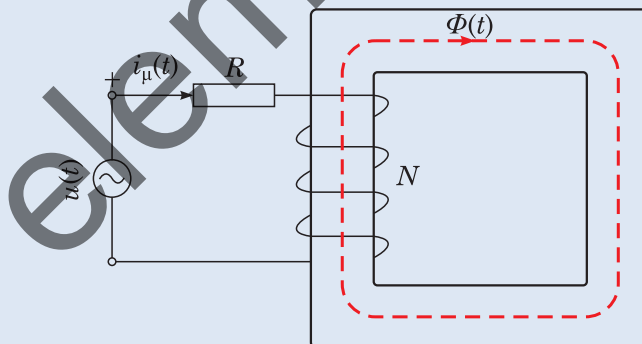


1. Osnovne fizikalne pojave i veličine elektromagnetske pretvorbe

1.1. Magnetsko polje, protjecanje, magnetski tok i indukcija

Primjer 1.1.

Na stezaljke svitka (zavojnice) formiranog od N gusto namotanih i jednoliko raspoređenih zavoja na stupu feromagnetske jezgre, slika 1.1, priključen je napon trenutne vrijednosti $u(t) = U_{\max} \sin(\omega t)$ kojemu je $U_{\max}$ amplituda, $\omega = 2\pi f$ je kružna frekvencija i t je vrijeme.



Slika 1.1. Svitak protjecan izmjeničnom strujom na željeznoj jezgri

Treba izvesti izraze trenutnih vrijednosti:

- magnetskog toka $\Phi(t)$ u ovisnosti o naponu $u(t)$ i
- struje magnetiziranja $i_{\mu}(t)$ u ovisnosti o svojstvima gradiva magnetskog kruga.

Pri tome se zbog pojednostavljenja može pretpostaviti da je magnetska vodljivost jezgre Λ_m konstantna (nezasićeno željezo) i da u željezu jezgre nema gubitaka zbog vrtložnih struja i histereze.

Rješenje

a) Magnetski tok i magnetska indukcija

Na stezaljke svitka narinuti napon $u(t)$ troši se kao pad napona na radnom otporu svitka R i na svladavanje induciranog napona $e(t)$ zbog promjene ukupno ulančenog magnetskog toka sa strujnim krugom, što se primjenom II. Kirchhoffova zakona može opisati jednadžbom

$$u(t) = R \cdot i_\mu(t) + \frac{d\Psi(t)}{dt} = R \cdot i_\mu(t) + N \frac{d\Phi(t)}{dt}, \quad (1.1)$$

koja vrijedi u svakom strujnom krugu za trenutne vrijednosti napona $u(t)$, struje $i(t)$ i ulančenog magnetskog toka $\Psi(t)$. Ako se zanemari radni otpor svitka, jednadžba (1.1) postaje

$$u(t) = N \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} = -e(t)$$

te se njezinom integracijom može izračunati magnetski tok $\Phi(t)$

$$\Phi(t) = -\frac{1}{N} \int u(t) dt = \frac{U\sqrt{2}}{\omega \cdot N} \cos(\omega t) = \Phi_{\max} \cos(\omega t)$$

i njegova maksimalna vrijednost

$$\Phi_{\max} = \frac{U \cdot \sqrt{2}}{\omega \cdot N} = \frac{U_{\max}}{2\pi f \cdot N} \text{ Vs.} \quad (1.2)$$

Iz izraza (1.2) vidi se da amplituda magnetskoga toka ovisi o amplitudi i frekvenciji napona na stezaljkama i o broju zavoja, a ne ovisi o svojstvima magnetskoga kruga. Takav zaključak vrijedi samo kad se zanemari radni otpor.

