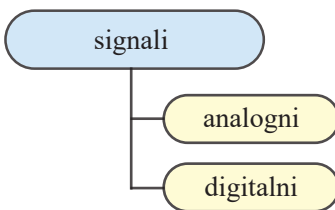


# 1.

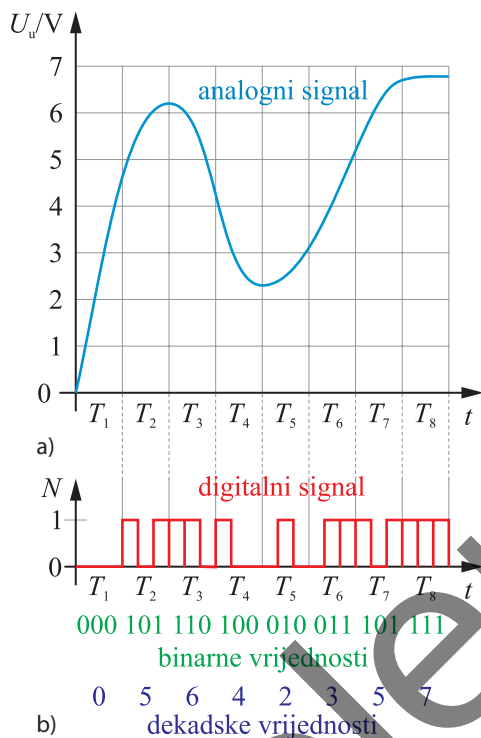
## Osnovni logički sklopovi

**U ovom poglavlju ostvarit ćeš sljedeće ishode učenja (SIU 5463):**

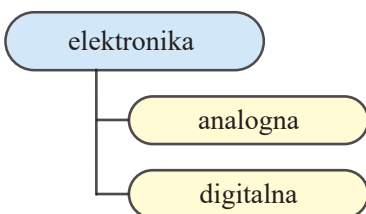
- odrediti primjenu brojevnih sustava i kodiranja
- objasniti logička svojstva i simbole osnovnih logičkih sklopova
- objasniti algebarske izraze i tablice stanja osnovnih logičkih sklopova
- ispitati rad osnovnih logičkih sklopova u simulacijskom programu i/ili na stvarnim sklopovima
- interpretirati rezultate mjerenja na osnovnim logičkim sklopovima u simulacijskom programu i/ili na stvarnim sklopovima



Slika 1.1.  
Vrste signala



Slika 1.2.  
Signali: a) analogni  
b) digitalni



Slika 1.3.  
Podjela elektronike prema vrsti signala

## 1.1. Brojevi sustavi

### 1.1.1. Analogni i digitalni signali

Prilikom projektiranja digitalnog uređaja prvo se određuju i mjere veličine koje su bitne za rad uređaja, zatim se pretvaraju u neki električni oblik, nakon toga se pretvaraju u numerički oblik i na kraju se te veličine obrađuju i prenose u obliku nekog signala. Signali su najčešće naponski.

**Signal** je bilo koja prostorna ili vremenska promjena stanja medija koja nosi korisnu informaciju (i eventualni šum) od izvora do primatelja, a informacija je podatak s točno određenim značenjem.

Signali mogu biti **analogni i digitalni** (slika 1.1). Fizikalni procesi u velikoj većini slučajeva daju analogne signale, a potreba za digitalnim signalima ukazala se kad su postignuti uvjeti za računalnu obradu fizikalnih procesa. Kako bi se analogni signal mogao obraditi računalom, pretvaramo ga u digitalni. Slika 1.2 prikazuje pretvorbu analognog naponskog signala u digitalni signal. Analogni signal prvo se uzorkuje, zatim kvantizira (u ovom slučaju zaokružuje na cjelobrojnu vrijednost između nula i sedam) i na kraju kodira s pomoću triju bitova u digitalni naponski signal.

**Analogni signal** je kontinuiran signal čija se vrijednost mijenja glatko i neprekidno tijekom vremena u skladu s nekom fizičkom pojavom.

**Digitalni signal** je vrsta signala koji prenosi informaciju o fizikalnoj veličini koju opisuje s pomoću diskretnih vrijednosti, najčešće binarnim znamenkama nula i jedan.

Podatak se digitalnim signalom predočava impulsima koji predstavljaju binarne znamenke.

Elektronika se prema vrsti signala koje obrađuje dijeli na analognu i digitalnu elektroniku (slika 1.3).

