

Friedrich Ludwig Gottlob Frege

Povijesni kontekst

Gottlob Frege bio je aktivan četrdeset godina krajem 19. i početkom 20. stoljeća kada u logici, osnovama aritmetike te filozofiji jezika dolazi do više promjena nego stotinama godina ranije. Bio je jedan od istaknutijih kritičara idealizma koji je prevladavao u njemačkim filozofskim krugovima do sredine 19. stoljeća, a glavna su obilježja njegove antiidealističke pozicije kritika Kantove psihologističke filozofije matematike i oštro protivljenje ranim idejama njegova suvremenika Edmunda Husserla. Iako nastrojen protiv psihologizma njemačkog idealizma, Frege u matematici zauzima platonističko gledište po kojem matematički predmeti postoje neovisno o tome promišlja li se o njima, pri čemu slijedi Bolzanovu zamisao o "istini po sebi", onome što jest slučaj neovisno o tome je li ikada spomenuto. U filozofiji jezika Frege polazi od okvira konotacije i denotacije koji postavlja John Stuart Mill.

Kratki biografski podatci

Rođen je u Wismaru 1848. godine, a umro u Bad Kleinenu 1925. godine. Studirao je u Jeni i Göttingenu. Nakon habilitacije 1874. godine bio je privatni tutor na Sveučilištu u Jeni, gdje je prvotno predavao kolegije iz matematike, a mjesto profesora dobio je 1879. godine te je čitavu svoju akademsku karijeru do 1918. godine proveo na odjelu za matematiku Sveučilišta u Jeni. Njegovo se ***Pojmovno pismo*** iz 1879. godine može smatrati prekretnicom u razvoju moderne logike jer se njegov sustav temeljio na teoriji funkcija umjesto na algebri. Osim predavačkog i znanstvenog rada Frege je bio aktivan i u korespondenciji sa svojim suvremenicima, a upravo ga jedna takva korespondencija, ona s tada mladim Bertrandom Russellom, dovodi do najvećeg i nepremostivog problema s kojim se suočio njegov životni pothvat čvrstog utemeljenja aritmetike.

element.hr

Pregled ključnih ideja i teorija

Jezik i značenje

Mnogi elementi Fregeova matematičkog i filozofskog djelovanja međusobno su usko povezani te se mogu razumjeti samo kao cjelina. Frege u ***Osnovama***

aritmetike (1884.) pokazuje obilježja koja su važna za filozofiju općenito. Prvo je razlika između ***stvarnog*** i ***objektivnog***. Za Fregea je ***stvarno*** značilo konkretno u smislu osjetilno opažljivoga, izravnim ili neizravnim putem. Ali nešto može biti ***objektivno*** iako nije ***stvarno***. Kao primjer Frege daje ekvator. Ne možemo vidjeti ekvator niti ga prekoračiti, ali on nije ni fiktivan ni subjektivan; tvrdnje o njemu mogu biti ***objektivno istinite ili neistinite***. Tako o predmetima koji nisu stvarni možemo donositi objektivne tvrdnje. Ovaj uvid Frege koristi kao podlogu za odbacivanje nominalizma u filozofiji aritmetike. Tako za brojeve može reći da, iako ne postoje ***stvarno***, postoje ***objektivno*** (usp. Dummett 2001: 11).

Osim toga, Frege uvodi "načelo konteksta" prema kojem riječ ima značenje samo u kontekstu tvrdnje. Ovo načelo u redoslijedu analize onoga od čega se sastoji značenje tvrdnje na prvo mjesto stavlja tvrdnje. Prvo moramo objasniti od čega se općenito sastoji značenje tvrdnje, pa tek onda objasniti značenja manjih izraza i njihove doprinose značenju tvrdnji u kojima se pojavljuju (usp. Dummett 2001: 12).