Obično se kaže: **veličina narinutog izmjeničnog napona diktira veličinu ulančenog magnetskoga toka** koji u svakom trenutku mora biti toliki da svojom vremenskom promjenom inducira napon jednak po veličini i suprotan po predznaku narinutom naponu. Iz izraza (1.2) lako se izvede poznata formula (tzv. transformatorska jednadžba)

$$U \cong E = 4,44 \cdot N \cdot f \cdot \Phi_{\max} \text{ V} \quad (1.3)$$

u kojoj su E i U efektivne vrijednosti sinusnih veličina narinutog i induciranog napona u V, f je frekvencija u Hz, N je broj zavoja, a $\Phi_{\max}$ je maksimalna vrijednost magnetskog toka u Wb ili Vs.

Omjer magnetskog toka, tj. ukupnog broja magnetskih silnica, i površine S (silocijevi) okomite na smjer tih silnica naziva se magnetska indukcija (gustoća silnica magnetskog toka), slovna oznaka B , mjerna jedinica tesla, znak T:

$$B_{\max} = \frac{\Phi_{\max}}{S} \text{ T.}$$

Računanje s iznosima indukcije kao mjerom specifičnog magnetskog opterećenja, tj. gustoće silnica magnetskog toka, jednostavnije je od računanja s tokom kao ukupnim brojem magnetskih silnica. Iznosi amplituda indukcije u željeznim jezgrama transformatora i rotacijskih električnih strojeva kreću se u rasponu od 1,3 do 2 T (nakon čega nastaje izrazito zasićenje i nema smisla povećavati indukciju povećanjem jakosti magnetskog polja) što se lako pamti i koristi kod projektiranja elektromagnetskog kruga. Ako se računa s indukcijom umjesto magnetskim tokom, formula (1.3) postaje

$$U \cong E = 4,44 \cdot N \cdot f \cdot B_{\max} \cdot S \text{ V.} \quad (1.4)$$

Za inducirani napon E prema izrazu (1.4) koristi se i naziv **napon transformacije** (posljedica vremenske promjene ulančenog toka i struje koja ga stvara) čime se formalno razlikuje od naziva **napon rotacije** (posljedica promjene ulančenog magnetskog toka zbog gibanja vodiča – tzv. rezanja magnetskih silnica) koji se koristi u teoriji elektromehaničke pretvorbe energije (teorija rotacijskih i linearnih električnih strojeva).

b) Struja magnetiziranja

Budući da je u (1.4) zanemaren utjecaj radnog otpora svitka i gubitaka u feromagnetskoj jezgri te je pretpostavljeno da u cijelom magnetskom krugu vrijede linearni odnosi magnetske indukcije B_{Fe} i jakosti električnog polja H_{Fe} u poznatom obliku

$$B_{\text{Fe}} = \mu_{\text{Fe}} \cdot H_{\text{Fe}},$$

gdje je μ_{Fe} permeabilnost željezne jezgre, struja koja pobuđuje magnetski tok bit će „čista struja magnetiziranja“. Njezina veličina i promjene moraju biti takve da stvaraju magnetski tok koji inducira napon $e(t)$ jednak po veličini priključenom naponu $u(t)$, kako je to definirano čuvenim Faradayevim zakonom elektromagnetske indukcije, a ponekad i dodatno Lenzovim zakonom za predznak induciranog napona.

Ulančeni magnetski tok i induktivitet

Umjesto računanja s ukupnim ulančenim tokom sa strujnim krugom izmjenične struje

$$\Psi(t) = N \cdot \Phi(t)$$

jednostavnije je računati s induktivitetom. Po definiciji je induktivitet, oznaka L , omjer trenutnih vrijednosti ulančenog toka i struje koja ga pobuđuje $i(t)$

$$L = \frac{\Psi(t)}{i(t)}.$$

Nakon uvođenja induktiviteta izraz za inducirani napon svitka može se prikazati u obliku

$$e(t) = -\frac{d\Psi(t)}{dt} = -\frac{d(L \cdot i)}{dt} = -L \frac{di}{dt} - i \frac{dL}{dt}.$$

