 30$, $\text{card}(A \cap B) = 19$ i $\text{card}(A \cup B) = 38$.

Zadatak 7. Odredite $\text{card}(B)$ ako vrijedi: $\text{card}(A \cup B \cup C) = 30$, $\text{card}(C \setminus (A \cup B)) = 6$, $\text{card}((A \cap B) \setminus C) = 1$, $\text{card}((A \cap B) \cap C) = 4$, $\text{card}(A \cap C) = 10$, $\text{card}(B \cap C) = 9$ i $\text{card}(A) = 16$.



1. Skupovi brojeva

Zadatak 8. U trgovini je tijekom dana bilo 325 kupaca. Njih 180 kupilo je kruh, a njih 92 kupilo je mlijeko. Ako ih 110 nije kupilo ni kruh ni mlijeko, koliko je kupaca kupilo i kruh i mlijeko?

Zadatak 9. U razredu je dvadeset osam učenika. Neki učenici se izvan škole bave sportom, neki pohađaju glazbenu školu, a neki uče strani jezik. Ukupno se dvadeset jedan učenik bavi sportom, petero ih pohađa glazbenu školu, a šestero ih uči strani jezik, s time da ih se dvoje bavi sportom i pohađa glazbenu školu, troje ih se bavi sportom i uči strani jezik, a dvoje pohađa glazbenu školu i uči strani jezik. Ako se nitko od učenika ne bavi sa svim trima aktivnostima, koliko se učenika toga razreda ne bavi niti jednom od tih aktivnosti?

Zadatak 10. Na međunarodnom skupu sastalo se 110 književnika od kojih svaki govori barem jedan od tri jezika: engleski, talijanski ili njemački. Njemački govori 48 sudionika, a samo tri od njih ujedno govori i talijanski jezik. Engleski i talijanski govore 33 sudionika, a 12 ih govori samo talijanski. Točno dva od navedenih jezika govori 77 sudionika, a sva tri jezika govori 1 sudionik. Koliko sudionika govori samo njemački, a koliko samo engleski jezik?

Zadatak 11. Odredite neka dva podskupa skupa $S = \{a, b, c\}$. Koliko ukupno podskupova ima skup S ?

Zadatak 12. Koliko ukupno podskupova ima skup A ako vrijedi $\text{card}(A) = 4$?

Zadatak 13. Za svaku tvrdnju odredite je li istinita za sve skupove A i B .

a) $A \cap A = \emptyset$

b) $A \setminus B = B \setminus A$

c) $A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$

d) $\text{card}(A \cup B) > \text{card}(A \cap B)$

e) $A \subset B \implies \text{card}(A) \leq \text{card}(B)$

f) $\text{card}(A) \leq \text{card}(B) \implies A \subset B$

Zadatak 14. Na koliko je načina moguće odabrati tri različita broja iz skupa $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ako:

a) je bitan redoslijed kojim ih biramo

b) nije bitan redoslijed kojim ih biramo.

1.2. Prirodni i cijeli brojevi

Zadatak 1. Zapišite skup svih prirodnih brojeva koji su:

- a) manji od 119 b) veći od 13 i manji od 256 c) parni
d) višekratnici broja 3 e) djeljivi s brojem 12 f) djelitelji broja 12.

Zadatak 2. Odredite $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $\text{card}(A)$ i $\text{card}(B)$.

- a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x \leq 10\}$ i $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\}$
b) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid -2 < x \leq 3\}$ i $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 < x \leq 3\}$
c) $A = \{a \mid a \text{ je djelitelj broja } 8\}$ i $B = \{b = 6n \mid n < 4 \text{ i } n \in \mathbb{N}\}$

Zadatak 3. Izračunajte.

- a) $1 + 2 + \dots + 185 + 186$ b) $27 + 28 + \dots + 78 + 79$
c) $515 + 514 + \dots + 144 + 143$ d) $-1 - 2 - \dots - 47 - 48$
e) $-229 - 230 - \dots - 401 - 402$ f) $-53 - 52 - \dots - 1 + 0 + 1 + \dots + 76 + 77$

Zadatak 4. Odredite sve cijele brojeve x za koje je dani razlomak cijeli broj.