## Zanimljivo

Sustav rimskih brojeva najpoznatiji je nepoložajni brojevni sustav. Ima sedam znamenaka: I, V, X, L, C, D i M, a u Europi se upotrebljavao do 12. stoljeća kada ga je potisnuo današnji način zapisivanja brojeva. Iz Indije su ga u Europu prenijeli Arapi, a njegovu primjenu potaknuo je Leonardo Fibonacci *Knjigom o abacima* 1202. godine.

## Istražite

Koji se brojevni sustav upotrebljava za zapisivanje kutova i vremena?

## Za one koji žele znati više

Istražite računanje s pomoću rimskih brojeva. Analizirajte brojevni sustav Sumnerana.

$$B^n - 1$$

Slika 1.4.

Dekadska vrijednost najvećeg broja baze  $B$  s  $n$  znamenaka

## 1.1.2. Općenito o brojevnim sustavima

**Brojevni sustav** označava način zapisa brojeva s pomoću skupa znamenaka.

U svakodnevnom životu najviše upotrebljavamo dekadski brojevni sustav. Iz Indije su ga u Europu prenijeli Arapi pa se on naziva i indijsko-arapski brojevni sustav. To je položajni (pozicijski) i aditivno-multiplikativni brojevni sustav. Kod **položajnih ili težinskih brojevnih sustava** svaka znamenka na određenom položaju (brojnom mjestu) u odnosu na zarez ima svoju težinu.

Prije toga u Europi su se upotrebljavali rimski brojevi, a računanje s njima bilo je nepraktično (ne mogu se prikazati decimalni i negativni brojevi niti znamenka nula).

Za položajne brojevne sustave bitni su pojmovi:

- osnova sustava (baza)
- znamenke
- brojno mjesto
- težina brojnog mjesta
- najznačajnija znamenka
- najmanje značajna znamenka.

**Osnovu sustava** određuje broj znamenaka nekog brojevnog sustava. **Najmanja znamenka je nula, a najveća znamenka je za jedan manja od osnove sustava.**

Brojno mjesto označava položaj znamenke u odnosu na zarez. Brojna mjesta počinju se brojiti od nule počevši od zareza ulijevo. Brojna mjesta lijevo od zareza imaju nenegativan, a desno od zareza negativan predznak.

Brojevi u položajnom brojevnom sustavu prikazuju se nizom znamenaka, a svako brojno mjesto u nizu ima određeni težinski faktor ili težinu. **Težina brojnog mjesta je osnova potencirana brojnim mjestom.** Znamenka je značajnija što je dalje lijevo u nizu.

**Najznačajnija znamenka** ili **znamenka najveće težine** (engl. *most significant digit*, skraćeno MSD) krajnja je lijeva znamenka.

**Najmanje značajna znamenka** ili **znamenka najmanje težine** (engl. *least significant digit*, skraćeno LSD) znamenka je na desnom kraju broja.

**Najveći broj s  $n$  znamenaka** koji se može predočiti u nekom brojevnom sustavu ima dekadsku vrijednost  $B^n - 1$  (slika 1.4), pri čemu je  $B$  osnova (baza) brojevnog sustava.

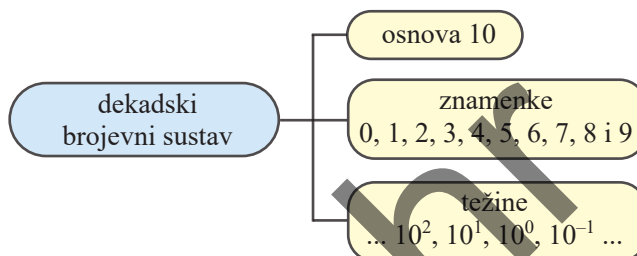
## 1.1.3. Dekadski brojevni sustav

**Dekadski brojevni sustav** ima osnovu ili bazu deset (10) i deset znamenaka: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 (slika 1.5).

Tablica 1.1.

Potencije broja 10

potencije broja 10	
$n$	$10^n$
0	$10^0 = 1$
1	$10^1 = 10$
2	$10^2 = 100$
3	$10^3 = 1000$
4	$10^4 = 10\ 000$
5	$10^5 = 100\ 000$
6	$10^6 = 1\ 000\ 000$



Slika 1.5.

Svojstva dekadskog brojevnog sustava

Težina najnižeg cjelobrojnog mjesta je  $10^0 = 1$ , drugog mjesta je  $10^1 = 10$ , trećeg  $10^2 = 100$  itd. (tablica 1.1). Na isti način brojna mjesta iza decimalnog zarezaja imaju težine  $10^{-1} = 0,1$ ,  $10^{-2} = 0,01$  itd.