Ako se induktivitet vremenski ne mijenja (odnosi u magnetskom krugu su linearni), inducirani napon samoindukcije može se prikazati izrazom

$$e(t) = -L \frac{di}{dt}.$$

Induktivitet svitka sa željeznom jezgrom je fizikalna veličina ovisna o broju zavoja, dimenzijama i gradivu (materijalu magnetskog kruga). Analitički se uobičajeno opisuje izrazima

$$L = \frac{N^2}{R_m} \rightarrow R_m = \frac{l_{sr}}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S_{Fe}}$$

u kojima je: N broj zavoja, R_m magnetski otpor, S_{Fe} površina presjeka magnetskog kruga okomita na smjer silnica magnetskog toka, l_{sr} srednja duljina zatvorenih silnica toga toka, μ_0 permeabilnost vakuuma (zraka) i μ_r relativna permeabilnost željezne jezgre. Permeabilnost vakuuma je konstantna veličina, stoga je u svakoj njegovoj točki odnos indukcije i jakosti magnetskog polja

$$B_{0\max} = \mu_0 \cdot H_{0\max}.$$

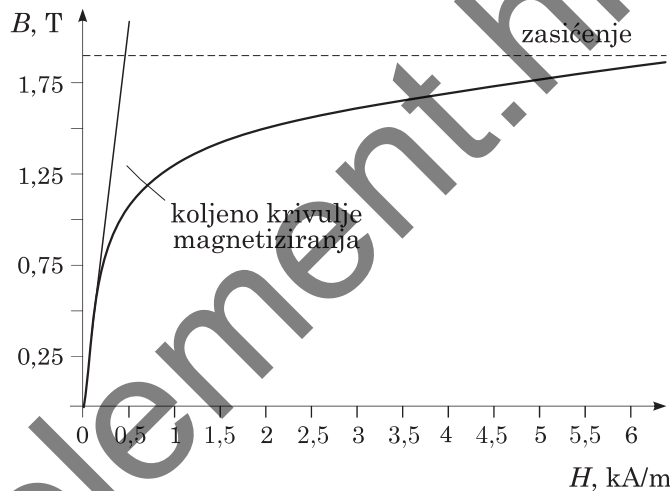
Permeabilnost feromagnetskih materijala je promjenljiva nelinearna veličina, a očita se iz krivulje magnetiziranja dobivene laboratorijskim mjerenjima za svaki materijal posebno. Odnos indukcije i magnetskog polja je u svakoj točki takvog materijala

$$B_{Fe\max} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_{Fe\max},$$

a efektivna vrijednost osnovnog harmonika struje magnetiziranja koja teče iz sinusnog naponskog izvora iznosi

$$I_{\mu} = \frac{N \cdot \Phi_{\max}}{\sqrt{2} \cdot L} = \frac{U}{2\pi \cdot f \cdot N^2} \cdot R_m. \quad (1.5)$$

Iz izraza (1.5) zaključuje se da veličina struje magnetiziranja ovisi o svojstvima magnetskoga kruga, tj. uz nepromijenjeni napon i frekvenciju nju određuje magnetski otpor R_m cijelog magnetskog kruga. Permeabilnost željeza izrazito je nelinearna veličina, što se jasno vidi na krivulji prvog magnetiziranja nekog magnetski „mekanog“ materijala, slika 1.2.



Slika 1.2. Krivulja prvog magnetiziranja nekog magnetski mekoga željeza

Kod teoretski visokog zasićenja, na slici 1.2 za indukcije približno veće od 2 T za konkretno željezo, povećanjem jakosti magnetskog polja (uzbude) H indukcija se neznatno povećava, dok se za iznose indukcije manje od 0,75 T može računati kao da vrijede linearni odnosi, $B_{\max} = k \cdot \mu_0 \cdot H_{\max}$.