- a) $\frac{5}{x}$ b) $\frac{6}{x+1}$ c) $\frac{9}{2x+3}$ d) $\frac{x+2}{x+1}$
e) $\frac{x-7}{x-4}$ f) $\frac{2x-1}{x+3}$ g) $\frac{3x}{x+1}$ h) $\frac{4x+2}{2x-3}$
i) $\frac{6x+2}{3x-1}$ j) $\frac{4x^2+9}{x^2}$ k) $\frac{5x^2-4}{x^2-3}$ l) $\frac{4x^2-4}{x^2-1}$

Zadatak 5. Nadopišite jednu znamenku u prazno polje 5428 tako da dobiveni broj bude djeljiv zadanim brojem.

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6
f) 7 g) 8 h) 9 i) 10 j) 11



1. Skupovi brojeva

Zadatak 6. Odredite sve vrijednosti koje mogu poprimiti znamenke x i y tako da broj $\overline{5x6y}$ bude djeljiv brojem 45.

Zadatak 7. Odredite sve vrijednosti koje mogu poprimiti znamenke x i y tako da broj $\overline{3x28y}$ bude djeljiv brojem 15.

Zadatak 8. Odredite sve vrijednosti koje mogu poprimiti znamenke x i y tako da broj $\overline{x123y}$ bude djeljiv brojem 12.

Zadatak 9. Odredite ostatak pri dijeljenju broja:

- a) 65 brojem 7 b) 313 brojem 4 c) 133 brojem 19 d) 2187 brojem 17.

Zadatak 10. Koji prirodni broj pri dijeljenju s brojem:

- a) 11 daje količnik 12 i ostatak 4 b) 32 daje količnik 7 i ostatak 3?

Zadatak 11. Zapišite skup svih prirodnih brojeva koji:

- a) pri dijeljenju s 5 daju ostatak 2 b) pri dijeljenju s 13 daju ostatak 11.

Zadatak 12. Ako je $k \in \mathbb{N}$, koliki je ostatak pri dijeljenju broja:

- a) $6k + 2$ sa 6 b) $17k + 15$ sa 17 c) $9(k + 1) + 4$ s 9 d) $5(k - 2) + 3$ s 5
e) $4k + 5$ sa 4 f) $12k + 30$ s 12 g) $8k - 3$ s 8 h) $19k - 15$ s 19
i) $7k - 25$ sa 7 j) $6k + 5$ s 2 k) $15k + 11$ s 3 l) $20k - 17$ s 5?

Zadatak 13. Zbroj tri uzastopna neparna prirodna broja iznosi 315. Odredite najmanji od tih brojeva.

Zadatak 14. Zbroj pet uzastopnih višekratnika broja 3 iznosi 165. Koji su to brojevi?

Zadatak 15. Odredite višekratnike broja 31 koji su veći od 418, a manji od 490.

Zadatak 16. Odredite najveći troznamenkasti višekratnik broja 17.

Zadatak 17. Zbroj tri uzastopna broja koji pri dijeljenju s 5 daju ostatak 2 iznosi 111. Koji su to brojevi?

Zadatak 18. Zbroj četiri uzastopna broja koji pri dijeljenju sa 6 daju ostatak 5 iznosi 248. Odredite te brojeve.

Zadatak 19. Odredite najmanji četveroznamenkasti broj koji pri dijeljenju s 19 daje ostatak 17.

Zadatak 20. Odredite najveći zajednički djelitelj i najmanji zajednički višekratnik zadanih brojeva.

- | | | |
|----------------|---------------|-------------------|
| a) 16 i 20 | b) 40 i 48 | c) 19 i 28 |
| d) 30, 36 i 48 | e) 9, 12 i 16 | f) 100, 120 i 140 |

Zadatak 21. Odredite najveći prirodni broj kojim se mogu podijeliti:

- a) 89 i 149 tako da ostatci budu redom 5 i 2
- b) 136 i 203 tako da ostatci budu redom 1 i 3.