Još je jedno istaknuto obilježje prvi očiti primjer ***jezičnog obrata*** (***linguistic turn***). Na presudnom mjestu u knjizi ***Osnove aritmetike*** Frege, nakon što je već dokazao da naš pojam broja nije izvediv ni iz iskustva ni iz intuicije, pita: "Kako su nam onda brojevi dani?" Pitanje je i ontološke i epistemološke prirode. Koje jamstvo imamo da postoje predmeti zvani brojevi i na koji smo način svjesni brojeva? Odgovarajući na to pitanje, Frege pretpostavlja da se ono može izjednačiti s pitanjem "Kako pripisujemo značenje brojevnim izrazima?" Ovdje se on odmah poziva na načelo konteksta i pitanje se svodi na "Koji smisao imaju tvrdnje koje sadrže brojevne izraze?" Tako se pitanje o postojanju brojeva i našem znanju o njima pretvara u pitanje o značenju određenih tvrdnji (usp. Dummett 2001: 12).

Frege se žestoko protivio psihologističkim objašnjenjima pojmova ili, drugim riječima, smislova jezičnih izraza. U ***Osnovama aritmetike*** posvećuje mnogo prostora kritici Kantova psihologizma. Psihologizam je stav prema kojem su pojmovi neizostavno vezani za unutarnje mentalne procese kojima stječemo takve pojmove. No, Frege smatra da se smisao bilo kojeg izraza mora objasniti objektivno, a ne subjektivno, u okvirima uvjeta istinitosti rečenica koje sadrže takve izraze. Misao po Fregeu nije dio uma, kao što je to mentalna slika ili dojam. Oni su subjektivni i neprenosivi, dok u biti misli leži da je prenosiva. Različiti ljudi mogu shvatiti istu misao pa ona stoga ne može biti dio njihovih umova (usp. Dummett 2001: 16–17). "Pod mišlju ne razumijem subjektivni čin mišljenja, nego njegov objektivni sadržaj, koji može biti zajedničko vlasništvo mnogih" (Frege, 1960a: 62.). Ovo odbacivanje psihologizma bilo je od presudne važnosti jer je spasilo filozofiju uma i filozofiju jezika od objašnjenja danih u okviru privatnih psiholoških procesa (usp. Dummett 2001: 17).

element.hr

Drugi temelj Fregeova učenja u cjelini svakako je njegovo shvaćanje semantike koje izlaže u članku "Über Sinn und Bedeutung" ([1892.] 1948.), u kojemu detaljno prikazuje osnovne elemente koji za njega ulaze u jezično značenje i predmete u svijetu na koje se značenjski izričaji referiraju. Kako i sam naslov članka sugerira, temelji Fregeove filozofije jezika bit će pojmovi ***Sinn*** i ***Bedeutung***. Pojam ***Sinn*** podudara se sa smislom nekog izraza (konotacijom po Millovoj terminologiji) ili sa sadržajem (intenzijom) po terminologiji tradicionalne logike. No, smisao za Fregea ima i dodatnu dimenziju. U duhu Bolzanove "istine po sebi", Frege smatra da je smisao bilo kojeg izraza objektivan, tj. ne ovisi o tome je li bio predmet bilo čijeg mišljenja. Drugi termin iz naslova navedenog članka u doslovnom prijevodu bio bi značenje. No, Frege i ovdje odstupa te je ***Bedeutung*** za njega ono ***označeno*** (denotacija nekog izraza), opseg (ekstenzija) po terminologiji tradicionalne logike, predmet u svijetu koji neki singularni značenjski izraz označava. Iz ovoga slijedi da ***Bedeutung*** nikako ne može biti značenje izraza jer je kod njega riječ o predmetu u svijetu, dok je značenje semantička kategorija.

Ono što podrazumijevamo u razumijevanju neke riječi nazivamo ***smislom*** te riječi; smisao je način na koji nam je referencija neke riječi dana. Smisao je izraza onaj dio značenja izraza koji je bitan za određivanje tvrdnje koja ga sadrži kao istinite ili neistinite. Za uspješnu komunikaciju govornici moraju znati da je referencija neke riječi, kako je svi oni koriste, ista. Kako bi se ovo osiguralo, to da svatko s riječju povezuje isti smisao ili da svatko na isti način misli o nečemu kao o referenciji te riječi, mora biti jezična konvencija (usp. Dummett 2001: 15).