Opći prikaz broja  $N$  u dekadskom sustavu ili u sustavu s osnovom 10 je:

$$N = d_n d_{n-1} \dots d_1 d_{0(10)} = d_n \cdot 10^n + d_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + d_1 \cdot 10^1 + d_0 \cdot 10^0.$$

↙
↘
↘  
 brojno mjesto      znamenka      težina

Pri pisanju dekadskih brojeva pišu se samo znamenke  $d_n, d_{n-1}, \dots, d_1, d_0$ , koje su cijeli brojevi, a težina pojedine znamenke određuje se prema položaju znamenke, odnosno prema brojnom mjestu znamenke.

Vrijednost svakog broja dobit ćemo tako da svaku znamenku pomnožimo s njezinom težinom i sve zbrojimo.

## Primjer 1

Dekadski broj 6742016 možemo detaljnije prikazati na sljedeći način:

## Rješenje

$$\begin{array}{cccccccc}
 6 & 7 & 4 & 2 & 0 & 1 & 6 & \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
 6 & 7 & 4 & 2 & 0 & 1 & 6 & \\
 \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \\
 \text{MSD} & & & & & & & \text{LSD}
 \end{array}$$

←
↙
↘
↘  
 brojna mjesta      težine

$$6742016_{(10)} = 6 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$$

Znamenka 6 na lijevoj strani ima težinu 1 000 000, a znamenka 6 na desnoj strani ima težinu 1.

### 1.1.4. Binarni brojevni sustav

Digitalni uređaji građeni su od sklopova koji svoj rad temelje na binarnoj logici, odnosno logici koja upotrebljava samo dva različita stanja, tj. rade kao sklopke. Tim stanjima pridaju se dva značenja, primjerice istina/laž, da/ne, ima napona/nema napona, uključeno/isključeno, 1/0 i slično.

Brojevni sustav koji ima samo dvije znamenke pa je zato pogodan za prikaz u digitalnim uređajima naziva se **binarni brojevni sustav**. Radi lakšeg rada s binarnim brojevima upotrebljavaju se drugi brojevni sustavi, primjerice oktalni i heksadekadski.

**Binarni brojevni sustav** ima osnovu dva ( $2$ ) i dvije znamenke: 0 i 1 (slika 1.6).

U binarnom brojevnom sustavu binarna se znamenka naziva **bit**, što je skraćeno od engleskog *binary digit* i označava se malim slovom b. Skupina od osam bitova zajedno čini **jedan bajt** (engl. *byte*) i označava se velikim slovom B ( $1\text{B} = 8\text{b}$ ).

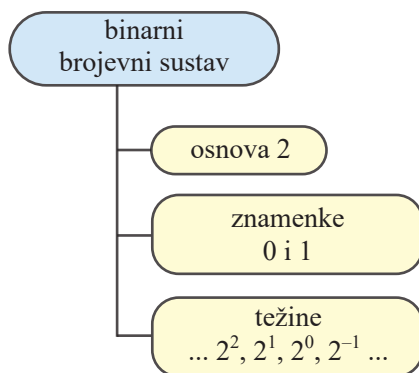
Jednoj znamenci odgovara jedan položaj sklopke, a drugoj znamenci drugi. Znamenke binarnog brojevnog sustava 0 i 1 mogu se prikazati niskom ili visokom razinom napona, vođenjem ili nevođenjem struje i slično.

Osim oznaka binarnih znamenaka 0 i 1 upotrebljavaju se i oznake L (engl. *low* – nisko) i H (engl. *high* – visoko) ili istina i laž (engl. *true* i *false*). S obzirom na to da najčešće nemaju brojčano značenje, često ih se naziva logička nula i logička jedinica.

Binarnim znamenkama 0 i 1 dodjeljuje se određeno područje napona, a između njih je zabranjeno područje napona. Ako je napon logičke jedinice veći od napona logičke nule, riječ je o **pozitivnoj logici** (slika 1.7). U praktičnoj primjeni prevladava pozitivna logika. Stoga će svi sklopovi u ovom udžbeniku biti objašnjeni primjenom pozitivne logike. Vrijednosti napona logičke jedinice i nule ovise o izvedbi i primjeni digitalnih sklopova.

Ako je napon logičke jedinice niži od napona logičke nule, riječ je o **negativnoj logici**.