Zadatak 22. Promotor jedne izdavačke kuće na kongres treba ponijeti kutije u kojima je po 12 kemijskih olovaka i pakiranja od po 10 rokovnika. Promotor je izračunao koliko kojih kutija treba ponijeti tako da mu ne ostane višak kemijskih olovaka ni rokovnika ako svakome sudioniku kongresa da po jednu kemijsku olovku i po jedan rokovnik.

- a) Koliko je predviđeno sudionika na kongresu ako znamo da ih je između 150 i 200?
- b) Koliko je promotor trebao ponijeti kutija kemijskih olovaka, a koliko pakiranja rokovnika?

Zadatak 23. Dokažite navedenu tvrdnju.

- a) Umnožak dva neparna broja uvijek je neparan broj.
- b) Kvadrat neparnoga broja uvijek je neparan broj.
- c) Zbroj tri uzastopna neparna broja uvijek je višekratnik broja 3.
- d) Ako je $n \in \mathbb{N}$, izraz $(3n + 1)^2 - (3n - 4)^2$ uvijek je višekratnik broja 15.
- e) Ako je $n \in \mathbb{N}$, izraz $n^2 - n$ uvijek je paran broj.
- f) Ako je $n \in \mathbb{N}$, izraz $n^3 - n$ uvijek je djeljiv sa 6.
- g) Ako je $n \in \mathbb{N}$, izraz $n^4 - n^2$ uvijek je djeljiv s 12.



1. Skupovi brojeva

Zadatak 24. Skratite razlomak ako je $n \in \mathbb{N}$.

a) $\frac{12!}{13!}$ b) $\frac{(n+2)!}{n!}$ c) $\frac{(2n-1)!}{(2n)!}$ d) $\frac{9n^2 - 3n}{(3n)!}$

Zadatak 25. Riješite jednađbu.

a) $\frac{(n+10)!}{(n+9)!} = 15$ b) $\frac{(n+2)!}{n!} = 42$
c) $\frac{15n!}{(n+1)!} = \frac{(n+3)!}{(n+2)!}$ d) $\frac{14}{(n+1)!} + \frac{4}{n!} = \frac{1}{(n-1)!}$

Zadatak 26. Odredite posljednju znamenku zbroja.

a) $10 + 20 + \dots + 90 + 100$ b) $5 + 50 + 500 + \dots + 5\,000\,000$
c) $5! + 10! + 15! + \dots + 95! + 100!$ d) $5! + 6! + 7! + \dots + 31! + 33!$
e) $1! + 3! + 5! + \dots + 95! + 97!$ f) $\frac{1!}{0!} + \frac{2!}{1!} + \frac{3!}{2!} + \dots + \frac{613!}{612!}$

1.3. Racionalni i realni brojevi

Zadatak 1. Za svaku tvrdnju odredite je li istinita.

a) $0 \in \mathbb{N}$ b) $-8 \in \mathbb{Q}$ c) $\frac{\sqrt{5}}{2} \in \mathbb{Q}$ d) $\sqrt{64} \in \mathbb{Z}$ e) $-\sqrt{81} \in \mathbb{R}$
f) $\sqrt{-81} \in \mathbb{R}$ g) $0.2 \in \mathbb{Q}$ h) $0.\dot{2} \in \mathbb{Q}$ i) $\sqrt{10} \notin \mathbb{Z}$ j) $\frac{72}{3} \notin \mathbb{N}$

Zadatak 2. Odredite:

a) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$ b) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Q}$ c) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ d) $\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z}$ e) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

Zadatak 3. Zadani broj zaokružite na dvije decimale.

a) 9.1248 b) 24.8371 c) 5.1982 d) 33.9983 e) 4.6

Zadatak 4. Odredite 1000. decimalu zadanoga broja.

- a) $2.\dot{3}3\dot{1}$ b) $6.1\dot{1}\dot{2}$ c) $1.23\dot{1}4\dot{5}$ d) $5.8\dot{0}34\dot{6}$ e) $2.0\dot{1}34\dot{4}$

Zadatak 5. Odredite 352. decimalu zadanoga broja.