Frege daje primjer imena dviju planina. Tako referencija imena Afla može biti planina koja se vidi na sjevernom obzoru s određenog mjesta, a referencija imena Ateb može biti planina vidljiva na južnome obzoru kada se gleda s nekog drugog mjesta. Može se pokazati da Afla i Ateb imaju za referenciju istu planinu, što nije odmah bilo jasno. Stoga, kada izreknemo identitet "Afla i Ateb su isto", on je empirijski i proširuje nam spoznaju (usp. Dummett 2001: 15). Frege također daje primjer dvaju imena planeta Venere: ***Danica*** (***Morgenstern***) i ***Večernjača*** (***Abendstern***). Ovdje također imamo slučaj u kojem dva pojma imaju istu referenciju, ali im je smisao različit (usp. Frege 1960a: 57).

Znati smisao nekog izraza, dakle, znači znati kako se određuje njegova referencija, i to ne nužno kako je mi određujemo jer nama mogu nedostajati sredstva da to učinimo, nego kako je stvarnost određuje u skladu sa smislom koji smo mu dali. Znanje smisla nekog izraza tako uključuje znanje o tome kako se on može povezati s drugim izrazima kako bi tvorio složeni izraz i na kraju tvrdnju te kako je smisao cjeline određen smislovima njezinih dijelova. U slučaju tvrdnji, razlika između smisla i referencije razlika je između misli i njezine istinitosne vrijednosti (pojmovi "istinito" i "neistinito" postoje objektivno te su referencija svih istinitih ili neistinitih tvrdnji). Tako shvatiti misao znači shvatiti da stvarnost određuje misao kao istinitu ili neistinitu (usp. Dummett 2001: 15).

element.hr

Referencija izraza tvori njegov doprinos određenju istinitosne vrijednosti bilo koje tvrdnje u kojoj se izraz pojavljuje, što proizlazi iz Fregeova pravila po kojem dijelovi složene tvrdnje ($A \rightarrow B$ i A iz donje tablice) pridonose istinitosnoj vrijednosti cjeline svojom istinitosnom vrijednošću, a na isti način A i B pridonose istinitosnoj vrijednosti pogodbe $A \rightarrow B$.

A	B	$A \rightarrow B$	$(A \rightarrow B) \wedge A$
⊤	⊤	⊤	⊤
⊤	⊥	⊥	⊥
⊥	⊤	⊤	⊥
⊥	⊥	⊤	⊥

Fregeova je teorija referencije istovrijedna onome što se podrazumijeva pod semantičkom teorijom jezika, tj. objašnjenjem toga kako su tvrdnje jezika određene kao istinite ili neistinite u skladu sa svojim sastavom. Semantička vrijednost izraza u takvoj teoriji upravo je ono što doprinosi određenju istinitosne vrijednosti tvrdnje u kojoj se taj izraz pojavljuje (usp. Dummett 2001: 15). Ovdje svakako treba napomenuti da Frege se nije koristio istinitosnim tablicama; do njih je prvi došao Wittgenstein. No, budući da je Wittgenstein bio vrlo dobro upoznat s Fregeovim radom i isticao divljenje prema njemu, Fregeovi uvidi zasigurno su odigrali važnu ulogu u Wittgensteinovu projektu.