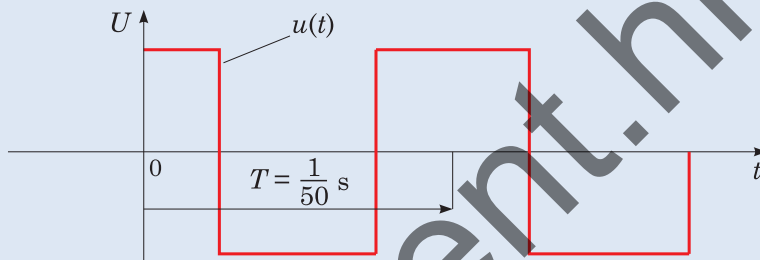
Obično se pri analitičkom rješavanju jednostavnih zadataka pretpostavlja da u konkretnom slučaju vrijede linearni odnosi indukcije i magnetskog polja, tj. uzbudne struje, što omogućava jednostavno rješenje.

Primjer 1.2.

Napon teoretski pravokutnog oblika frekvencije 50 Hz jednakih pozitivnih i negativnih poluvalova amplitude U , slika 1.3 a), priključen je na svitak formiran od 1000 gusto omotanih zavoja na željeznu jezgru „čistog“ presjeka željeza $S_{\text{Fe}} = 0,002 \text{ m}^2$. Treba:

- nacrtati vremenski oblik inducirano napona i magnetskog toka u jezgri
- izračunati koliki se najveći napon smije priključiti na svitak da indukcija u jezgri ne bude veća od 1 T.

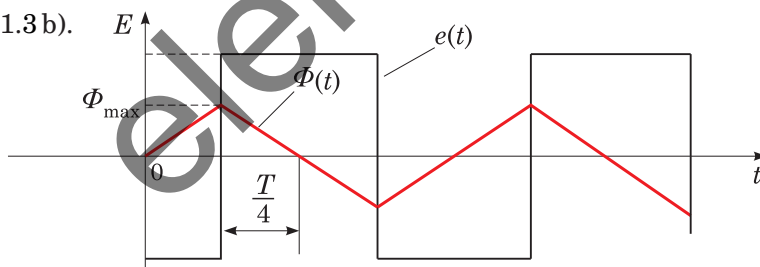
Radni otpor svitka se zanemaruje.



Slika 1.3. a) Nacrtani napon

Rješenje

- a) Na slici 1.3 b).



Slika 1.3. b) Magnetski tok i inducirani napon

- b) Za zadanu maksimalnu vrijednost magnetske indukcije $B_{\text{max}} = 1 \text{ T}$ magnetski tok u jezgri iznosi

$$\Phi_{\text{max}} = B_{\text{max}} \cdot S_{\text{Fe}} = 1 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Vs.}$$

Apsolutna vrijednost inducirano napona je prema Faradayevu zakonu

$$|E| = \left| N \frac{d\Phi(t)}{dt} \right| = 1000 \frac{d\Phi(t)}{dt} = 1000 \frac{\Phi_{\text{max}}}{T/4} = 1000 \cdot 200 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 400 \text{ V.}$$

Napon na koji se smije priključiti svitak može se izračunati i iz poznatog izraza za inducirani napon, tzv. transformatorske jednadžbe

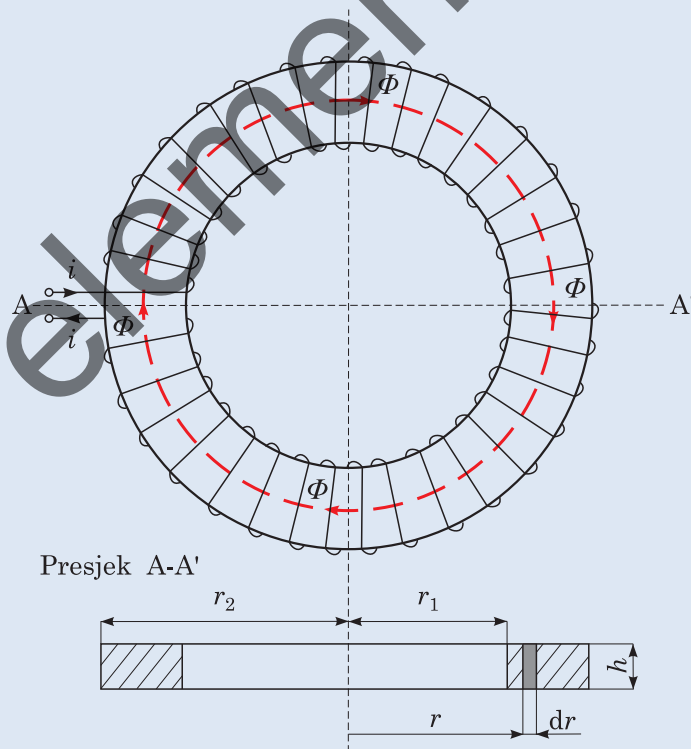
$$U \cong E = 4 \cdot \xi \cdot N \cdot f \cdot \Phi_{\max}.$$