- a) $2.\dot{3}7\dot{0}$ b) $0.21\dot{5}\dot{6}$ c) $17.49\dot{1}\dot{2}$ d) $0.0\dot{5}00\dot{2}$ e) $9.94\dot{0}3\dot{7}$

Zadatak 6. Prikažite u obliku razlomka.

- a) $1.\dot{1}4\dot{5}$ b) $0.0\dot{5}\dot{7}$ c) $3.72\dot{1}$ d) $5.06\dot{2}\dot{1}$ e) $8.14\dot{2}\dot{9}$

Zadatak 7. Izračunajte.

- a) $2.5\dot{1} - 0.3\dot{8}$ b) $0.3\dot{1}\dot{5} \cdot 0.28\dot{4}$ c) $\frac{0.04\dot{1}}{0.2\dot{8}}$
d) $\frac{4\frac{2}{3} - 0.7\dot{3}}{3.\dot{3} : 0.\dot{6}}$ e) $0.2\dot{5} : (0.\dot{1} + 0.2\dot{3})$ f) $0.\dot{6} - 1.\dot{1} : \frac{0.\dot{2} - 0.\dot{1}}{2.\dot{1} - 1.\dot{4}}$

Zadatak 8. Poredajte brojeve po veličini.

- a) $\frac{1}{3}, 0.4, \frac{20}{45}, 0.\dot{3}\dot{7}, 0.3$ b) $3.141, \frac{22}{7}, \pi, \sqrt{9.86}, 3.\dot{1}\dot{4}$

Zadatak 9. Usporedite skupove $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1 < x < 5\}$ i $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\}$. Navedite nekoliko elemenata koji pripadaju samo jednome od tih skupova.

Zadatak 10. Odredite je li zadani broj x racionalan ili iracionalan.

- a) $x = (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)$ b) $x = (\sqrt{7} - 3)^2 (16 + 6\sqrt{7})$ c) $x = (3 + 4\sqrt{2})(5 - \sqrt{2})^2$

Zadatak 11. Ako postoji, odredite neki broj x za koji vrijedi $-\frac{4}{5} < x < -\frac{3}{5}$ ako je x :

- a) prirodan broj b) cijeli broj c) racionalan broj d) iracionalan broj.



1. Skupovi brojeva

Zadatak 12. Koje od navedenih jednažbi imaju rješenja u skupu $\mathbb{Q}$?

a) $\frac{x+2}{2x-3} = \frac{1-x}{x}$

b) $4^{2x-2} = \sqrt[4]{8^x}$

c) $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\log_3(2x+1) + \log_3(x-1) = 2$

Zadatak 13. Zadani interval prikazite na brojevnome pravcu i zapišite ga u obliku skupa.

a) $\langle -5, 2 \rangle$

b) $\langle -\infty, 4 \rangle$

c) $\langle \sqrt{2}, +\infty \rangle$

d) $[-4, -1]$

Zadatak 14. Jesu li skupovi $S = \{10, 11, 12, 13\}$ i $T = [10, 13]$ jednaki? Obrazložite.

Zadatak 15. Objasnite razliku između $\{3, 5\}$, $(3, 5)$, $\langle 3, 5 \rangle$ i $[3, 5]$.

Zadatak 16. Odredite $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ i $B \setminus A$.

a) $A = \langle 0, 4 \rangle$, $B = [2, 5]$

b) $A = [-5, 1]$, $B = [-1, 2]$

c) $A = \langle -\infty, 3 \rangle$, $B = \langle -3, 5 \rangle$

d) $A = \langle -\infty, 11 \rangle$, $B = \langle 7, +\infty \rangle$

e) $A = \langle -1, 8 \rangle$, $B = [3, 12]$

f) $A = [4, +\infty)$, $B = \langle 0, 3 \rangle$

Zadatak 17. Popunite tablicu za računanje s realnim brojevima.

svojstvo	općeniti zapis	primjer
komutativnost zbrajanja		
asocijativnost zbrajanja		
neutralni element za zbrajanje		
suprotni element za zbrajanje		
komutativnost množenja		
asocijativnost množenja		
neutralni element za množenje		
inverzni element za množenje		
distributivnost zbrajanja prema množenju		