Od smisla izraza i njegove referencije treba razlikovati s njima povezanu predodžbu. Ako je referencija znaka neki osjetilno zamjetljiv predmet, onda je moja predodžba unutarnja slika nastala iz sjećanja na osjetilne dojmove što sam ih imao i na te djelatnosti, kako unutarnje tako i vanjske, koje sam obavio. Ona je često puna osjećaja; jasnoća pojedinih njezinih dijelova raznolika je i nestalna. Ista predodžba nije, čak ni kod istog čovjeka, uvijek povezana s istim smislom. Predodžba je subjektivna: slikar, jahač i zoolog s imenom "Buchephalus" vjerojatno povezati različite predodžbe. Referencija pojedinačnog izraza sam je predmet što ga tim pojedinačnim izrazom označavamo. Predodžba koju tu imamo posve je subjektivna, dok između leži smisao, koji nije ni subjektivan kao sama predodžba, a nije ni predmet sam. Uzmimo za primjer Mjesec koji promatramo teleskopom. Sam Mjesec ovdje je referencija, koja nam je posredovana stvarnom slikom koju projicira objektiv u unutrašnjosti teleskopa te slikom na mrežnici promatrača. Iako je i prva slika jednostrana i ovisi o položaju, ona je ipak objektivna jer se njome može služiti više promatrača pa je možemo usporediti sa smislom nekog izraza. Što se slike na mrežnici tiče,

element.hr

svaki čovjek ima svoju sliku i nemoguće je postojanje dviju slika koje bi bile istovjetne. Tako bismo sliku na mrežnici mogli usporediti s predodžbom (usp. Frege 1960a: 59–60).

Mjesec (predmet)	Referencija
Slika na objektivu teleskopa	Smisao
Slika na mrežnici oka promatrača	Predodžba

Za još jasniju razliku između smisla i referencije, Frege svoju analizu primjenjuje na neupravni govor. Budući da u neupravnome govoru govorimo o smislu nečijeg govora, riječi ovdje nemaju uobičajenu referenciju; njihova je referencija ono što je inače njihov smisao. U neupravnom govoru riječi se upotrebljavaju nepravo, odnosno imaju nepravu referenciju. Stoga razlikujemo uobičajenu referenciju nekoga izraza od njegove neprave referencije i uobičajeni smisao nekoga izraza od njegovoga nepravoga smisla (usp. Frege 1960a: 59).

Upravni govor		Neupravni govor	
"Zakasnio si na sastanak"		Rekao sam mu da je zakasnio na sastanak	
Smisao	Tvrdnja	Smisao	Tvrdnja
Referencija	Objektivni pojam "istinito" ili "neistinito", ovisno o tome je li netko zakasnio na sastanak.	Referencija	"Zakasnio si na sastanak"

Uz smisao Frege uvodi još dvije odlike koje mogu utjecati na značenje nekoga izraza: ***silu*** i ***boju***. Boja se od ***smisla*** razlikuje po tome što ne može utjecati na istinitost onoga što je rečeno. Rečenice "On je umro", "On je preminuo" i "On je otišao na drugi svijet" ne razlikuju se po ***smislu***, nego samo po ***boji***. Isto tako, ako su A i B dvije rečenice, složene rečenice "A i B" i "Ne samo A, nego i B" ne razlikuju se po ***smislu***, nego po ***boji*** (usp. Dummett 2001: 13).

Silu Frege uvodi u svom simboličkom jeziku prvi put izloženom u djelu ***Begriffsschrift*** (***Pojmovno pismo***) objavljenom 1879., a njezina je uloga razlikovati tvrdnje od pitanja. Frege razlikuje samo dvije ***sile***, ***potvrdnu*** i ***upitnu***, a također

element.hr

je važno i to da samo cjelovita tvrdnja može nositi silu. Izraz koji je prednjak pogodbe ili jedan dio disjunktivne tvrdnje ne nosi sa sobom ***potvrdnu silu***. Budući da po Fregeu prirodnim jezicima nedostaju sredstva kojima se označava da rečenica ima potvrdnu silu, on u svome formalnom jeziku upotrebljava poseban znak za tu svrhu, ***sudnu povlaku*** ili ***oznaku za tvrdnju*** (⊢) (usp. Frege 1967a: 10–12; Dummett 2001: 12–13).