Vrijednosti visoke i niske razine napona mogu se mijenjati u određenim granicama, a da to ne utječe na binarno značenje koje im je dodijeljeno. Informacija o nekoj fizikalnoj veličini nije sadržana u amplitudi signala, nego u rasporedu niza impulsa jednake amplitude. Zbog toga su **digitalni sklopovi pouzdaniji i manje osjetljivi**



Slika 1.6.

Svojstva binarnog brojevnog sustava



Slika 1.7.

Pozitivna logika

Tablica 1.2.

Potencije broja 2

potencije broja 2		
$n$	$2^n$	
0	$2^0$	= 1
1	$2^1$	= 2
2	$2^2$	= 4
3	$2^3$	= 8
4	$2^4$	= 16
5	$2^5$	= 32
6	$2^6$	= 64
7	$2^7$	= 128
8	$2^8$	= 256
9	$2^9$	= 512
10	$2^{10}$	= 1024

Tablica 1.3.

Prirodni četverbitni niz

dekadski broj	binarni broj
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

**na smetnje nego analogni.** Točnost digitalnih sustava ovisi samo o broju bitova koji se upotrebljavaju za prikaz podataka.

Opći prikaz broja  $N$  u binarnom brojevnom sustavu ili u sustavu s osnovom 2 je:

$$N = b_n b_{n-1} \dots b_1 b_0_{(2)} = b_n \cdot 2^n + b_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + b_1 \cdot 2^1 + b_0 \cdot 2^0.$$

$\swarrow$  brojno mjesto       $\swarrow$  znamenka       $\swarrow$  težina

Pritom znamenke  $b_n, b_{n-1}, \dots, b_1, b_0$  mogu biti 0 ili 1.

Binarni brojevni sustav je položajni, odnosno pozicijski brojevni sustav, kao i dekadski. Pritom najniže cjelobrojno mjesto ima težinu  $2^0 = 1$ , drugo mjesto ima težinu  $2^1 = 2$ , treće  $2^2 = 4$ , četvrto  $2^3 = 8$  itd. Tablica 1.2 prikazuje neke potencije broja 2, odnosno težine  $n$ -tog brojnog mjesta.

Na isti način brojna mjesta iza zareza imaju težine  $2^{-1} = 0,5$ ,  $2^{-2} = 0,25$  itd.

**Najmanje značajan bit** ili **bit najmanje težine** (engl. *least significant bit*, skraćeno LSB) krajnji je desni bit binarnog broja.

**Najznačajniji bit** ili **bit najveće težine** (engl. *most significant bit*, skraćeno MSB) krajnji je lijevi bit binarnog broja, primjerice:

$$b_n b_{n-1}, \dots, b_1 b_0.$$

$\swarrow$  bit najveće težine       $\swarrow$  bit najmanje težine

Tablica 1.3 prikazuje dekadске brojeve od 0 do 15 i njihove binarne ekvivalente. Binarni brojevi prikazani su kao 4-bitni. Pritom nule lijevo od najznačajnijeg bita (ispred prve jedinice u nizu) nemaju značenje, ali dodaju se da bi svi brojevi imali jednak broj bitova. Ovaj niz binarnih brojeva naziva se **prirodni 4-bitni niz**.

Najveći binarni broj s  $n$  znamenaka ima dekadsku vrijednost  $2^n - 1$ .

S četiri bita postoji  $2^n = 16$  kombinacija ( $n = 4$ ) što znači da se mogu prikazati dekadski brojevi od 0 do  $2^n - 1 = 15$ .

Brojeve u binarnom brojevnom sustavu čitamo znamenku po znamenku. Primjerice, broj 101 čitamo kao jedan-nula-jedan.





Tablica 1.5.

Dekadski, binarni i heksadekadski brojevi od 0 do 15

dekadski broj	binarni broj	heksadekadski broj
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

1011 0011 1111 0111  
B 3 F 7

Slika 1.12.

Odnos heksadekadskog i binarnog sustava

Heksadekadski sustav upotrebljava se za:

- označavanje adresa memorijskih lokacija
- označavanje MAC adresa mrežnih uređaja (usmjernika, preklopnika...) s pomoću 12 heksadekadskih znamenaka, odnosno 48 bitova
- određivanje udjela osnovnih boja na *web*-stranici u RGB modelu, u formatu #RRGGBB pri čemu su RR (crvena), GG (zelen) i BB (plava) heksadekadski brojevi između 00 i FF koji određuju udio pojedine komponente osnovne boje između crne (#000000) i bijele (#FFFFFF)
- zapisivanje IP adrese uređaja povezanih na internet u 128-bitnom IPv6 protokolu; mreža povezanih uređaja naziva se internet stvari – IoT (engl. *Internet of Things*).