U navedenoj formuli ξ je tzv. faktor oblika po definiciji jednak omjeru efektivne i srednje vrijednosti, u ovom slučaju ima iznos jedan, a kod „čisto“ sinusnog oblika napona iznosi 1,116.

$$U \cong E = 4 \cdot 1 \cdot 1000 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 400 \text{ V}.$$

Primjer 1.3.

Na prstenastu jezgru pravokutnog presjeka, slika 1.4, izrađenu od željeznih limova dimenzija: $r_1 = 180 \text{ mm}$, $r_2 = 270 \text{ mm}$, $h = 30 \text{ mm}$ gusto je namotano i jednoliko raspoređeno $N = 1000$ zavoja bakrene žice tako da se dobije kompaktna prigušnica.



Slika 1.4. Namot na prstenastoj magnetskoj jezgri

Relativna permeabilnost jezgre iznosi $\mu_r = 4100$ (pretpostavka da je konstantna), a radni otpor svitka može se u prvoj aproksimaciji zanemariti. Koliki treba biti napon na stezaljkama prigušnice da bi namotom tekla struja magnetiziranja $i = I_{\max} \sin(\omega t) = 0,1 \sin(314t)$?

Rješenje

Ako je zanemaren radni otpor svitka, trenutna vrijednost induciranog napona je

$$e(t) = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d}{dt}(I_{\max} \sin \omega t) = -\omega \cdot L \cdot I_{\max} \cos \omega t.$$

Za rješenje zadatka treba izračunati induktivitet prigušnice L .

Ulančeni magnetski tok $\Psi_{\max}$ i induktivitet svitka L definirani su poznatim relacijama

$$\Psi_{\max} = L \cdot I_{\max} \rightarrow L = \frac{\Psi_{\max}}{I_{\max}} = \frac{N \cdot \Phi_{\max}}{I_{\max}}.$$

Za iscrtanu površinu presjeka jezgre dS na slici 1.4 i nehomogenu raspodjelu silnica po širini jezgre vrijedi

$$d\Phi_{\max} = B_{\max} \cdot dS = B_{\max} \cdot h \cdot dr = \mu \cdot H_{\max} \cdot h \cdot dr.$$

Primjenom zakona protjecanja za magnetski krug prigušnice izračuna se jakost magnetskog polja

$$H_{\max} = \frac{N \cdot I_{\max}}{2r\pi}$$

$$d\Phi_{\max} = \mu \cdot \frac{I_{\max} \cdot N}{2\pi} \cdot h \cdot \frac{dr}{r}$$

$$\Phi_{\max} = \int_{r_1}^{r_2} d\Phi_{\max} = \mu \cdot \frac{I_{\max} \cdot N}{2\pi} \cdot h \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4100 = \frac{1}{194,2}.$$

$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2}{2\pi} \cdot h \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1000^2}{2\pi} \cdot 30 \cdot 10^{-3} \ln\left(\frac{270}{180}\right) = 9,97 \text{ H}.$$

Inducirani napon na stezaljkama svitka je

$$e = -\omega \cdot L \cdot I_{\max} \cos \omega t = -314 \cdot 9,97 \cdot 0,1 \cos \omega t = -313 \cos \omega t,$$

a efektivna mu je vrijednost

$$|E| = \frac{312}{\sqrt{2}} = 222 \text{ V}.$$

Kada se zanemari radni otpor svitka izračunati inducirani napon po veličini je jednak narinutom naponu suprotnog predznaka.