Budući da smisao nekog izraza, kako je već rečeno, postoji objektivno, a da ga nitko nije izrekao, Frege to u svom simbolizmu označava s —x, što u prijevodu znači da je x istinit ako ga zamijenimo nekom istinitom tvrdnjom, a inače neistinit. Tako npr. — 1 + 3 = 4 ima vrijednost istinitosti, a — 1 + 3 = 5 neistinitosti. Ako prvu jednakost želimo pretvoriti u tvrdnju, pisat ćemo ⊢ 1 + 3 = 4, čime smo rekli da je naša tvrdnja istinita. Sljedeća istinitosna funkcija je ona čija je vrijednost neistinitost upravo za one argumente za koje je vrijednost od —x istinitost i obratno, čija je vrijednost istinitost za one argumente za koje je vrijednost od —x neistinitost. To Frege označava sa ⊤ x, pri čemu malu okomitu crtu naziva niječnom crtom. Vrijednost je ove funkcije, dakle, (⊤ x) = (⊤(—x)). Ako ovu funkciju želimo pretvoriti u tvrdnju, pisat ćemo ⊢⊤ $2^2 = 5$. Time tvrdimo da $2^2 = 5$ nije istinitost ili, jednostavnije, da 2^2 nije 5 (usp. Frege 1960b: 34–35). Iako je smatrao da sve tvrdnje kao referenciju imaju jednu od dviju istinitosnih vrijednosti, Frege je isticao da su sve teorije istine uzaludne te da se ne može postići precizna definicija istine (usp. Frege 1956: 291).

Fregeov stav prema jeziku bio je nejasan. Na prirodni jezik gledao je kao na nešto puno nedostataka. Deduktivno zaključivanje može biti pouzdano samo kada se provede sredstvima pročišćenog jezika kakav je njegov logički simbolizam. Na nekim mjestima piše protiv prirodnog jezika, govoreći kako se filozofija treba boriti protiv njega i da se on osobno u biti bavi mislima. Ipak, na drugim mjestima velik dio rasprave posvećen je jeziku i načinima njegova funkcioniranja. On ne gradi teoriju misli neovisnu o jeziku, nego sustavnu teoriju značenja, primjenjivu izravno na jezik, pročišćen od njegovih nedostataka, ali neizravno i na prirodni jezik (usp. Dummett 2001: 17).

Predikatna logika

U Fregeovo vrijeme simbolička logika već je uhvatila zamaha potaknuta djelima Augustusa De Morgana i Georgea Boolea, no dva problema koja tadašnja logika nije mogla riješiti bila su problem razlikovanja svojstava i odnosa te problem razlike između pojedinačnih, partikularnih i univerzalnih tvrdnji. Frege tim problemima pristupa na način znatno drukčiji od većine prethodnih logičara. Naime, u već spomenutom ***Pojmovnom pismu*** on napušta klasičnu strukturu tvrdnje iz tradicionalne logike "S je P" te je odlučuje zamijeniti matematičkim odnosom funkcije i argumenta. Samim time rješava se prvi spomenuti problem, što je dobro vidljivo iz sljedeće tablice:

element.hr

Tradicionalna logika		Fregeova predikatna logika	
Petar je visok	S je P	Petar je visok	V (p)
Petar je viši od Ivana	S je P	Petar je viši od Ivana	V (p, i)

Kako se svaka tvrdnja u Fregeovu sustavu tumači kao odnos funkcije i argumenta, nestaje problem razlikovanja svojstva i odnosa jer su svojstva samo specifična vrsta odnosa (jednomjesni odnosi). Ulogu funkcije preuzima predikat, a uloge argumenata preuzima jedan ili više subjekata iz tradicionalne logike. Osim jednomjesnih i dvomjesnih odnosa lako je vidjeti i način stvaranja drugih višemjesnih odnosa. Problem izražavanja univerzalnih tvrdnji Frege rješava uvođenjem novog operatora, nazvanog "kvantifikator" (količitelj). Kako mu i samo ime kaže, uloga je kvantifikatora izraziti količinu, a Frege koristi kvantifikator koji će izražavati općenitost (univerzalni kvantifikator). Uz ovaj operator Frege iz dotadašnje logike preuzima operacije negacije i pogodbe i gradi sadržajno potpuni aksiomatski sustav logike predikata unutar kojeg se mogu izraziti svi drugi logički operatori.