### Primjer 5

Heksadekadski broj 67B2F25 možemo detaljnije prikazati na sljedeći način:

#### Rješenje

$$\begin{array}{cccccccc}
 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
 6 & 7 & B & 2 & F & 2 & 5 & \\
 \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \\
 \text{MSD} & & & & & & & \text{LSD}
 \end{array}$$

brojna mjesta

$$67B2F25_{(16)} = 6 \cdot 16^6 + 7 \cdot 16^5 + 11 \cdot 16^4 + 2 \cdot 16^3 + 15 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0$$

težine

dekadski → binarni

: 2

ostatak

LSB ↑  
MSB

Slika 1.13.

Pretvorba broja iz dekadskog u binarni brojni sustav

## 1.1.7. Pretvorba brojeva iz jednog brojevnog sustava u drugi

a) Pretvorba broja iz dekadskog brojevnog sustava u binarni, oktalni i u heksadekadski

**Prvi način** pretvorbe cjelobrojnog dekadskog broja u binarni metoda je cjelobrojnog dijeljenja dekadskog broja s dva dok se ne dobije rezultat nula, pri čemu se bilježe ostatci cjelobrojnog dijeljenja.

Prvo dijeljenje daje bit najmanje težine, a zadnje dijeljenje bit najveće težine (slika 1.13).

## Primjer 6

Pretvorimo dekadski broj 157 u binarni.

## Rješenje

dekadski broj	osnova 2	kvocijent	ostatak	značenje bita	smjer čitanja
157	: 2	= 78	1	bit najmanje težine	↑
78	: 2	= 39	0		
39	: 2	= 19	1		
19	: 2	= 9	1		
9	: 2	= 4	1		
4	: 2	= 2	0		
2	: 2	= 1	0		
1	: 2	= 0	1	bit najveće težine	

Dekadski broj 157 pretvoren u binarni je:

$$157_{(10)} = 10011101_{(2)}$$

dekadski → binarni

 $-B^i$ 

Slika 1.14.

Pretvorba broja iz dekadskog u binarni brojni sustav

**Drugi način** pretvorbe iz dekadskog u binarni brojni sustav metoda je oduzimanja težina (potencija osnove) počevši od najveće moguće (slika 1.14). Ako se oduzima neka težina, ona se bilježi s 1, a ako ne, bilježi se s 0.

## Primjer 7

Pretvorimo dekadski broj 116 u osambitni binarni broj.

## Rješenje

128	64	32	16	8	4	2	1
0	1	1	1	0	1	0	0

$$116 - 64 = 52$$

$$52 - 32 = 20$$

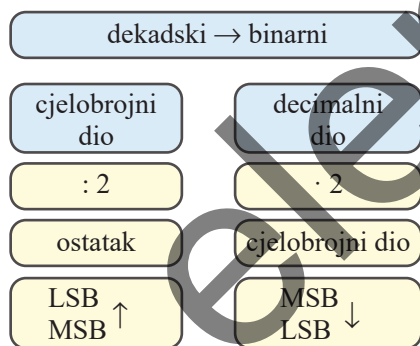
$$20 - 16 = 4$$

$$4 - 4 = 0$$

Dekadski broj 116 pretvoren u osambitni binarni broj je 01110100.

$$116_{(10)} = 01110100_{(2)}$$

Ako dekadski broj ima i decimalni dio, onda se posebno pretvara cjelobrojni dio na jedan od opisanih načina, a decimalni dio uzastopce se množi s dva i pri tome se uzimaju cjelobrojni dijelovi. Binarne znamenke iza zareza očitavaju se odozgo prema dolje (slika 1.15). Ako decimalni dio dekadskog broja nije zbroj potencija broja dva, odnosno ako bi se pri pretvorbi dogodilo da postoji neograničeno mnogo binarnih znamenaka, onda se može ograničiti veličina binarnog broja sa željenom točnošću (brojem znamenaka). Može postojati i periodičnost dobivenih binarnih znamenaka.



Slika 1.15.

Pretvorba razlomljenog dekadskog broja

## Primjer 8

Pretvorimo dekadski broj 46,375 u binarni.

## Rješenje

Posebno pretvaramo cjelobrojni dio 46, a posebno decimalni dio 0,375.