Ako se pretpostavi da je magnetsko polje u jezgri homogeno raspodijeljeno, može se umjesto integriranja računati sa srednjom duljinom puta zatvaranja silnica u jezgri čime se računanje magnetskog toka i induktiviteta pojednostavljuje u oblik

$$\Phi_{\max} = \mu \cdot \frac{I_{\max} \cdot N}{2\pi \cdot r_{\text{sr}}} \cdot h(r_2 - r_1)$$

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot h(r_2 - r_1)}{2\pi \cdot r_{\text{sr}}} = \frac{1000^2 \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot 90 \cdot 10^{-3}}{194,2 \cdot 6,28 \cdot 225 \cdot 10^{-3}} = 9,84 \text{ H}$$

$$e = -\omega \cdot L \cdot I_{\max} \cos \omega t = -314 \cdot 9,84 \cdot 0,1 \cos \omega t = -309 \cos \omega t$$

$$|E| = \frac{309}{\sqrt{2}} = 219 \text{ V}.$$

Razlika u rezultatima računanja za konkretni je omjer dimenzija jezgre samo 0,9 %, stoga se može računati kao da je unutar jezgre homogeno magnetsko polje, tj. jednolična raspodjela magnetskih silnica.

Primjer 1.4.

Na stezaljke prigušnice iz primjera 1.3 narinut je sinusni napon efektivne vrijednosti 500 V, 50 Hz. Treba izračunati:

- iznose magnetskog toka i indukcije u jezgri ako se zanemari radni otpor i pretpostavi da nema utjecaja zasićenja (μ_r je konstantna veličina)
- reaktanciju i struju magnetiziranja prigušnice za permeabilnost iznosa

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4100 = \frac{1}{194,2} \text{ Vs/Am}$$

- c) struju magnetiziranja ako bi se željeznu jezgru zamijenilo nekom nemagnetskom, npr. tvrdim bukovim drvetom ili pertinaksom relativne permeabilnosti $\mu_r = 1$, a napon na stezaljkama ostavilo nepromijenjenim
- d) reaktanciju i struju magnetiziranja ako se računa utjecaj radnog otpora svitka na nemagnetskoj jezgri.
- e) Koliki bi istosmjerni napon trebao biti na stezaljkama prigušnice da bi se u jezgri postigla indukcija jednakog maksimalnog iznosa kao kod priključenog izmjeničnog napona 500 V, 50 Hz?

Rješenje

a) Primjenom osnovne transformatorske jednadžbe (1.3) za inducirani napon svitka

$$E \cong U = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \Phi_{\max}$$

izračuna se amplituda magnetskog toka i indukcije u jezgri

$$\Phi_{\max} = \frac{500}{4,44 \cdot 50 \cdot 1000} = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$$

$$B_{\max} = \frac{\Phi_{\max}}{S_{\text{Fe}}} = \frac{2,25 \cdot 10^{-3}}{(270 - 180) \cdot 30 \cdot 10^{-6}} = 0,83 \text{ T},$$

gdje je S_{Fe} površina presjeka jezgre okomita na smjer silnica magnetskog polja.

Ako se umjesto integriranja računa sa srednjom duljinom puta silnica u jezgri iznosa

$$l_{\text{sr}} = 2 \cdot r_s \cdot \pi = 2 \cdot 225 \cdot \pi = 1,413 \text{ m},$$

struju magnetiziranja za definiranu permeabilnost jezgre

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4100 \text{ Vs/Am}$$

izračuna se primjenom zakona protjecanja

$$H_{\max} \cdot l_{\text{sr}} = N \cdot I_{\max}$$

$$I_{\max} = \frac{B_{\max}}{\mu \cdot N} \cdot l_{\text{sr}} = \frac{0,83}{\frac{1}{194,2} \cdot 1000} \cdot 1,413 = 0,227 \text{ A}$$

$$I = \frac{0,227}{\sqrt{2}} = 0,161 \text{ A}.$$