Prvi korak Fregeove analize jest uzimanje neke tvrdnje i izdvajanje predikata iz nje. Tako tvrdnja:

Zagreb je lijep grad

postaje

ξ je lijep grad

Frege koristi grčko slovo ξ (ksi) kako bi istaknuo praznine u tvrdnji. Izrazi koji sadrže ξ nisu dio formalnog jezika; oni su samo nešto što metalingvistički koristimo kako bismo rekli nešto o formalnom jeziku.

U formalno-logičkom zapisu iz

Lz

dobili bismo

L_{ξ}

te sljedećim korakom formalno-logičku tvrdnju

$\forall^{1}x\, Lx$ *(Sve je lijepo)*

[1] ∀ se kao znak za obilježavanje univerzalnog kvantifikatora pojavljuje tek kod Gerharda Gentzena, a Frege koristi nepraktičnu notaciju slova a u udubini iznad horizontalnog dijela sudne povlake. Radi jednostavnosti ovdje se koristimo znakom ∀ iako se on ne pojavljuje u Fregeovu sustavu.

element.hr

Tako je osmišljavanje notacije "kvantifikator – varijabla" Fregeu donijelo mnogo temeljnih uvida. Ponajprije, predikat po svojoj prirodi ne može stajati sam, nego, kako bi od njega nastala rečenica, njegove argumente moraju popuniti pojedinačni izrazi. Druga je mogućnost da sam predikat postane argument kvantifikatoru u drugoj vrsti tvrdnji. Drugi je uvid taj da se stvaranje pojmova ne sastoji samo od procesa psihološke apstrakcije nekih sličnih obilježja pojedinačnih predmeta. Procesom izostavljanja vlastitih imena iz cjelovitih tvrdnji ili smatranjem tih imena zamjenjivima drugim vlastitim imenima dolazimo do predikata s novim granicama. Takvi predikati nisu ***dijelovi*** rečenica iz kojih su stvoreni, nego su prije ***uzorci*** oprimjereni različitim rečenicama. Primjerice, izraz "***ξ poštuje oca od ξ***" nalazimo u "Petar poštuje Petrova oca", ali i u "Ivan poštuje Ivanova oca". Ove dvije tvrdnje nemaju samo zajedničke riječi, nego i zajednički ***uzorak***. Tako tvrdnju ili misao koja je izražava ne trebamo shvaćati kao sastavljenu iz svojih dijelova, nego sastavljenu od dijelova koje dobijemo kada tvrdnju analiziramo. Tako ni predikat ne smijemo shvaćati kao proizvod njegovih dijelova, nego kao ishod analize tvrdnje (usp. Dummett 2001: 10–11).

Spajanjem prije spomenutog uvođenja sudne povlake kao oznake za silu, kvantifikatora i klasičnih logičkih operacija, Frege dolazi do simbolizma s pomoću kojeg izlaže svoj logički sustav u ***Pojmovnom pismu***. Tako se bilo koja tvrdnja A zapisuje kao:



Pogodbu B → A zapisali bismo kao:



Dok bismo negaciju tvrdnje A prikazali kao:



Složenu tvrdnju, npr. C → (B → A), zapisali bismo kao:



Ovako razrađen logički sustav Frege koristi kako bi izveo cijelu aritmetiku iz logičkih temelja (usp. Frege 1967a: 11–18).