128	64	32	16	8	4	2	1
0	0	1	0	1	1	1	0

$$0,375 \cdot 2 = 0,75 \quad \text{cjelobrojni dio } 0$$

$$0,75 \cdot 2 = 1,5 \quad \text{cjelobrojni dio } 1$$

$$0,5 \cdot 2 = 1,0 \quad \text{cjelobrojni dio } 1$$

$$46,375_{(10)} = 101110,011_{(2)}$$

## Primjer 9

Pretvorimo dekadski broj 46,325 u binarni.

## Rješenje

Cjelobrojni dio 46 binarno je 101110, a decimalni dio 0,325 uzastopce množimo s dva:

$0,325 \cdot 2 = 0,65$	cjelobrojni dio	0
$0,65 \cdot 2 = 1,3$	cjelobrojni dio	1
$0,3 \cdot 2 = 0,6$	cjelobrojni dio	0
$0,6 \cdot 2 = 1,2$	cjelobrojni dio	1
$0,2 \cdot 2 = 0,4$	cjelobrojni dio	0
$0,4 \cdot 2 = 0,8$	cjelobrojni dio	0
$0,8 \cdot 2 = 1,6$	cjelobrojni dio	1
$0,6 \cdot 2 = 1,2$	cjelobrojni dio	1
$0,2 \cdot 2 = 0,4$	cjelobrojni dio	0
$0,4 \cdot 2 = 0,8$	cjelobrojni dio	0
$0,8 \cdot 2 = 1,6$	cjelobrojni dio	1

$$46,325_{(10)} \approx 101110,0101001_{(2)}$$

dekadski → oktalni

: 8

ostatak

LSD  
MSD ↑

Slika 1.16.

Pretvorba broja iz dekadskog u oktalni brojevni sustav

dekadski → heksadekadski

: 16

ostatak

LSD  
MSD ↑

Slika 1.17.

Pretvorba broja iz dekadskog u heksadekadski brojevni sustav

## Primjer 10

Pretvorimo dekadski broj 324 u oktalni (slika 1.16).

## Rješenje

$324 : 8 = 40$	ostatak	4
$40 : 8 = 5$	ostatak	0
$5 : 8 = 0$	ostatak	5

$$324_{(10)} = 504_{(8)}$$

Općenito, kada se broj pretvara iz dekadskog u drugi brojevni sustav, onda se cjelobrojni dio dekadskog broja cjelobrojno dijeli s osnovom drugog sustava (u programiranju pseudokôd DIV) i bilježe se ostaci cjelobrojnog dijeljenja (u programiranju pseudokôd MOD), a decimalni se dio uzastopce množi s osnovom drugog sustava i bilježe se cjelobrojni dijelovi (slika 1.16 i 1.17). Može se primjenjivati i metoda oduzimanja težina (potencija osnove) počevši od najveće moguće.

## Primjer 11

Pretvorimo dekadski broj 324 u heksadekadski (slika 1.17).

## Rješenje

$$\begin{array}{l} 324 : 16 = 20 \quad \text{ostatak } 4 \\ 20 : 16 = 1 \quad \text{ostatak } 4 \\ 1 : 16 = 0 \quad \text{ostatak } 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow \\ 324_{(10)} = 144_{(16)} \end{array}$$

## Primjer 12

Pretvorimo dekadski broj 2717 u heksadekadski.

## Rješenje

dekadski broj	osnova 16	kvocijent	ostatak	značenje bita		smjer čitanja
2717	: 16	= 169	13	D	LSD	↑
169	: 16	= 10	9	9		
10	: 16	= 0	10	A	MSD	

$$2717_{(10)} = A9D_{(16)}$$

binarni → dekadski  
oktalni → dekadski  
heksadekadski → dekadski

$$\sum a_i B^i$$

Slika 1.18.

Pretvorba nekog broja u dekadski brojevni sustav

Decimalni dio dekadskog broja može se na isti način kao kod binarnog sustava pretvoriti u oktalni i heksadekadski sustav. Moguće je i dekadski broj prvo pretvoriti u binarni brojevni sustav, a zatim u oktalni i heksadekadski.

### b) Pretvorba broja iz nekog brojevnog sustava u dekadski

Broj prikazan u brojevnom sustavu s osnovom B pretvaramo u odgovarajući broj u dekadskom brojevnom sustavu tako da svaku znamenku pomnožimo s njezinom težinom te tako dobivene vrijednosti zbrojimo (slika 1.18).