element.hr

Logički korijeni aritmetike

Na kraju valja ukratko predstaviti i Fregeov životni projekt, koji smo ostavili za kraj jer je najneizravnije vezan za filozofiju iako ga je Frege smatrao svojim životnim djelom. Naime, od 1879. do 1906. on ima ambiciozan cilj, a to je postaviti aritmetiku na sigurne temelje. Za njega pojam "aritmetika" nije označavao samo teoriju prirodnih brojeva, nego i teoriju realnih i kompleksnih brojeva. Nije se bavio geometrijom, za koju je vjerovao kako je različita od aritmetike. Dok su temelji aritmetike čisto logički, temelji geometrije, iako su apriorni, počivaju na prostornoj intuiciji; oni su sintetičke tvrdnje ***a priori***, po Kantovoj trostrukoj podjeli koju Frege prihvaća. Kant je po Fregeu bio u pravu što se tiče geometrije, ali ne i što se tiče aritmetike. Iz aritmetike se mora izbaciti svaka vrsta intuicije. Upravo je postavljanju čisto logičkih temelja za aritmetiku Frege posvetio čitav svoj intelektualni napor. Ovo ga dovodi do istraživanja nekih problema koji su bili čisto filozofski, što je razlog da ga se, iako je bio matematičar, cijeni u krugovima analitičke filozofije (usp. Dummett 2001: 6).

Svoje pokušaje davanja čvrstih temelja za aritmetiku Frege predstavlja u tri knjige. Prva od njih je ***Begriffsschrift*** (***Pojmovno pismo***), objavljena 1879. U njoj uvodi novu logičku notaciju i navodi aksiomatski sustav predikatne logike. Ova se knjiga smatra prvim djelom suvremene simboličke logike. Druga je knjiga ***Osnove aritmetike*** (***Grundlagen der Arithmetik***). Poslije toga u potpunosti se posvećuje sastavljanju cjelovitog formalnog izlaganja svojih temelja aritmetike, koje objelodanjuje u svojoj trećoj knjizi, ***Osnovna načela aritmetike*** (***Grundgesetze der Arithmetik***). Knjigu planira u tri sveska, od kojih prvi izlazi 1893., drugi 1903., a treći nikada nije uspio dovršiti (usp. Dummett 2001: 7–8). O razlogu zbog kojeg treći svezak nikada nije objavljen više će se reći u sljedećem dijelu te u izdvojenom poglavlju (Russellov paradoks). Frege želi svesti cjelinu matematike na logiku korištenjem predikatne logike i teorije skupova. Tako će broj definirati kao skup svih skupova s određenim brojem članova. Slijedom toga, broj jedan je po definiciji skup svih skupova s jednim članom, broj dva skup svih skupova s dva člana itd. No, sam pojam skupa svih skupova pokazao se vrlo problematičnim i pogubnim za Fregeov cjelokupni projekt.

Kritička analiza

Završivši drugi svezak ***Osnovnih načela aritmetike***, Frege smatra da je postigao svoj životni cilj – izgradio je čvrste temelje za prirodne i realne brojeve. Ali dok je knjiga još bila u tisku, Frege prima najteži mogući udarac. Jedan od rijetkih ljudi koji su ga cijenili u to vrijeme, mladi Bertrand Russell, piše mu kako je otkrio paradoks u teoriji skupova (vidi: Russellov paradoks), koji se može izvesti u Fregeovu sustavu. Uvidjevši da mu taj paradoks ruši čitav sustav, Frege zapisuje:

element.hr

"Čemu se mogu nadati kao ishodu svoga djela?", "Što mi preostaje sada kad je kontradikcija uništila moje logičke temelje za aritmetiku?" Frege u posljednji tren pokušava u ***Dodatku*** riješiti navedeni paradoks, ali bezuspješno. Do 1906. pokušava pronaći zaobilazno rješenje, ali ne uspijeva te odustaje i posvećuje se drugim projektima (usp. Dummett 2001: 8).

Nadalje, Fregeovo rješenje statusa matematičkih predmeta i ostaloga što je smatrao objektivnim nije bilo posve uspješno. On nije priznavao nikakvu međukategoriju između subjektivnog i onoga potpuno objektivnog. Smatrao je da misli čine ***treću stvarnost***; predmeti te stvarnosti objektivni su kao i predmeti fizičke stvarnosti, ali za razliku od fizičkih predmeta, misli ne možemo spoznati osjetilima i one ne pripadaju prostorno-vremenskom kontinuumu. Samo shvaćanjem predmeta iz treće stvarnosti možemo dojmove pretvoriti u zamjedbe (percepcije) i tako postati svjesni vanjskoga svijeta. Misli možemo shvaćati i izražavati, ali samo kao izražene u jeziku ili simbolizmu (usp. Dummett 2001: 17). Glavni problem ovoga pristupa ostaje opis načina na koji shvaćamo objektivne sadržaje misli, tj. na temelju čega možemo utvrditi jesu li naše misli o onome što je objektivno i postoji od njih u potpunosti neovisno.

Utjecaji na kasnije autore

Frege ostavlja dubok trag u čitavoj analitičkoj filozofiji, kako postavljanjem temelja za suvremenu simboličku logiku, tako i utjecajem na mnoge kasnije slavne filozofe. Njegovo djelo dugo ostaje u sjeni. Njime se bave samo rijetki, kao primjerice Ludwig Wittgenstein, koji se na njega često poziva u svome djelu ***Tractatus Logico-Philosophicus***, Rudolf Carnap, Alonzo Church i Peter Geach, ali ga većina i dalje zanemaruje. Interes za njega raste u drugoj polovici 20. stoljeća, počevši od šezdesetih, pa je do kraja sedamdesetih Frege postao obvezna literatura za sve studente analitičke filozofije. Interes za njegovu filozofiju aritmetike bio je slab zbog već spomenute kontradikcije koju je otkrio Russell. Većina interesa za Fregea usredotočava se na ono što ga je učinilo začetnikom analitičke filozofije, njegovu filozofsku analizu jezika i misli koji leže u temelju njegove formalne logike, tako da je Frege sada aktualniji nego ikada (usp. Dummett 2001: 9).

element.hr

Preporučena literatura i ostali izvori:

- Dummett, Michael (2001) "Gottlob Frege", Martinich, Aloysius P. i Sosa, David (ur.), *A Companion to Analytic Philosophy*, Oxford: Blackwell, str. 6–20.
- Frege, Gottlob (1967) "Begriffsschrift: a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought", van Heijenoort, Jean (ur.), *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Cambridge MA: Harvard University Press, str. 1–82.
- Frege, Gottlob (1960a) "On Sense and Reference", Geach, Peter i Black, Max (ur.), *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, Oxford: Basil Blackwell, str. 56–78.
- Frege, Gottlob (1960b) "On Concept and Object", Geach, Peter i Black, Max (ur.), *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, Oxford: Basil Blackwell, str. 42–55.
- Frege, Gottlob (1956) "Thought: A Logical Inquiry", *Mind*, 65 (259), str. 289–311.

PITANJA VEZANA ZA LEKCIJU:

1. Koji su Fregeovi najveći doprinosi logici?
2. U čemu se sastoji Fregeov antipsihologizam?
3. Razmotrite primjenu Fregeovih teorija na analizu znanstvenog jezika. Kako bi se Fregeove distinkcije mogle koristiti za razumijevanje znanstvenih teorija i argumenata?

PITANJA VEZANA ZA PREPORUČENU LITERATURU:

Pitanja se odnose na tekstove "On Sense and Reference" i "On Concept and Object".

1. Kako Frege razlikuje smisao (Sinn) od referencije (Bedeutung) izraza? Navedite primjere koji ilustriraju ovu razliku.
2. Zašto su prema Fregeu tvrdnje poput "Jutarnja zvijezda je večernja zvijezda" informativne?
3. Na koji način Fregeovo shvaćanje smisla i referencije utječe na naše razumijevanje referencije i istine u jeziku?
4. Objasnite Fregeovu kritiku Kantova shvaćanja aritmetike i uloge intuicije. Kako Frege shvaća brojeve kao predmete?
5. Razmotrite kako Fregeova distinkcija između pojma i predmeta pridonosi našem razumijevanju logičke strukture jezika i značenja imena.

element.hr